



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 2 Dãy Số- CSC- CSN
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 02)**

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	A	D	C	C	A	D	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2	-64	404	13	20	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng có các số hạng đầu là 1, 4, 7, 10, 13, Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 3n + 1$.

B. $u_n = 3n - 1$.

C. $u_n = 3n - 2$.

D. $u_n = 3n$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Ta có số hạng tổng quát

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 3(n-1) = 3n - 2$$

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Tổng 3 số hạng đầu của cấp số cộng là

A. $S_3 = -9$.

B. $S_3 = -1$.

C. $S_3 = -3$.

D. $S_3 = -8$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số cộng khai triển 3 số hạng đầu $-5; -3; -1$.

Vậy tổng 3 số hạng đầu $S_3 = -5 + (-3) + (-1) = -9$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $u_2 = \frac{7}{2}$.

B. $u_2 = 3$.

C. $u_2 = \frac{9}{2}$.

D. $u_2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Ta có số hạng thứ hai

$$u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $u_n = u_1 + q^{n-1}, n \geq 2$.

B. $u_n = u_{n-1} \cdot q, n \geq 2$.

C. $u_2 = u_1 \cdot q$.

D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Mệnh đề A sai.

Câu 5: Cho cấp số nhân có công bội $q > 0$ và các số hạng đầu là $4, u_2, 64, \dots$. Giá trị của u_2 là

A. $u_2 = 128$.

B. $u_2 = 34$.

C. $u_2 = -16$.

D. $u_2 = 16$.

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Công thức ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân $u_k^2 = u_{k+1} \cdot u_{k-1}$, $k \geq 2$ nên ta có

$$u_2^2 = u_3 \cdot u_1 = 64 \cdot 4 = 256 = (\pm 16)^2 \text{ vì } q > 0 \text{ nên } u_2 = 16.$$

Câu 6: Cho dãy số vô hạn $2; 4; 6; \dots; 2n, \dots$. Mệnh đề **đúng** là

- A. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là $2n$.
- B. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là 6.
- C. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2n$.
- D. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2(n-1)$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Nhìn vào dãy số ta thấy $u_1 = 2 \cdot 1 = 2$ là số hạng đầu và $u_n = 2n$ là số hạng tổng quát.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 \\ u_n = u_{n-1} + 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Dãy số cho bằng

- A. công thức số hạng tổng quát.
- B. phương pháp mô tả.
- C. phương pháp truy hồi.
- D. phương pháp liệt kê.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Dãy số cho biết một số hạng đầu và công thức tìm số hạng này theo số hạng kia là dạng truy hồi

Câu 8: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = n^2$, dãy $(b_n): b_n = 2n + 1$, dãy $(c_n): c_n = \frac{1}{n}$, dãy $(d_n): d_n = 3^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào giảm?

- A. (c_n) .
- B. (a_n) .
- C. (b_n) .
- D. (d_n) .

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Xét $a_{n+1} - a_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

$b_{n+1} - b_n = 2(n+1) + 1 - (2n + 1) = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

Xét $c_{n+1} - c_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số giảm.

$d_{n+1} - d_n = (3)^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

Vậy dãy số giảm là dãy (c_n) .

Câu 9: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = 3 - n$, dãy $(b_n): b_n = \frac{2}{n+1}$, dãy $(c_n): c_n = 2n + 3$, dãy $(d_n): d_n = 2^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào bị chặn?

- A. (a_n) .
- B. (c_n) .
- C. (d_n) .
- D. (b_n) .

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Dãy (a_n) giảm và $3 - n \leq 2$ nên dãy số bị chặn trên.

Dãy (b_n) giảm và $0 < \frac{2}{n+1} \leq \frac{2}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn.

Dãy (c_n) tăng và $2n + 3 \geq 5$ nên dãy số bị chặn dưới.

Dãy (d_n) tăng và $2^n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}$ nên dãy số bị chặn dưới.

Vậy dãy số bị chặn là (b_n) .

Câu 10: Dãy số nào sau đây **không phải** là một cấp số cộng?

A. 1; 3; 5; 7; 9.

B. (u_n) với $u_n = n + 2$.

C. (v_n) với $v_n = -n$.

D. 1; 4; 9; 16.

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Ta thấy $4 - 1 \neq 9 - 4$ nên dãy số không phải là cấp số cộng.

Câu 11: Số đo ba góc của một tam giác vuông theo thứ tự lần lượt a, b, c là một cấp số cộng. Số đo các góc của tam giác đó là

A. $10^\circ; 60^\circ; 110^\circ$.

B. $15^\circ; 60^\circ; 105^\circ$.

C. $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$.

D. $40^\circ; 60^\circ; 80^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Theo tính chất ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng ta có

$$\begin{cases} a + b + c = 180 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 180 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 60 \\ a + c = 120 \end{cases}$$

Mà giả thiết bài toán cho tam giác là vuông nên góc lớn nhất bằng 90° .

Vậy số đo ba góc lần lượt là $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) hữu hạn có n số hạng và có $u_1 = -10$ và công bội $q = -3$. Tổng n số hạng của cấp số nhân là $S_n = -610$. Dãy số có

A. 5 số hạng.

B. 3 số hạng.

C. 4 số hạng.

D. 6 số hạng.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$\text{Ta có } S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} \Leftrightarrow \frac{-10(1 - (-3)^n)}{1 - (-3)} = -610 \Leftrightarrow 1 - (-3)^n = 244 \Leftrightarrow (-3)^n = -243 \Leftrightarrow n = 5$$

Vậy dãy số có 5 số hạng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số hạng $u_1 = \frac{1}{3}$.
- b) Số hạng $u_3 = \frac{3}{7}$.
- c) $\frac{15}{31}$ là số hạng thứ 15 của dãy số.
- d) $u_{2024} + u_{2025} > 1$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai.

a) **Đúng.** Số hạng $u_1 = \frac{1}{1.3} = \frac{1}{3}$.

b) **Đúng.** Ta có

$$u_3 = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} = \frac{1}{2} \left(\frac{3-1}{3.1} + \frac{5-3}{5.3} + \frac{7-5}{7.5} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{7} \right) = \frac{3}{7}.$$

c) **Đúng.** Ta có: $u_n = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} \right)$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1}$$

Vậy số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = \frac{n}{2n+1}$. Do đó $\frac{15}{31}$ là số hạng thứ 15 của dãy số.

d) **Sai.** Ta có: $u_{2024} + u_{2025} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = n^2 - \frac{3}{2}n$.

- a) Ta có $S_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = 1$.
- b) Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = 1$.
- c) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$.
- d) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2.

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có $S_1 = 1^2 - \frac{3}{2}.1 = -\frac{1}{2}$ và $S_2 = 2^2 - \frac{3}{2}.2 = 1$. Suy ra mệnh đề a) **đúng**.

b) **Sai.** Với $n \geq 2$ thì $u_n = S_n - S_{n-1}$. Do đó, $u_2 = S_2 - S_1 = \frac{3}{2}$. Suy ra mệnh đề b) **sai**.

c) **Đúng.** Ta có:

$$u_n = S_n - S_{n-1}$$

$$u_n = n^2 - \frac{3}{2}n - (n-1)^2 + \frac{3}{2}(n-1) = n^2 - \frac{3}{2}n - n^2 + 2n - 1 + \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} + 2n, \text{ với } n \geq 2. \text{ Suy ra mệnh đề c) đúng.}$$

d) Đúng. Ta có $u_n = -\frac{5}{2} + 2n \Rightarrow u_{n+1} = -\frac{5}{2} + 2(n+1) = -\frac{5}{2} + 2n + 2 = \frac{1}{2} + 2n$.

Suy ra $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2} + 2n - \left(-\frac{5}{2} + 2n\right) = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2. Suy ra mệnh đề d) **đúng**.

Câu 3: Một người muốn kí hợp đồng với một cơ sở khoan giếng để khoan một cái giếng lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Cơ sở khoan giếng A đưa ra định mức giá như sau: Giá mỗi mét khoan là 500000 đồng. Cơ sở khoan giếng B đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Gọi u_n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$) là giá của mét khoan thứ n của cơ sở B thực hiện. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $u_1 = 100000$ đồng.

b) $u_2 = 30000$ đồng.

c) Nếu gia đình lựa chọn cơ sở khoan giếng A và khoan sâu n mét thì số tiền phải thanh toán cho cơ sở đó là 500000 n đồng.

d) Nếu gia đình đó phải khoan giếng sâu trên 30 mét thì gia đình đó lựa chọn cơ sở A để tiết kiệm hơn.

Lời giải

a) Đúng. Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng nên ta có $u_1 = 100.000$ đồng. Suy ra **a) đúng**.

b) Sai. Kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó nên $u_2 = u_1 + 30000 = 130000$ đồng. Suy ra **b) sai**.

c) Đúng. Cơ sở A có giá mỗi mét khoan là 500000 đồng nên khi khoan sâu n mét thì số tiền phải thanh toán cho cơ sở này là $T_A = 500000n$ đồng. Suy ra **c đúng**.

d) Đúng. Theo giả thiết, ta có $u_1 = 100.000$ và $u_{n+1} - u_n = 30.000$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Ta có (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100000$ và công sai $d = 30000$.

Số tiền gia đình thanh toán cho cơ sở khoan giếng B chính là tổng các số hạng của cấp số cộng có công sai d . Suy ra số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng B khi giếng khoan sâu n mét là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2.100000 + (n-1)30000]}{2} = 15000n^2 + 85000n.$$

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng A khi giếng khoan sâu n mét là: $T_A = n.500000 = 500000n$ đồng.

Để chọn cơ sở B để thanh toán tiết kiệm hơn thì $15000n^2 + 85000n < 500000n \Leftrightarrow n \in \left(0; \frac{83}{3}\right)$.

Khi đó giếng sâu dưới 27 mét thì thuê cơ sở B tiết kiệm hơn. Giếng sâu trên 30 mét thì nên chọn cơ sở A để tiết kiệm hơn. Suy ra **d) đúng**.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) gồm các số hạng 5; 10; 20; ...; 163840.

- a) Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lần lượt là $u_1 = 5, q = 5$
- b) Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = 80$
- c) Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là $S_8 = 1275$
- d) Cấp số nhân đã cho là dãy số hữu hạn gồm có 15 số hạng

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) Sai. Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lần lượt là $u_1 = 5, q = 2$. Vậy a) Sai

b) Đúng. Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = u_1 q^{4-1} = 5 \cdot 2^4 = 80$. Vậy b) Đúng

c) Đúng. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là $S_8 = u_1 \frac{1-q^8}{1-q} = 5 \cdot \frac{1-2^8}{1-2} = 1275$. Vậy c) Đúng

d) Sai. Xét cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5, q = 2$

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 163840 = 5 \cdot 2^{n-1}$

$$\Leftrightarrow 2^{n-1} = 32768$$

$$\Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{15}$$

$$\Leftrightarrow n-1 = 15$$

$$\Leftrightarrow n = 16$$

Vậy cấp số nhân đã cho có 16 số hạng $\Rightarrow$ d) Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị của a để 3 số $1-a, a^2, 1+a$ lập thành một cấp số cộng?

Lời giải

Trả lời: 2

Ba số $1-a, a^2, 1+a$ lập thành một cấp số cộng khi: $1-a+1+a = 2a^2 \Leftrightarrow a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 2: Ba số tạo thành một cấp số cộng có công sai dương và tổng bằng 6, biết rằng nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất cho số hạng thứ hai và giữ nguyên số hạng thứ ba ta được một cấp số nhân. Tích ba số đó bằng bao nhiêu.

Lời giải

Trả lời: - 64

Gọi ba số cần tìm lập thành một cấp số cộng là $a-d; a; a+d$.

Tổng ba số của cấp số cộng bằng 6 ta có: $a-d+a+a+d = 6 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$

Hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất cho số hạng thứ hai và giữ nguyên số hạng thứ ba ta được một cấp số nhân là: $a; a-d; a+d$

Theo tính chất số hạng của cấp số nhân ta có: $a(a+d) = (a-d)^2 \Leftrightarrow 2(2+d) = (2-d)^2$
 $\Leftrightarrow 4+2d = 4-4d+d^2 \Leftrightarrow d^2-6d=0 \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 & (L) \\ d=6 \end{cases}$

Với $a=2; d=6$ thì ba số hạng cần tìm là: $-4; 2; 8$

Vậy tích ba số là: $-4.2.8 = -64$

Câu 3: Cho hai cấp số cộng có dãy số hạng lần lượt là: $5; 7; 9; \dots$ và $3; 8; 13; \dots$. Hỏi trong 2024 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số, có bao nhiêu số hạng chung?

Lời giải

Trả lời: 404.

Giả sử u_n, v_m theo thứ tự là số hạng thứ n và m của mỗi cấp số cộng, ta có:

$u_n = 5 + 2(n-1); v_m = 3 + 5(m-1)$. Ta có:

$$u_n = v_m \Leftrightarrow 5 + 2(n-1) = 3 + 5(m-1) \Leftrightarrow 3 + 2n = -2 + 5m \Leftrightarrow 2n = 5m - 5 \Leftrightarrow n = 2m - 2 + \frac{m-1}{2}.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{m-1}{2}, \text{ vì } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t \in \mathbb{N}^*. \text{ Ta có: } \begin{cases} m = 2t + 1 \leq 2024 \\ n = 5t \leq 2024 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 1011,5 \\ t \leq \frac{2024}{5} = 404,8 \end{cases}.$$

Suy ra $t \in \{1; 2; 3; \dots; 404\}$. Với mỗi giá trị của t , ta có một số hạng chung thuộc về hai dãy $(u_n), (v_m)$. Vậy có tất cả 404 số hạng chung của hai dãy số đã cho trong 2024 số hạng đầu tiên.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_{n+1} = 2u_n + 3$ và tổng mười lăm số hạng đầu là 32722. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số (u_n) .

Lời giải

Trả lời: 13.

Ta có: $u_{n+1} = 2u_n + 3 \Leftrightarrow u_{n+1} + 3 = 2(u_n + 3)$

Đặt $v_{n+1} = u_{n+1} + 3$ với mọi $n \in \mathbb{N}$

Khi đó $v_{n+1} = 2v_n$ hay (v_n) là một cấp số nhân với công bội là 2.

Ta có:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10} + 45$$

$$\Leftrightarrow v_1 \cdot \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 32722 + 45 \Leftrightarrow v_1 \cdot 32767 = 32767 \Leftrightarrow v_1 = 1$$

$$\text{Vậy } u_5 = v_5 - 3 = v_1 \cdot 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13.$$

Câu 5. Cam Cao Phong được xem là đặc sản khá nổi tiếng. Thông thường mùa cam nơi đây bắt đầu vào tháng 9 năm nay và kéo dài tới hết tháng 4 năm sau. Đầu mùa thu hoạch cam, bác nông dân đã bán cam như sau: Người thứ nhất mua nửa số cam thu hoạch được, người thứ hai mua nửa số cam còn lại, người thứ ba mua nửa số cam còn lại,.... Đến người thứ bảy, bác

cũng bán nửa số cam còn lại và bác còn lại $6,25\text{kg}$. Hỏi vào đầu mùa thu hoạch, bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu tiền, biết rằng bác bán cam với giá 25 ngàn đồng một kilogam và giả sử mỗi quả cam có khối lượng 250g .

Lời giải

Trả lời: 20.

Mỗi quả cam có khối lượng $250\text{g} = 0,25\text{kg}$

Bác còn lại $6,25\text{kg}$ tức là còn 25 quả.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số quả cam mà bác nông dân đã thu hoạch được vào đầu mùa.

Người thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2}$ quả,

Người thứ hai đã mua: $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{2^2}$ quả,

Người thứ ba đã mua: $\frac{x}{2^3}$ quả,

.....

Người thứ bảy đã mua: $\frac{x}{2^7}$ quả.

Sau khi người thứ bảy mua thì còn lại 25 quả nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x}{2^3} + \dots + \frac{x}{2^7} = x - 25 \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} \right) = x - 25 \quad (*)$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{127}{128}.$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x \frac{127}{128} = x - 25 \Leftrightarrow x = 3200.$$

Đầu mùa, bác nông dân đã thu hoạch được: $3200 \cdot 0,25 = 800\text{ kg}$

Vậy bác nông dân đã thu được số tiền là $800 \cdot 25000 = 20000000$ đồng hay 20 triệu đồng.

Câu 6. Bốn nghiệm của phương trình $x^4 - 10x^2 + 3a = 0$ là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Tính tổng bình phương các giá trị của a .

Lời giải

Trả lời: 9.

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$.

Khi đó phương trình có dạng $t^2 - 10t + 3a = 0$ (*).

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt là t_1, t_2 ($0 < t_1 < t_2$), tức là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-5)^2 - 1.3a > 0 \\ 10 > 0 \\ 3a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{25}{3}.$$

Khi đó 4 nghiệm phân biệt của phương trình ban đầu là: $-\sqrt{t_2} < -\sqrt{t_1} < \sqrt{t_1} < \sqrt{t_2}$.

Bốn nghiệm trên lập thành cấp số cộng khi:

$$\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \quad (1).$$

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 10 \\ t_1 \cdot t_2 = 3a \end{cases} \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra hệ phương trình $\begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 + t_2 = 10 \\ t_1 \cdot t_2 = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ 10t_1 = 10 \\ t_1 \cdot t_2 = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 9 \\ a = 3 \end{cases} \quad (TM).$

Thay lại giá trị $a = 3$ vào phương trình đề bài, ta được:

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Khi đó tổng bình phương các giá trị của a là: $3^2 = 9$.

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>