



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 2 Dãy Số- CSC- CSN
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 03)**

TRẢ LỜI ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG TRẢ LỜI TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	B	D	D	D	D	B	D	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) S	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,16	159	1890	1536	4049	20

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2025$, công sai $d = -11$. Khi đó công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng đó là

A. $u_n = 2025 - 11(n - 1)$.

B. $u_n = 2025 - 11n$.

C. $u_n = 2025 - 11(n + 1)$.

D. $u_n = 2025 + 11(n - 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = -3$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đó là

A. $S_n = \frac{n[10 - 3(n - 1)]}{2}$.

B. $S_n = \frac{n[10 + 3(n - 1)]}{2}$.

C. $S_n = \frac{n[6 + 5(n - 1)]}{2}$.

D. $S_n = \frac{n[5 - 3(n - 1)]}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_n = \frac{n[2u_1 + d(n - 1)]}{2}$.

Câu 3: Trong các dãy số sau dãy nào là một cấp số nhân.

A. $1; -3; 9; -27; 81$.

B. $1; -3; 9; -27; -81$.

C. $1; 3; -9; 27; 81$.

D. $1; 3; 9; 27; 91$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có dãy số $1; -3; 9; -27; 81$ là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = -3$.

Câu 4: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$, công bội $q = 2$. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

A. $u_n = 5.2^n$.

B. $u_n = 5.2^{n-1}$.

C. $u_n = 5.2^{n+1}$.

D. $u_n = 2.5^{n-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Câu 5: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A. $S_n = 3 \frac{(-2)^{n-1} - 1}{2}$.

B. $S_n = 3 \frac{(-2)^n - 1}{2}$.

C. $S_n = (-2)^n - 1$.

D. $S_n = 1 - (-2)^n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} (\forall q \neq 1)$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Viết 5 số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = -3; u_2 = -1; u_3 = 1; u_4 = 3; u_5 = 7$.

B. $u_1 = 1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

C. $u_1 = -1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

D. $u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 7$.

Lời giải

Chọn D

Với dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$ ta thay lần lượt $n = 1; n = 2; \dots; n = 5$ ta được

$u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 7$

Câu 7: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số cho bằng phương pháp truy hồi.

A. Dãy số $1; 3; 7; 9; 10$. **B.** Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 4 \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Trong các dãy số có số hạng tổng quát sau đây nào là dãy số tăng.

A. $u_n = \frac{2}{3^n} - 1$.

B. $u_n = 1 - 3n$.

C. $u_n = 2 - 3^n$.

D. $u_n = 2n - 3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số bị chặn.

A. $u_n = 2^n$.

B. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

C. $u_n = 2n$.

D. $u_n = 1 - 2n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn dưới bởi 0.

Ta có $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{2} \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn trên bởi $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số là một cấp số cộng.

A. $1; 3; 7; 9; 10$.

B. Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 + u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa ta có dãy số (u_n) với $u_n = 2 + u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số cộng.

Câu 11: Người ta muốn trồng 10 hàng cây theo quy luật: Hàng thứ nhất có 10 cây; Hàng thứ hai có 12; Hàng thứ ba có 14; ... Cứ như thế, số cây ở hàng sau nhiều hơn số cây ở hàng trước là 2 cây. Hỏi số cây ở hàng cuối cùng bằng bao nhiêu?

- A. 38. B. 30. C. 32. D. 28.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có số cây của mỗi hàng theo thứ tự là một cấp số cộng có $u_1 = 10$ công sai $d = 2 \Rightarrow u_{10} = 10 + 9 \cdot 2 = 28$.

Câu 12: Người ta nghiên cứu sự sinh sản của một loại vi rút trong 10 ngày nhận thấy quy luật: Ngày thứ nhất có 10 con; ngày thứ hai có 20 con; Ngày thứ ba có 40 con; ... Cứ như thế, số con vi rút ở ngày sau nhiều gấp đôi số con vi rút ở ngày trước. Hỏi tổng số con vi rút đã có trong 10 ngày đó bằng bao nhiêu?

- A. 140. B. 10240. C. 1024. D. 10230.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa cấp số nhân ta có số con vi rút của mỗi ngày theo thứ tự là một cấp số nhân có $u_1 = 10$ công bội $q = 2 \Rightarrow S_{10} = 10 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 10230$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

- a) $u_1 = 2$.
b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
c) $u_n > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
d) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

Lời giải

a) Ta có $u_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2$ suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $u_{n+1} - u_n = n + 1 + \frac{1}{n+1} - n - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra dãy số (u_n) là dãy số tăng. suy ra mệnh đề **đúng**.

c) vì dãy số (u_n) là dãy số tăng nên $u_n > u_1 = 2, \forall n \geq 2$. suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Dãy số (u_n) có $u_n = n + \frac{1}{n} > n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số này không bị chặn trên suy ra dãy số không bị chặn. suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Cho cấp số cộng có các số hạng $-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cấp số cộng đã cho có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 2$.
b) Cấp số cộng đã cho có $u_5 = -1 + 4d$.
c) Cấp số cộng đã cho có tổng của 100 số hạng đầu tiên là 1475.
d) Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{98} + u_{100} = 7450$.

Lời giải

a) CSC có số hạng đầu là $u_1 = -1$, công sai $d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 3$. Mệnh đề đã cho là **Sai**.

b) $u_5 = u_1 + 4d = -1 + 4d$. Mệnh đề đã cho là **Đúng**.

c) Công thức tính tổng của n số hạng đầu $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d)$

$$S_{100} = \frac{100}{2}(2 \cdot (-1) + 99 \cdot 3) = 14750. \text{ Mệnh đề đã cho là Sai.}$$

d) Ta có $u_2; u_4; u_6; \dots; u_{100}$ gồm 50 số hạng lập thành 1 CSC có $u_1 = 2, d = 6$

Suy ra tổng của 50 số hạng đầu tiên của CSC mới là:

$$u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100} = S_{50} = \frac{50}{2}(2 \cdot 2 + (50-1) \cdot 6) = 7450. \text{ Mệnh đề đã cho đúng.}$$

Câu 3: Anh An đang tập đầu tư chứng khoán. Ở cuối mỗi lần đầu tư, anh An hoặc mất hết tiền đã đầu tư hoặc lời bằng số tiền đã bỏ ra. Ví dụ, nếu anh An đầu tư a đồng, anh An sẽ mất a đồng nếu lỗ và sẽ có a đồng tiền lãi nếu lời.

Lần đầu tiên anh đầu tư 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đầu tư gấp đôi lần trước. Anh An lỗ 9 lần liên tiếp và lời ở lần thứ 10.

a) Số tiền đầu tư lần thứ 2 là 400.000 đồng.

b) Số tiền anh An lỗ lần thứ 9 là 5.120.000 đồng.

c) Số tiền đã thua trong 5 lần đầu là 620.000 đồng.

d) Sau lần thứ 10 thì anh An hòa vốn.

Lời giải

Nhận xét: Số tiền đầu tư mỗi lần được tính theo cấp số nhân với $u_1 = 20.000$ và công bội là $q = 2$.

a) Số tiền đầu tư lần thứ 2 là

$$u_2 = 20.000 \times 2 = 40.000 \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

b) Số tiền anh An lỗ lần thứ 9 là

$$u_9 = u_1 \times q^8 = 20.000 \times 2^8 = 5.120.000 \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

c) Số tiền đã lỗ trong 5 lần đầu là

$$S_5 = u_1 + u_2 + \dots + u_5 = \frac{u_1(1 - q^5)}{1 - q} = 620.000 \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

d) Vì anh An lỗ hết cả 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền lỗ là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1 - q^9)}{1 - q} = 10.220.000$$

Số tiền mà anh An lời trong lần thứ 10 là

$$u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 10.240.000$$

Ta có $u_{10} - S_9 = 20.000 > 0$ nên anh An lời 20.000 suy ra mệnh đề sai.

Câu 4: Cho cấp số nhân có hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng $\frac{1}{16}$.

a) Công bội q của cấp số nhân đã cho là số âm.

b) Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là $u_1 = 2$.

c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân bằng $\frac{2044}{512}$.

d) Tổng $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_n} = -\frac{1}{2}(1-2^n)$.

Lời giải

a) Gọi q là công bội của cấp số nhân.

Do hai số hạng đầu tiên là các số dương nghĩa là $u_1 > 0; u_2 > 0$ mà $u_2 = u_1 \cdot q$. Suy ra $q > 0$.

Suy ra a) sai.

b) Ta có: $\begin{cases} u_1 \cdot u_3 = 1 \\ u_3 \cdot u_5 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2 \cdot q^2 = 1 \\ u_1^2 \cdot q^6 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2 \cdot q^2 = 1 \\ q^4 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$.

Do $q > 0$ nên $q = \frac{1}{2}$

Suy ra b) đúng.

c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1023}{256}$.

Suy ra c) sai.

d) Ta có: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{2-n} \Rightarrow \frac{1}{u_n} = \frac{1}{2^{2-n}} \Rightarrow \frac{1}{u_{n-1}} = \frac{1}{2^{3-n}}$.

Suy ra $\frac{1}{u_n} : \frac{1}{u_{n-1}} = 2$. Do đó dãy các số hạng $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots; \frac{1}{u_n}$ lập thành cấp số nhân có công bội $q_1 = 2$.

Suy ra $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{\frac{1}{u_1}(1-q_1^n)}{1-q_1} = \frac{\frac{1}{2}(1-2^n)}{1-2} = -\frac{1}{2}(1-2^n)$.

Suy ra d) đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người muốn mua một chiếc điện thoại có giá 15 triệu theo hình thức trả góp trong vòng 1 năm. Người mua có thể thanh toán hàng tháng bằng hai cách:

Cách 1: Trả trước 5 triệu đồng, các khoản thanh toán hàng tháng bằng nhau trong một năm sẽ là khoảng 900 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_1 .

Cách 2: Trả trước 0 đồng thì khoản thanh toán tháng đầu là 1 triệu đồng và tháng sau nhiều hơn tháng trước 60 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_2 .

Tính giá trị của $L_2 - L_1$, làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Trả lời: 0,16

Theo cách 1: Tổng số tiền phải trả sau một năm là $S_1 = 5 + 0,9 \cdot 12 = 15,8$.

Khi đó, số tiền lãi phải trả thêm là $L_1 = 15,8 - 15 = 0,8$.

Theo cách 2: Số tiền phải trả hàng tháng tạo thành một cấp số cộng có $u_1 = 1; d = 0,06$.

Tổng số tiền phải trả sau một năm là $S_2 = \frac{12(2u_1 + 11d)}{2} = \frac{12(2.1 + 11.0,06)}{2} = 15,96$.

Khi đó, số tiền lãi phải trả thêm là $L_2 = 15,96 - 15 = 0,96$.

Vậy $L_2 - L_1 = 0,96 - 0,8 = 0,16$.

Câu 2: Một cấp số cộng có công sai nằm trong khoảng $(0;10)$ và thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} S_6 = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases}$$

Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số này, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

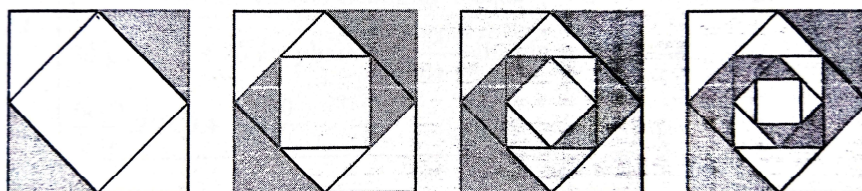
Lời giải

Trả lời: 159

$$\begin{aligned} &\begin{cases} S_6 = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2u_1 + 5d) = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -1 - \frac{5}{2}d \\ \frac{1}{-1 - \frac{5}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{3}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{1}{2}d} + \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}d} = 0 \end{cases} \quad (2) \\ &(2) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{-1 - \frac{5}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{3}{2}d} \right) + \left(\frac{1}{-1 - \frac{1}{2}d} + \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}d} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{d^3 - 7d^2 - 12d - 4}{(\frac{15}{4}d^2 - 4d + 1)(-\frac{1}{4}d^2 + 1)} = 0 \\ &\Rightarrow d^3 - 7d^2 - 12d - 4 = 0 \Leftrightarrow (d+1)(d^2 - 8d - 4) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ d = 4 + 2\sqrt{5} \\ d = 4 - 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_1 = -11 - 5\sqrt{5} \\ u_1 = -11 + 5\sqrt{5} \end{cases} \text{ Với } d \in (0;10) \Rightarrow \text{chọn } d = 4 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

Tổng của 10 số hạng đầu $S_{10} = \frac{10}{2}(2(-11 - 5\sqrt{5}) + 9(4 + 2\sqrt{5})) = 70 + 40\sqrt{5} \approx 159$.

Câu 3: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một viên gạch hình vuông kích thước $8m \times 8m$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu và tô kín màu lên hai tam giác đối diện. Quá trình vẽ và tô theo qui luật đó được lặp lại 6 lần. Biết tiền nước sơn để sơn $1m^2$ là 60 nghìn đồng. Hỏi số tiền nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông đó là bao nhiêu nghìn đồng?



Lời giải

Trả lời: 1890.

Gọi S_i là diện tích tam giác cần sơn màu mỗi lần tạo ra hình vuông thứ i , S là diện tích hình vuông ban đầu.

$$\text{Ta có } S_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}S\right); S_2 = \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{2}S\right); S_3 = \frac{1}{2^3}\left(\frac{1}{2}S\right); S_4 = \frac{1}{2^4}\left(\frac{1}{2}S\right); S_5 = \frac{1}{2^5}\left(\frac{1}{2}S\right); S_6 = \frac{1}{2^6}\left(\frac{1}{2}S\right)$$

Tổng diện tích cần sơn là

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7}\right)S &= \frac{\frac{1}{2^2}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1 - \frac{1}{2}}S \\ &= \frac{1}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right)S \\ &= \frac{63}{128}S = \frac{63}{128} \cdot 8.8 = \frac{63}{2}(\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$\text{Tổng tiền sơn là } 60 \cdot \frac{63}{2} = 1890.$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_4 - u_2 = 72$ và $u_5 - u_3 = 144$. Số hạng u_8 của cấp số nhân đã cho có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1536.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 72 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 72 \\ u_1 q^2(q^2 - 1) = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 72 \\ 72q = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 72 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } u_8 = u_1 \cdot q^7 = 12 \cdot 2^7 = 1536.$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tổng

$$S = \frac{1}{u_2 \sqrt{u_1} + u_1 \sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3 \sqrt{u_2} + u_2 \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2025} \sqrt{u_{2024}} + u_{2024} \sqrt{u_{2025}}} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{b}}\right).$$

$$\text{Giá trị của } P = -2024a + b$$

Lời giải

Trả lời: 4049.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100.99}{2}d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Do đó } u_{2025} = u_1 + 2024d = 6073.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2024}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2025}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2025}}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6073}} \right). \end{aligned}$$

Câu 6: Ba số phân biệt có tổng là 434 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 3, thứ 10, thứ 45 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 1480?

Lời giải

Trả lời: 20.

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 3, thứ 10, thứ 45 của một cấp số cộng nên ta có: $x = u_3; y = u_{10} = x + 7d; z = u_{45} = x + 42d$.

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 434$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

$$\text{Với } d = 0, \text{ ta có: } x = y = z = \frac{434}{3}. \text{ Suy ra } n = 1570: \frac{434}{3} = \frac{2355}{217} \notin \mathbb{N}.$$

$$\text{Với } -4x + 7d = 0, \text{ ta có: } \begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ d = 8 \end{cases}. \text{ Suy ra } u_1 = u_3 - 2d = 14 - 2.8 = -2.$$

$$\text{Do đó, } S_n = 1570 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 1480 \Leftrightarrow \frac{[2.3 + 4(n-1)]n}{2} = 1480 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{37}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>