



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK1 TOÁN 12
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 05)

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	B	B	C	C	A	B	C	A	A	D	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

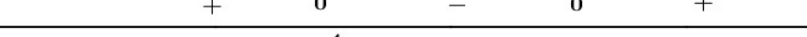
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chosen	10,6	-17	2022	30	1013	26,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$			4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

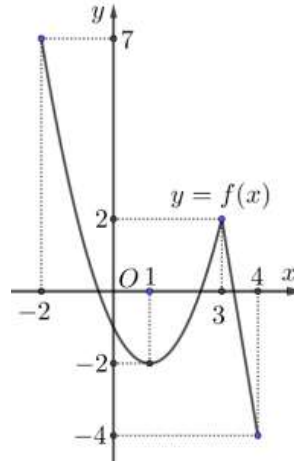
- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(1; 3)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $[-2;4]$ là:

- A. $M = 2, m = -2$ **B. $M = 7, m = -4$** C. $M = 3, m = 1$ D. $M = 7, m = -2$

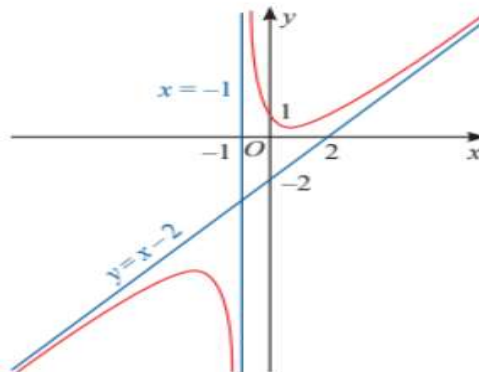
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có

$$m = \min_{x \in [-2;4]} f(x) = -4, \quad M = \max_{x \in [-2;4]} f(x) = 7$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



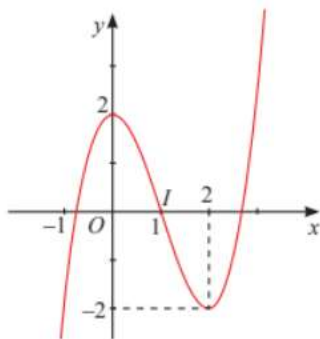
Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. **B. 2.** C. 1. D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và 1 tiệm cận xiên.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D.

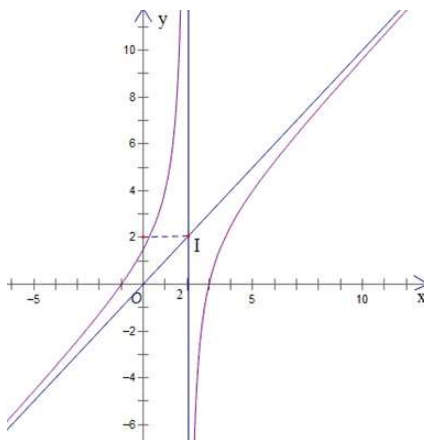
$y = x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là:

A. $(-2; 2)$

B. $(2; -2)$

C. $(2; 2)$

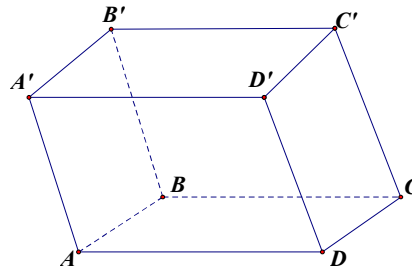
D. $(-2; -2)$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, tổng của $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{CA'}$.

B. $\overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{CB'}$.

D. $\overrightarrow{A'C}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CA'}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 3\vec{k}$, khi đó tọa độ véc tơ $\vec{u}$ là

A. $(5; 7; 3)$.

B. $(5; 7; -3)$.

C. $(-5; -7; 3)$. D.

$(-5; -7; -3)$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, $\vec{u} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (5; 7; -3)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1; 2; -3)$ và $\vec{v} = (2; -1; 0)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(1; 1; -3)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(-3; 3; -3)$. D. $(-3; 1; -3)$.

Lời giải

$\vec{u} - \vec{v} = (-3; 3; -3)$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -2f'(x) = -6x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in \left(0; \frac{2}{3}\right)$.

Suy ra: hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{2}{3}\right)$

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = x - 1$

B. $y = x$

C. $y = x - 2$

D. $y = x + 1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x} = 1$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{x - 2} = -1$$

Tương tự: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = -1$. Suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x - 1$

Câu 11. Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 2; \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Xét hai vector $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos \alpha = \frac{-8}{\sqrt{91}}$. B. $\cos \alpha = \frac{16}{\sqrt{91}}$. C. $\cos \alpha = \frac{10}{\sqrt{91}}$. D. $\cos \alpha = \frac{8}{\sqrt{91}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{x} \cdot \vec{y} = (\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = (\vec{a})^2 + 2(\vec{b})^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{b} = 8.$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{(\vec{x})^2} = \sqrt{(\vec{a} - 2\vec{b})^2} = \sqrt{(\vec{a})^2 + 4(\vec{b})^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{13}.$$

$$|\vec{y}| = \sqrt{(\vec{y})^2} = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{(\vec{a})^2 + (\vec{b})^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{7}.$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{8}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{91}}$$

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3; -1; 2)$. Tìm điểm $A' \in (Oxy)$ sao cho độ dài đoạn thẳng AA' ngắn nhất.

A. $A'(-3; 1; 0)$. B. $A'(3; -1; 0)$. C. $A'(0; 0; 2)$. D. $A'(2; 1; 2)$.

Lời giải

AA' ngắn nhất khi điểm A' là hình chiếu điểm A trên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(1; 1; 0)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng 8

Lời giải

a) Đúng

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x + 3 + \frac{4}{x - 1} \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(x + 3 + \frac{4}{x - 1} \right) = +\infty$$

Hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

b) Sai.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(2x + 2)(x - 1) - (x^2 + 2x + 1)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$
hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$

c) Đúng.

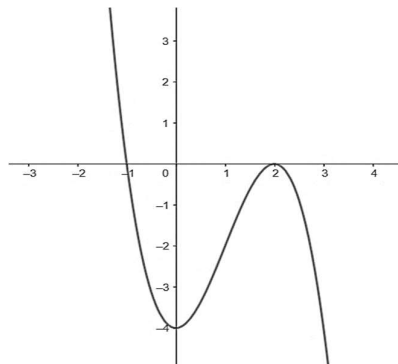
Từ bảng biến thiên, ta có

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

d) Đúng.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 3$ và $\min_{(1; +\infty)} y = y(3) = y = \frac{3^2 + 2 \cdot 3 + 1}{3 - 1} = 8$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ:



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 2]$ là 2.
- d) $3a + b + c + d = -4$.

Lời giải

a) Đúng.

Vì dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Sai.

Vì điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; 0)$.

c) Sai.

Dựa vào đồ thị (C) ta có giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;2]$ là 0.

d) Đúng

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị $(2;0)$, $(0;-4)$ nên có hệ

$$\begin{cases} y(2) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 4b + 2c + d = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = -4 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -4 \end{cases} \Leftrightarrow 3a + b + c + d = -4.$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba véc tơ $\vec{a} = (-1; 2; 2)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, $\vec{c} = (1; -5; 2)$, $\vec{d} = (2; -3; 1)$. Mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

a) $|\vec{a}| = 3$.

b) $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

c) $[\vec{b}, \vec{c}] = (2; 6; 14)$.

d) $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, với m, n, p là các số thực, khi đó $5m + 2n + 2p = 2$.

Lời giải

a) Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2} = 3$

Vậy mệnh đề **Đúng**.

b) Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = -5 \neq 0$.

Vậy mệnh đề **Sai**.

c) Ta có: $[\vec{b}, \vec{c}] = (-2; -6; -14) \Rightarrow$ mệnh đề **Sai**.

d) $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 3n + p = 2 \\ 2m - n - 5p = -3 \\ 2m + 2p = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = \frac{1}{2} \\ p = \frac{1}{2} \end{cases}$. Khi đó $5m + 2n + 2p = 2$.

Vậy mệnh đề **Đúng**.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(2; 1; -2)$.

a) $\vec{OA} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

b) Cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ bằng $\frac{7}{\sqrt{58}}$.

c) Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là $(1; -1; -1)$.

d) Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oyz) , trong đó I là điểm thỏa mãn đẳng thức $2\vec{IA} - \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$, khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = \frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Ta có $A(-2; 3; 1)$ suy ra $\vec{OA} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $\vec{AB} = (1; 0; -1)$; $\vec{AC} = (4; -2; -3)$

φ là góc giữa $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$. Ta có $\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{4+3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{29}} = \frac{7}{\sqrt{58}}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Gọi D là điểm có tọa độ là $(x_D; y_D; z_D)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -1)$, $\overrightarrow{DC} = (2 - x_D; 1 - y_D; -2 - z_D)$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2 - x_D \\ 0 = 1 - y_D \\ -1 = -2 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \\ z_D = -1 \end{cases}$

Suy ra $D(1; 1; -1)$.

Do đó mệnh đề **sai**.

d) Gọi tọa độ của điểm I là $(x_I; y_I; z_I)$.

Ta có $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ suy ra $\begin{cases} x_I = \frac{-4+1+2}{2} \\ y_I = \frac{6-3+1}{2} \\ z_I = \frac{2-0-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -\frac{1}{2} \\ y_I = 2 \\ z_I = 0 \end{cases}$.

Suy ra $I\left(-\frac{1}{2}; 2; 0\right)$.

$M(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oyz) nên $x_0 = 0; y_0 = 2; z_0 = 0$.

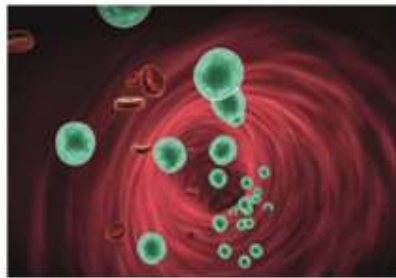
Suy ra $x_0 + y_0 + z_0 = 2$.

Do đó mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ của thuốc trong máu sau x phút được xác định

bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.



. Calculus. Cengage Learning)

Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu C đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm?

Lời giải

Trả lời: 10,6

Xét hàm số $y = C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$y' = \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} (N) \\ x = -\sqrt{2} (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$-\frac{15\sqrt{2}}{2}$		$\frac{15\sqrt{2}}{2}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: nồng độ thuốc trong máu C đạt giá trị cực đại là $\frac{15\sqrt{2}}{2} (mg/l)$ trong

khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -17

Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0$

$$\Rightarrow 4a + 4(a+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2$$

$$\text{Vậy } f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$$

$$\text{Ta có } f(0) = -1; f(1) = 1; f(2) = -17$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x^3 - 2mx^2 + (m^2+1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2025]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

Lời giải

Trả lời: 2022

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng. Đặt $g = x^3 - 2mx^2 + (m^2+1)x - m$

Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng khi $g(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 4.

$$\text{Mặt khác } g(x) = (x-m)(x^2 - mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ h(x) = x^2 - mx + 1 = 0. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} h(4) \neq 0 \\ m \neq 4 \\ h(m) \neq 0 \\ \Delta_h = m^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{17}{4} \\ m \neq 4 \\ \begin{cases} m > 2 \\ m < -2. \end{cases} \end{cases}$$

Lại có m nguyên thuộc đoạn $[0; 2025]$ nên $m \in \{3\} \cup \{5; 6; \dots; 2025\} \Rightarrow$ có 2022 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4. Một trang giấy của một quyển sách tham khảo Toán học được căn lề trái là $2(cm)$, lề phải là $2(cm)$, lề trên $3(cm)$ và lề dưới là $3(cm)$ phần bên trong sẽ dùng để in chữ. Biết diện tích phần in chữ là $384(cm^2)$. Để diện tích trang sách là nhỏ nhất thì chiều dài của trang sách bằng bao nhiêu cm?

Lời giải

Trả lời: 30

Gọi chiều rộng trang sách là $x(cm)$, $x > 4$

Suy ra chiều rộng phần in chữ bằng $x - 4(cm)$, chiều dài trang in bằng $\frac{384}{x-4}(cm)$

Khi đó chiều dài trang sách bằng $\frac{384}{x-4} + 6(cm)$

Ta có $x < \frac{384}{x-4} + 6 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 360 < 0$ kết hợp với $x > 4$ ta được $x \in (4; 5 + \sqrt{385})$

Diện tích trang sách bằng $S = x \left(\frac{384}{x-4} + 6 \right) (cm^2)$

Xét hàm số

$$S(x) = x \left(\frac{384}{x-4} + 6 \right), x \in (4; 5 + \sqrt{385}) \Rightarrow S'(x) = -\frac{1536}{(x-4)^2} + 6 \Rightarrow S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

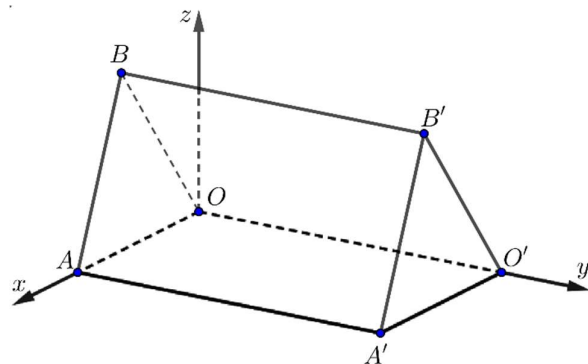
Lập bảng biến thiên hàm số $S(x)$ với $x \in (4; 5 + \sqrt{385})$ ta thấy $\min_{(4; 5 + \sqrt{385})} S(x) = S(20)$

Suy ra chiều dài trang sách bằng $\frac{384}{20-4} + 6 = 30(cm)$.

Câu 5. Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2, hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$.



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Trả lời: 1013

Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450cm và 240cm.

$$\Rightarrow A'A = 450\text{cm và } A'O' = 240\text{cm}.$$

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$,

$$\text{Do đó } A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323(\text{cm}).$$

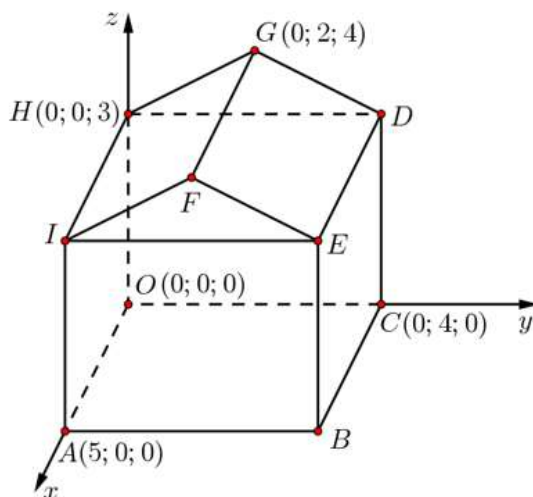
Vì $O'O = A'A = 450\text{cm}$ và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300) \text{ và } O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323(\text{cm}).$$

Vậy mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là 450cm, chiều rộng là 240cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

$$\Rightarrow a + b + c = 1013.$$

Câu 6: Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào một căn nhà như mô hình bên dưới, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là các hình chữ nhật. Số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng DE và hai mặt lần lượt là $(DEFG)$, $(DEIH)$ được gọi là góc dốc của mái nhà. Góc dốc của mái nhà trong mô hình là bao nhiêu độ?



Lời giải

Trả lời: 26,6

Từ mô hình ta dễ thấy rằng tọa độ của các điểm $E(5; 4; 3)$, $D(0; 4; 3)$, $F(5; 2; 4)$, $I(5; 0; 3)$.

Gọi φ là góc giữa 2 mặt phẳng $(DEFG)$ và $(DEIH)$. Ta có $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$, với $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ lần lượt

là các vectơ pháp tuyến của $(DEFG)$ và $(DEIH)$.

+ Dễ thấy rằng $(DEIH) \parallel (Oxy)$ nên $(DEIH)$ có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = \vec{k} = (0; 0; 1)$.

+ Mặt phẳng $(DEFG)$ có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\vec{DE}; \vec{DG}]$, với

$$\vec{DE} = (5; 0; 0), \vec{DG} = (0; -2; 1)$$

$$\text{ nên } \vec{n}_1 = [\vec{DE}; \vec{DG}] = (0; -5; -10).$$

$$\text{ Từ đó suy ra } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|-10|}{\sqrt{5^2 + 10^2}} = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \varphi \approx 26,6^\circ.$$

Vậy góc dốc của mái nhà trong mô hình xấp xỉ $26,6^\circ$

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan