



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

**ĐỀ KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG VECTO
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 03)**

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	D	C	A	D	C	C	D	B	C	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-8	11,6	26	9,53	23,6	5,1

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho tứ diện đều $ABCD$ có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là điểm A điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

A. 4. B. 2. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Có ba vectơ là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (-3; -2; 4)$. Tọa độ của vectơ $-2\vec{u}$ là:

- A.** $(6; -4; 8)$. **B.** $(3; 2; -4)$. **C.** $(-6; -4; 8)$. **D.** $(6; 4; -8)$.

Lời giải

Chọn D

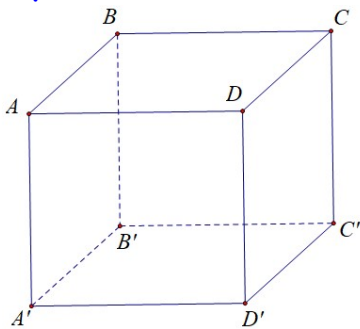
Ta có: $-2\vec{u} = (6; 4; -8)$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Có thể lập được hệ tọa độ $Oxyz$ nào sau đây.

- A.** Gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'B}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A}$.
B. Gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A}$.
C. Gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'B}$.
D. Gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'D}$.

Lời giải

Chọn C



+) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $B'B; B'C'; B'A$ không vuông góc với nhau từng đôi một vì $(\widehat{BB'; B'A}) = \widehat{AB'B} = 45^\circ$ nên không có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'B}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A}$.

+) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $B'A'; B'C'; B'A$ không vuông góc với nhau từng đôi một vì $(\widehat{B'A'; B'A}) = \widehat{AB'A'} = 45^\circ$ nên không có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A}$.

+) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $B'C'; B'A'; B'B$ đôi một vuông góc với nhau. Vì Hình lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên các vectơ $\overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'B}$ có cùng điểm đầu là B' và đều có độ dài bằng 1.

Từ các điều kiện trên, suy ra có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'B}$.

+) Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $B'A'; B'C'; B'D$ không vuông góc với nhau từng đôi một vì tam giác $B'C'D$ vuông tại $C' \Rightarrow (\widehat{B'C'; B'D}) = \widehat{DB'C'} \neq 90^\circ$ nên không có thể lập một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vectơ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{B'A'}; \overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A}$.

- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$; và vectơ $\overrightarrow{MN}(2;2;4)$. Tọa độ của điểm N là
- A. $(3;4;7)$. B. $(3;-4;7)$. C. $(3;4;-7)$. D. $(-3;-4;-7)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $N(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (x-1; y-2; z-3)$.

Mà $\overrightarrow{MN} = (2;2;4) \Rightarrow x=3; y=4; z=7$.

Vậy $N(3;4;7)$.

- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:
- A. $(2;-1;-3)$. B. $(-3;2;-1)$. C. $(2;-3;-1)$. D. $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

- Câu 6:** Cho $\vec{a} = (1;2;-3)$, $\vec{b} = (-2;-4;6)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\vec{a} = 2\vec{b}$. B. $\vec{b} = 2\vec{a}$. C. $\vec{b} = -2\vec{a}$. D. $\vec{a} = -2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} = (1;2;-3) \Rightarrow -2\vec{a} = (-2;-4;6) = \vec{b}$.

- Câu 7:** Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u} = (1;2;-1)$ và $\vec{v} = (0;1;-2)$ bằng
- A. -4 . B. 0 . C. 4 . D. 2 .

Lời giải

Chọn C

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.0 + 2.1 + (-1).(-2) = 4$.

- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1;-2;-1)$ và $\vec{b} = (2;1;-1)$. Giá trị của $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ là
- A. $-\frac{1}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{-\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1.2 + (-2).1 + (-1).(-1)}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{4+1+1}} = \frac{1}{6}$.

- Câu 9:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$.
- A. $k=0$. B. $k=1$. C. $k=4$. D. $k=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{BA'} + k\overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{BC'} + k\overrightarrow{C'B}$

Suy ra $\overrightarrow{BC'} = -k\overrightarrow{C'B} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC'} = k\overrightarrow{BC'}$
 Vậy $k=1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0;1;3)$ và $\vec{b} = (-2;3;1)$. Nếu $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b}$ thì tọa độ của vectơ $\vec{x}$ là:

- A.** $\vec{x} = \left(4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\vec{x} = \left(4; -\frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\vec{x} = \left(-4; \frac{9}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\vec{x} + 3\vec{a} = 4\vec{b} \Rightarrow \vec{x} = 2\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} = \left(2 \cdot (-2) - \frac{3}{2} \cdot 0; 2 \cdot 3 - \frac{3}{2} \cdot 1; 2 \cdot 1 - \frac{3}{2} \cdot 3\right) = \left(-4; \frac{9}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$; $B(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy để tam giác ABC vuông tại A .

- A.** $\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;2;0)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $C(0;y;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;-2;3)$; $\overrightarrow{AC} = (-1;y-1;0)$

Để tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -1 - 2(y-1) + 0 = 0 \Leftrightarrow -2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$.

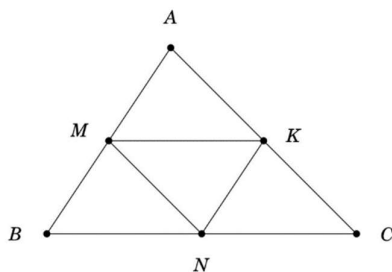
Vậy tọa độ của điểm C là $C\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3;3;-6)$, $B(1;3;2)$, $C(-1;-3;1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Tọa độ trọng tâm E của tam giác MNK là

- A.** $E(1;1;-1)$. **B.** $E(-1;2;-1)$. **C.** $E(2;1;-1)$. **D.** $E(-1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A



Hai tam giác ABC và MNK có cùng trọng tâm. Suy ra $E(1;1;-1)$

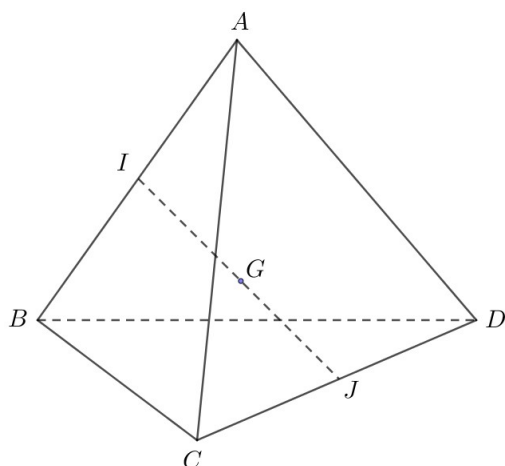
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = 2b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và $IJ = 2c$, M là một điểm bất kỳ và G là trọng tâm của tứ diện.

- a)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
 c) $MA^2 + MB^2 = 2MI^2$.
 d) Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ bằng $2(a^2 + b^2 + 2c^2)$.

Lời giải



a) **Đúng:** Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \underbrace{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}}_{\vec{0}} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Vậy a) **Đúng**.

b) **Sai:** Do I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên G trung điểm IJ và nên ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI} + 2\overrightarrow{AJ} = 2(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ}) = 2.2\overrightarrow{AG} = 4\overrightarrow{AG}.$$

Do đó b) **Sai**.

c) **Sai:** Ta có $MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 = MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA}$

$$\text{và } MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = MI^2 + IB^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB}.$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2a^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \quad (\text{do } IA = IB = a) \\ = 2MI^2 + 2a^2 \quad (\text{do } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}). \quad (1)$$

Do đó c) **Sai**.

d) **Đúng:** Tương tự câu c), ta có $MC^2 + MD^2 = 2MJ^2 + 2b^2. \quad (2)$

Do G là trung điểm IJ nên ta cũng có $MI^2 + MJ^2 = 2MG^2 + 2c^2. \quad (3)$

Từ (1), (2) và (3), suy ra $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + 2(a^2 + b^2 + 2c^2).$

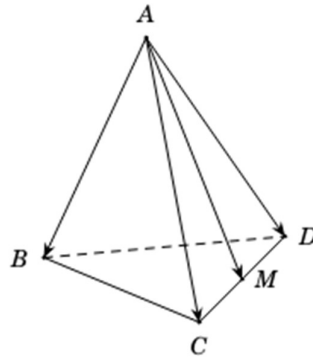
Do đó $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \geq 2(a^2 + b^2 + 2c^2).$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $MG = 0$ hay M trùng với G .

Vậy $P_{\min} = 2(a^2 + b^2 + 2c^2)$ khi điểm M trùng với trọng tâm tứ diện.

Do đó d) **Đúng**.

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD .



- a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.
 c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

- a) **Đúng** : Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ suy ra a)
 b) **Đúng** : Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$. suy ra b)
đúng.

- c) **Đúng** : Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

Mặt khác AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{CD}$.
 Suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$ suy ra c) **đúng**.

- d) **Sai** : Ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{a^2}{2}$ suy ra d) **sai**.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1), B(2;0;-1), C(6;1;0)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 2)$.
 b) Đỉnh D của hình bình hành $ABCD$ có tọa độ $D(5;3;2)$.
 c) Xét hình hộp $ABC.OB'C'$. Khi đó, tam giác $OB'C'$ có trọng tâm $G(2; -1; -1)$.
 d) Gọi E là trọng tâm của tam giác ABC , M là một điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) . Khi đó, độ dài EM ngắn nhất bằng 2.

Lời giải

- a) **sai**.: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$. Ta tính được $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$, do đó a)

b) Đúng: $ABCD$ là hình bình hành thì $\overline{AB} = \overline{DC}$. Ta có
$$\begin{cases} 6 - x_D = 1 \\ 1 - y_D = -2 \\ 0 - z_D = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = 3 \\ z_D = 2 \end{cases}$$

Tìm được $D(5;3;2)$, do đó b)

c) Đúng: Gọi E là trọng tâm của tam giác ABC , ta tìm được $E(3;1;0)$. Có $\overline{EG} = \overline{AO} = (-1; -2; -1)$. Từ đó tính được $G(2; -1; -1)$, do đó c) **đúng**.

d) Sai: EM ngắn nhất khi M là hình chiếu của E trên mặt phẳng (Oxz) . Tìm được $M(3;0;0)$. Khi đó $EM = 1$, do đó d)

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overline{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

a) Tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.

b) Gọi $C(a; b; c)$ thỏa mãn $\triangle ABC$ nhận $G(1; 1; 1)$ làm trọng tâm. Khi đó $a + b + c = -4$.

c) Nếu $A, B, M(x; y; 1)$ thẳng hàng thì tổng $x + y = 3$.

d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Lời giải

a) Đúng: Ta có tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.

b) Đúng: G là trọng tâm $\triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2+5+x_C}{3} \\ 1 = \frac{-1-5+y_C}{3} \\ 1 = \frac{5+7+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -4 \\ y_C = 9 \\ z_C = -9 \end{cases} \Rightarrow C(-4; 9; -9)$.

Suy ra $a + b + c = -4$.

c) Đúng: Ta có $\overline{AB} = (3; -4; 2)$, $\overline{AM} = (x-2; y+1; -4)$.

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi và chỉ khi $\overline{AM} = k\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = k \cdot 3 \\ y+1 = k(-4) \\ -4 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \\ k = -2 \end{cases}$

Suy ra $x + y = 3$.

d) Sai. Ta có $N \in (Oxy) \Rightarrow N(x; y; 0)$ suy ra $\overline{AN} = (x-2; y+1; -5)$, $\overline{AB} = (3; -4; 2)$.

Ta có $\triangle ABN$ vuông cân tại $A \Leftrightarrow \begin{cases} AN \perp AB & (1) \\ AN = AB & (2) \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3(x-2) - 4(y+1) - 10 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - 5.$$

$$(2) \Leftrightarrow AN^2 = AB^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + 25 = 9 + 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(\frac{3x}{4} - 4\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + \frac{9x^2}{16} - 6x + 16 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{16}{5}$$

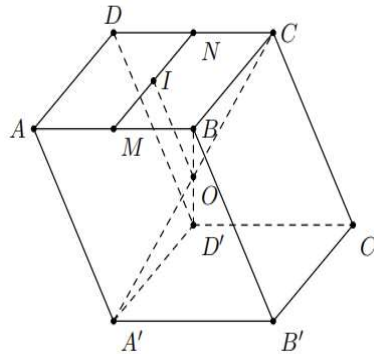
$$\text{Suy ra } y = -\frac{13}{5} \Rightarrow N\left(\frac{16}{5}; -\frac{13}{5}; 0\right). \text{ Vậy } x_N + y_N = \frac{3}{5}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Tìm số thực k thỏa mãn $\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = k\overrightarrow{OI}$.

Lời giải

Trả lời: -8 .



$$+ \text{Gọi } M, N \text{ lần lượt là trung điểm } AB, CD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{ON} \end{cases}$$

$$+ \text{Vì } I \text{ là trung điểm } MN \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OI}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2\overrightarrow{OI} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DB'}\right) \\ &= -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y}) \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = -8\overrightarrow{OI} \Rightarrow k = -8. \end{aligned}$$

Câu 2: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



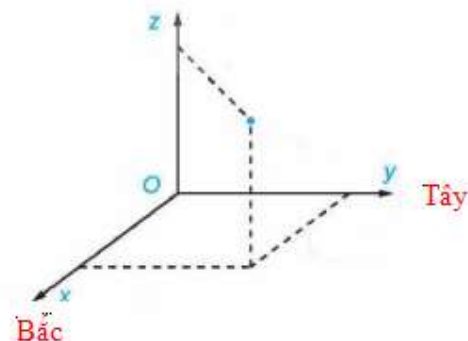
Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba so với vị trí tại điểm xuất phát của nó là bao nhiêu km ?

Lời giải

Trả lời: 11,6 .

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).

Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-60; -40; 2)$. Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$. Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ $(10; 5; 3)$.



khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là: $\sqrt{10^2 + 5^2 + 3^2} \approx 11,6(km)$.

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 3), B(3; 0; -1), C(1; 4; 7)$. Giả sử điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Tính MI^2 với $I(0; 3; 4)$.

Lời giải

Trả lời: 26 .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + MC^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 3\overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2. \end{aligned}$$

Ta chọn điểm G sao cho: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow G(1; 2; 3)$.

Ta có: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3\overrightarrow{MG}^2 + (\overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2)$ và $\overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2$ không đổi.

Do đó: $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\overrightarrow{MG}^2 = MG^2$ nhỏ nhất, khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxy)

$$\Rightarrow M(1;0;0) \Rightarrow MI^2 = 26.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $S(1;2;3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 9,53.

$$A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c).$$

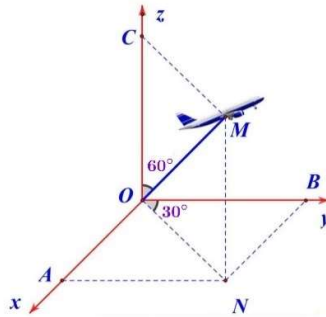
$$\overrightarrow{SA} = (a-1; -2; -3); \overrightarrow{SB} = (-1; b-2; -3); \overrightarrow{SC} = (-1; -2; c-3).$$

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SB} \\ \overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SC} \\ \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=14 \\ 2b+3c=14 \\ a+3c=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=\frac{7}{2} \\ c=\frac{7}{3} \end{cases}.$$

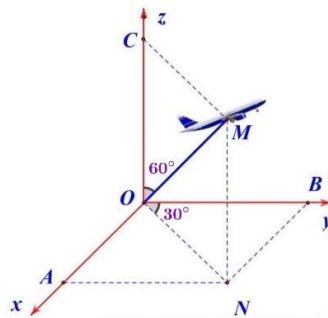
$$\text{Do } SA, SB, SC \text{ đôi một vuông góc, nên: } V_{SABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{343}{36} = 9,53$$

Câu 5: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình vẽ, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, biết $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 30^\circ$, $\widehat{MOC} = 60^\circ$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 23,6



* Xét tam giác vuông OMC có:

$$\bullet OC = OM \cdot \cos 60^\circ = 14 \cdot \cos 60^\circ = 7 \Rightarrow c = 7.$$

$$\bullet CM = OM \cdot \sin 60^\circ = 14 \cdot \sin 60^\circ = 7\sqrt{3}.$$

* Xét tam giác vuông ONB có:

$$\bullet BN = ON \cdot \sin 30^\circ = \frac{7\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{7\sqrt{3}}{2}.$$

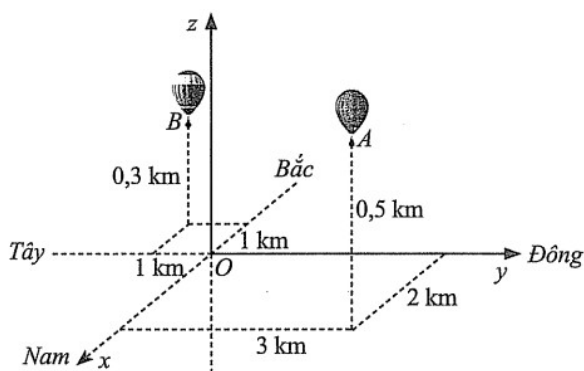
$$\bullet OB = ON \cdot \cos 30^\circ = 7\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \frac{21}{2}.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{21}{2} + 7 \approx 23,6.$$

Câu 6: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Lời giải

Trả lời: 5,1



Hình 7

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

Khi đó $O(0;0;0)$, $A(2;3;0,5)$, $B(-1;-1;0,3)$ lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ trục tọa độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.

Gọi M là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi $B'(-1;-1;-0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $MA + MB = MA + MB'$.

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi $MA + MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A , B' , M thẳng hàng.

Gọi $M(x_M; y_M; 0)$, suy ra $\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0,5)$, $\overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0,3)$.

A , B' , M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB'}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{-1-x_M}{2-x_M} = \frac{-1-y_M}{3-y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right).$$

Khi đó $\min(MA + MB) = \min(MA + MB') = AB' \approx 5,1 \text{ km}$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan