



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC  
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU  
VẤN NHÉ!**

**ĐỀ KIỂM TRA KẾT THÚC CHƯƠNG VECTO  
( Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 02)**

**ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

**BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM**

| Câu  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Chọn | C | A | D | B | B | A | C | A | A | A  | C  | C  |

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.**

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 |
|-------|-------|-------|-------|
| a) Đ  | a) S  | a) Đ  | a) Đ  |
| b) S  | b) Đ  | b) Đ  | b) Đ  |
| c) Đ  | c) S  | c) S  | c) S  |
| d) Đ  | d) S  | d) Đ  | d) Đ  |

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

| Câu  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5    | 6    |
|------|---|---|---|---|------|------|
| Chọn | 0 | 2 | 6 | 3 | 2700 | 8968 |

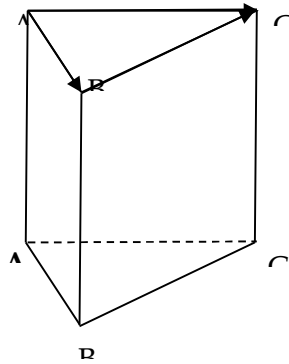
**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$ , trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} + \vec{d} - \vec{c} = \vec{0}$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 5$ . Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$

**A.**  $\sqrt{19}$ .

**B.**  $-5$ .

**C.**  $7$ .

**D.**  $\sqrt{39}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \left( |\vec{u} + \vec{v}| \right)^2 &= \left( \vec{u} + \vec{v} \right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u}; \vec{v}) + |\vec{v}|^2 \\ &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) + 5^2 = 19. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}.$$

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (1; -2; -1)$  và  $\vec{b} = (2; 1; -1)$ . Giá trị của  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$  là

**A.**  $-\frac{1}{6}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**C.**  $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{4+1+1}} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.**  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

**B.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

**C.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

**D.**  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$M, N, G$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, MN$  theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \text{ hay } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}.$$

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $A_1$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ .

**A.**  $A_1(-1; 0; 0)$ .

**B.**  $A_1(0; 2; 3)$ .

**C.**  $A_1(-1; 0; 3)$ .

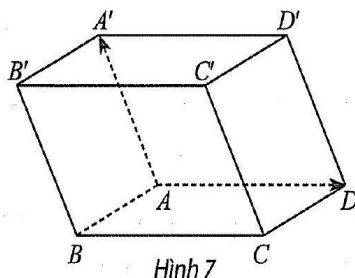
**D.**  $A_1(-1; 2; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tọa độ điểm  $A_1$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là:  $A_1(0;2;3)$ .

**Câu 6:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (Hình 7).



Hình 7

Khi đó,  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$  bằng

**A.**  $\overrightarrow{AD'}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AB'}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC'}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho véc tơ  $\vec{u} = (1;1;-2)$ ,  $\vec{v} = (1;0;m)$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để góc giữa  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  bằng  $45^\circ$ .

**A.**  $m = 2$ .

**B.**  $m = 2 \pm \sqrt{6}$ .

**C.**  $m = 2 - \sqrt{6}$ .

**D.**  $m = 2 + \sqrt{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} + (\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ &\Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3 = 1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt{6}. \end{aligned}$$

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.**  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$

**B.**  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

**C.**  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$ .

**D.**  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}). \end{aligned}$$

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;-2;-1)$  và  $B(0;4;3)$ . Độ dài đoạn  $AB$  là:

**A.**  $2\sqrt{13}$ .

**B.**  $2\sqrt{3}$ .

**C.**  $\sqrt{6}$ .

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (0; 6; 4)$  nên  $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{0^2 + 6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$ .

**Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các vector  $\vec{a} = (2; m-1; 3)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2n)$ . Tìm  $m, n$  để các vector  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.

- A.**  $m = 7; n = -\frac{3}{4}$ .      **B.**  $m = 7; n = -\frac{4}{3}$ .      **C.**  $m = 4; n = -3$ .      **D.**  $m = 1; n = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Các vector  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số thực dương  $k$  sao cho  $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ điểm đối xứng của  $M(1; 2; 3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.**  $(0; 2; 3)$ .      **B.**  $(-1; -2; -3)$ .      **C.**  $(-1; 2; 3)$ .      **D.**  $(1; 2; -3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz) \Rightarrow H(0; 2; 3)$

Gọi  $M'$  là điểm đối xứng với  $M(1; 2; 3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$

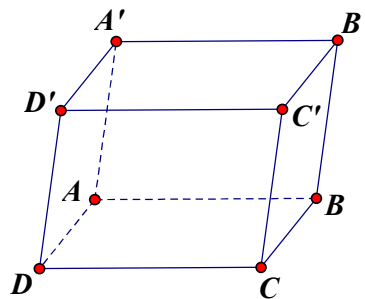
$\Rightarrow H$  là trung điểm của  $MM' \Rightarrow M'(-1; 2; 3)$ .

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , biết rằng  $A(-3; 0; 0), B(0; 2; 0), D(0; 0; 1), A'(1; 2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $C'$ .

- A.**  $C'(10; 4; 4)$ .      **B.**  $C'(-13; 4; 4)$ .      **C.**  $C'(13; 4; 4)$ .      **D.**  $C'(7; 4; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $C'(x; y; z)$ . Ta có  $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0); \overrightarrow{AD} = (3; 0; 1); \overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$ .

$$\text{Mà } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (10; 4; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases} \Rightarrow C'(13; 4; 4)$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 1; 0)$ ;  $B(1; 1; -2)$  và  $C(4; 1; -4)$ .

a)  $\overrightarrow{AB} = (3; 0; -2)$ .

b) Tọa độ trung điểm của  $BC$  là  $I(1; 1; -2)$ .

c) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $G(1; 1; -2)$ .

d) Điểm  $M(a; b; c)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng. Khi đó  $a + 4b + 3c = 0$ .

**Lời giải**

a) **Đúng.** Tọa độ của  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1 - (-2); 1 - 1; -2 - 0) = (3; 0; -2)$ .

b) **Sai.** Tọa độ trung điểm của  $BC$  là  $I\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}; \frac{z_B + z_C}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}; 1; -3\right)$ .

c) **Đúng.** Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) = (1; 1; -2)$ .

d) **Đúng.** Điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  nên  $M(0; y; z)$

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (3; 0; -2)$  và  $\overrightarrow{AM} = (2; y - 1; z)$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 3k \\ y - 1 = 0 \cdot k \\ z = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ y = 1 \\ z = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, tọa độ điểm } M\left(0; 1; -\frac{4}{3}\right) \longrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -\frac{4}{3} \end{cases} \longrightarrow a + 4b + 3c = 0.$$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có ba đỉnh  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(-1; 2; 1)$ ,  $C(1; 2; -1)$ .

a) Tọa độ trung điểm của  $AB$  là  $\left(-1; \frac{1}{2}; 0\right)$ .

b) Tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

c)  $\cos \widehat{BAC} = \frac{1}{2}$

d)  $AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 2$

**Lời giải**

a) **Sai**, trung điểm  $AB$  là  $\left(0; \frac{3}{2}; 1\right)$ .

b) **Đúng.**

c) **Sai** vì  $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 0)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (0; 1; -2)$ , dẫn đến  $\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{1}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5}$

d) Sai vì  $AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = BC^2 = 2^2 + 0^2 + 2^2 = 8$ .

**Câu 3:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$  và  $AA' = a\sqrt{2}$ .

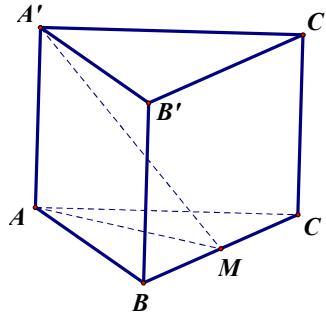
a)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

b) Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{CM}$ .

c)  $\overrightarrow{A'M} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

d) Góc giữa vector  $\overrightarrow{AB'}$  và  $\overrightarrow{BC'}$  bằng  $60^\circ$ .

**Lời giải**



a) **Đúng.**

b) **Đúng.**

Ta có:  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{A'M}$

c) **Sai.**

Ta có:  $\overrightarrow{A'M} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'A} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \cos 30^\circ = \frac{3a^2}{4}$

d) **Đúng.**

Ta có  $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'}$

$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}$

Suy ra  $\cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = 60^\circ$

**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $G$  là trung điểm của  $IJ$ .

a)  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$

b)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

c)  $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$

d) Với điểm  $M$  bất kì,  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$  khi và chỉ khi  $M \equiv G$ .

**Lời giải**

a) **Đúng.** Vì  $J$  là trung điểm của  $CD$  nên áp dụng quy tắc trung điểm ta có  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$ .

b) **Đúng.** Vì  $J$  là trung điểm của  $CD$ ,  $I$  là trung điểm của  $AB$  nên ta có:

$\overrightarrow{GI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}); \overrightarrow{GJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD})$

mà  $G$  là trung điểm của  $IJ$  nên  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} = \vec{0}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

c) **Sai.** Áp dụng quy tắc trung điểm ta có:

$$\overrightarrow{IC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}); \overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD}); \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } \overrightarrow{IJ} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}). \end{aligned}$$

d) **Đúng.** Với mọi điểm  $M$  ta có:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$$

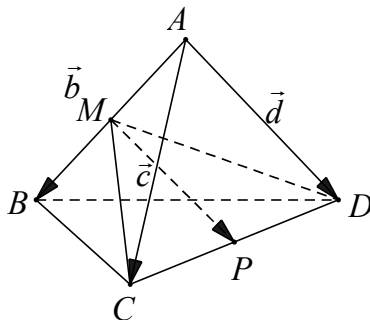
Suy ra:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$  khi và chỉ khi  $M \equiv G$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Phân tích vectơ  $\overrightarrow{MP}$  theo ba vectơ  $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$  được  $\overrightarrow{MP} = m\vec{b} + n\vec{c} + p\vec{d}$ .  
Tính giá trị  $2m + n + p$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 0



Ta phân tích:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MP} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \quad (\text{tính chất đường trung tuyến}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - 2\overrightarrow{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(-\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) \quad \text{nên } m = -\frac{1}{2}; n = \frac{1}{2}; p = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m + n + p = 0 \end{aligned}$$

**Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2; 3; 1)$  và  $B(5; 6; 2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$  và  $BM = mAM$ . Tính  $m$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 2

Điểm  $M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$ ;  $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}$ ;  $\overrightarrow{AM} = (x + 2; -3; z - 1)$  và

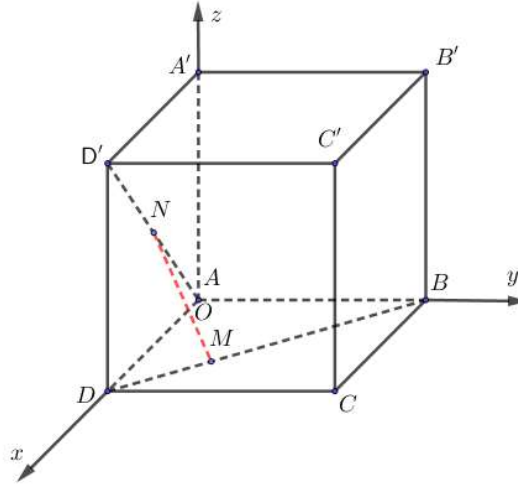
$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow BM = 2AM \Rightarrow m = 2.$$

**Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh bằng 9. Trên  $BD, AD'$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $MD = AN = x, (0 < x < 9\sqrt{2})$ . Để độ dài đoạn  $MN$  nhỏ nhất thì  $x = a\sqrt{2}$ . Tính  $a$

**Lời giải**

**Trả lời:** 3

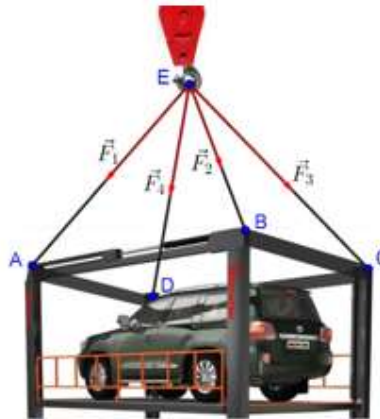


Chọn hệ tọa độ như hình vẽ, ta có  $A(0;0;0), B(0;9;0), D(9;0;0), A'(0;0;9), D'(9;0;9)$ ,  
 $M\left(9 - \frac{x}{\sqrt{2}}; \frac{x}{\sqrt{2}}; 0\right), N\left(\frac{x}{\sqrt{2}}; 0; \frac{x}{\sqrt{2}}\right)$ .

Khi đó  $MN^2 = \left(9 - x\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 = 3x^2 - 18\sqrt{2}x + 81 = 3\left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 + 27 \geq 27$ .

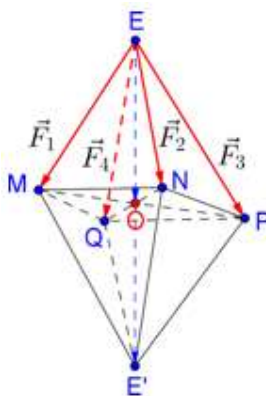
Vậy  $MN$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MN^2$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow x = 3\sqrt{2} \Rightarrow a = 3$ .

**Câu 4:** Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật  $ABCD$ , mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc  $E$  của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$  như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng  $F_1, F_2, F_3, F_4$  đều có cường độ là  $500\sqrt{3}$  (N) và trọng lượng của khung sắt là 300 (N).



**Lời giải**

**Trả lời:** 2700



Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là các điểm sao cho  $\overrightarrow{EM} = \vec{F}_1, \overrightarrow{EN} = \vec{F}_2, \overrightarrow{EP} = \vec{F}_3, \overrightarrow{EQ} = \vec{F}_4$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $MP$  và  $NQ$ ,  $E'$  là điểm đối xứng của  $E$  qua  $O$ , ta có  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = 500\sqrt{3}$  (N) và các mặt bên của hình chóp  $E.MNPQ$  là các tam giác cân bằng nhau. Vì các đoạn dây cáp  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$  nên các tam giác  $\triangle MEP, \triangle NEQ$  là tam giác đều, bằng nhau. Suy ra  $EO = \frac{EM\sqrt{3}}{2} = \frac{500\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 750$  (N).

Mặt khác:  $\vec{P} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_3) + (\vec{F}_2 + \vec{F}_4) = \overrightarrow{EE'} + \overrightarrow{EE'} = 2\overrightarrow{EE'} = 4\overrightarrow{EO}$ .

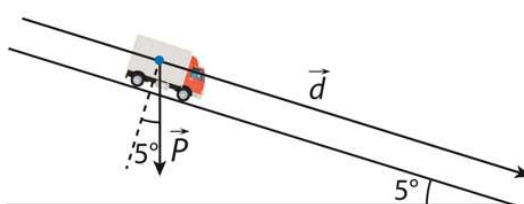
Do đó  $P = 4EO = 4 \cdot 750 = 3000$  (N).

Vậy trọng lượng của chiếc xe là  $3000 - 300 = 2700$  (N).

**Câu 5:** Cho biết công  $A$  (đơn vị:  $J$ ) sinh bởi lực  $\vec{F}$  tác dụng lên một vật được tính bằng công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ , trong đó  $\vec{d}$  là vector biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của  $|\vec{d}|$  là  $m$ ) khi chịu tác dụng của lực  $\vec{F}$ . Một chiếc xe có khối lượng  $1,5$  tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng  $5^\circ$  so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài  $7m$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực  $\vec{P}$  được xác định bởi công thức  $\vec{P} = m\vec{g}$ , với  $m$  (đơn vị:  $kg$ ) là khối lượng của vật và  $\vec{g}$  là gia tốc rơi tự do có độ lớn  $g = 9,8m/s^2$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 8968



Ta có  $1,5 \text{ tấn} = 1500 \text{ kg}$ .

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên chiếc xe là:  $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 1500 \cdot 9,8 = 14700$  (N).

Vector  $\vec{d}$  biểu thị độ dịch chuyển của xe có độ dài là  $|\vec{d}| = 7(m)$  và  $(\vec{P}, \vec{d}) = 90^\circ - 5^\circ = 85^\circ$ .

Công sinh ra bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài  $7m$  là:

$$A = \vec{P} \cdot \vec{d} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 14700 \cdot 7 \cdot \cos 85^\circ \approx 8968 (J).$$

- Câu 6:** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(1000; 600; 14)$  đến điểm  $N$  trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng  $Q(1400; 800; 16)$ .  
Tọa độ vị trí điểm  $N(a; b; c)$ . Tính  $a - b + 2c$



**Lời giải**

**Trả lời:** 581

Gọi  $N(x; y; z)$  là tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2)$$

$$\overrightarrow{NQ} = (1400 - x; 800 - y; 16 - z)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên  $\overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NQ}$  cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ  $M \rightarrow Q$  gấp 4 lần thời gian bay từ  $N \rightarrow Q$  nên  $\overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ}$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 400 = 4(1400 - x) \\ 200 = 4(800 - y) \\ 2 = 4(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1300 \\ y = 750 \\ z = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5)$$

Tọa độ vị trí điểm  $N$  là  $(1300; 750; 15,5) \Rightarrow a - b + 2c = 581$

**Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học**

**1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668**

**[zalo.me/84869998668](https://zalo.me/84869998668)**

**2. Facebook thầy:**

**<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>**

**3. Fanpage thầy:**

**<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>**

**4. Tiktok thầy:**

**[https://www.tiktok.com/@thay\\_hothucthuan](https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan)**