



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA NGUYÊN HÀM- TÍCH PHÂN (Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 02)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F(x) = f(x), \forall x \in K$.

B. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

C. $F'(x) = f'(x), \forall x \in K$.

D. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

B. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int e^x dx = e^x + C$ nên C sai.

Câu 3: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \sin x dx = \cos x + C$.

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

D. $\int \cos x dx = -\cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 4: Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$, $\int_1^2 [2f(x) - g(x)] dx = -3$. Khi đó, $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{11}{7}$.

B. $-\frac{5}{7}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{16}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $a = \int_1^2 f(x) dx$, $b = \int_1^2 f(x) dx$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3a + 2b = 1 \\ 2a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{7} \\ b = \frac{11}{7} \end{cases}$

Vậy $\int_1^2 f(x) dx = -\frac{5}{7}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2e^{-\frac{x}{2}} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}} + C$.

D. $\int f(x) dx = -2e^{-\frac{x}{2}} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int e^{-\frac{x}{2}} dx = -2 \int e^{-\frac{x}{2}} d\left(-\frac{x}{2}\right) = -2e^{-\frac{x}{2}} + C$.

Câu 6: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \cos x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

B. $\int f(x) dx = 1 - \sin x + C$.

C. $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x + \sin x \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$; $f(0) = 1 \Leftrightarrow -1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2$.

Vậy $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = 2 \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$.

B. $\int f(x) dx = \sin 2x - x^3 + C$.

C. $\int f(x) dx = -\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C$.

D. $\int f(x) dx = -4 \sin[2(x + \pi)] - 6x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int [2 \cos(2x + 2\pi) - 3x^2] dx = \int [2 \cos 2x - 3x^2] dx = \sin 2x - x^3 + C$.

Câu 8: Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là:

A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

C. $\ln|2x+3| + C$.

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 9: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

- A. $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}e + 2$. C. $2e + 1$. D. $\frac{1}{2}e + 1$.

Lời giải

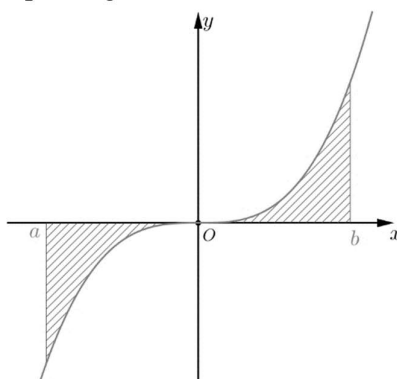
Chọn D

Ta có: $F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

$F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = 1$.

$F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây?



- A. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$. B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.
- C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$. D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_D = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx$.

Vì $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; 0], f(x) \geq 0, \forall x \in [0; b]$ nên:

$S_D = \int_a^0 (-f(x)) dx + \int_0^b f(x) dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

Câu 11: Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a + 2b = 0$. B. $2a - b = 0$. C. $a - b = 0$. D. $a + b = 0$.

Lời giải

Chọn D

$\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2 \Rightarrow a = 1 \text{ và } b = -1$.

Ta có: $a + b = 0$.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$, $y = 2x$ và hai đường thẳng $x = 1, x = e$ bằng

- A. 4. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16}{3}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có đạo hàm $f'(x)$. Khi đó:

a) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = 11$

b) $\int_0^1 f(x) dx = 1$

c) $\int_0^3 f(x) dx = 15$

d) $\int_0^1 xf(x) dx = -\frac{17}{30}$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = (3x^2 - 2x - 1) \Big|_{-1}^2 = 7 - 4 = 3.$

Vậy a) Sai

b) Sai

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2 - 2x - 1) dx = (x^3 - x^2 - x) \Big|_0^1 = -1 - 0 = -1.$

Vậy b) Sai

c) Đúng

Ta có: $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 (3x^2 - 2x - 1) dx = (x^3 - x^2 - x) \Big|_0^3 = (15 - 0) = 15.$

Vậy c) Đúng

d) Đúng

Ta có: $\int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 x(3x^2 - 2x - 1) dx = \int_0^1 (3x^3 - 2x^2 - x) dx = -\frac{17}{30}.$

Vậy d) Đúng

Câu 2: Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ.

Nguồn: R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage).

Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

- a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.
- b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.
- c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.
- d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

Ta có $Q(t) = \int Q'(t) dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C \Rightarrow Q(2) = 500 \Rightarrow C = 100$.

Suy ra $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$ Vậy a) sai.

b) Đúng

Sau 5 giờ lượng khách tham quan là $Q(5) = 1325$. Do đó b) đúng.

c) Sai

d) Đúng

Ta có $\max_{[0;13]} Q(t) = Q(6) = 1396$.

Do đó c) Sai, d) đúng.

Câu 3: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) $v_B(t) = at$

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 (m/s).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Vậy a) đúng

b) Đúng

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Vậy b) đúng

c) Sai

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

Vậy c) sai

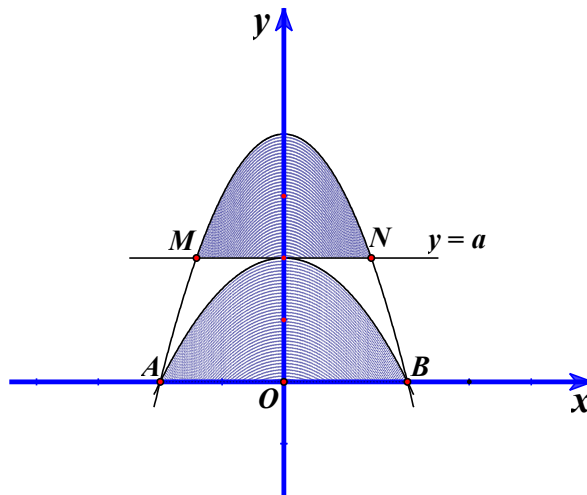
d) Đúng

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 \text{ (m/s)}.$

Vậy d) đúng

Câu 4: Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



a) $AB = 4$

b) $MN = \sqrt{4-a}$

c) $S_2 = \frac{8a}{3}$

d) $a^3 - 8a^2 + 48a = 64$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Gọi A, B là các giao điểm của (P_1) và trục $Ox \Rightarrow A(-2; 0), B(2; 0) \Rightarrow AB = 4.$

Vậy a) đúng

b) Sai

Gọi M, N là giao điểm của (P_1) và đường thẳng $d \Rightarrow M(-\sqrt{4-a}; a), N(\sqrt{4-a}; a)$

$\Rightarrow MN = 2\sqrt{4-a}$ Vậy b) Sai

c) Đúng

Nhận thấy: (P_2) là parabol có phương trình $y = -\frac{a}{4}x^2 + a$.

- Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta được:

$$S_1 = 2 \int_a^4 \sqrt{4-y} \cdot dy = -\frac{4}{3} \left((4-y)^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_a^4 = \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a}.$$

$$S_2 = 2 \int_0^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a \right) \cdot dx = 2 \left(-\frac{ax^3}{12} + ax \right) \Big|_0^2 = \frac{8a}{3}.$$

Vậy c) đúng

d) Đúng

$$\text{Theo giả thiết: } S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a} = \frac{8a}{3} \Leftrightarrow (4-a)^3 = 4a^2 \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64.$$

Vậy d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $I = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3 \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = ab$.

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{e^x dx}{e^{2x} - 3e^x + 2} = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{d(e^x)}{(e^x - 1)(e^x - 2)} = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{(e^x - 1) - (e^x - 2)}{(e^x - 1)(e^x - 2)} d(e^x) \\ &= \int_{\ln 3}^{\ln 6} \left(\frac{1}{e^x - 2} - \frac{1}{e^x - 1} \right) d(e^x) = \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x - 1} \right| \Big|_{\ln 3}^{\ln 6} = \ln \frac{4}{5} - \ln \frac{1}{2} = \ln \frac{8}{5} = 3 \ln 2 - \ln 5. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 2, b = 5$. Vậy, $P = ab = 10$.

Câu 2: Biết $\int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = a \cos 2x + b \sin 3x + C; a, b \in \mathbb{Q}; C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị $2a + 3b$.

Lời giải

Trả lời: -1

$$\text{Ta có: } \int (3 \sin 2x + 2 \cos 3x) dx = -\frac{3 \cos 2x}{2} + \frac{2 \sin 3x}{3} + C \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = -1.$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$.

ời giải

Trả lời: 27

$$f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vì } F(0) = 2 \Rightarrow C_2 = 2 \Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 5x + C_1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 + 4x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 1 + 5 + C_1 = 1 + 4 + 2$$

$$\Leftrightarrow C_1 = 1$$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 4x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = -3 + 2 \cdot 15 = 27.$$

Câu 4: Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$. Tính $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

Lời giải

Trả lời: 246

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên ta có: $F'(x) = f(x)$

Ta có:

$$F'(x) = (3ax^2 + 2bx + c)e^x + (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$$

$$= [ax^3 + (3a + b)x^2 + (2b + c)x + (c + d)]e^x$$

$$\text{Do đó: } [ax^3 + (3a + b)x^2 + (2b + c)x + (c + d)]e^x = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta có: } \begin{cases} a = 2 \\ 3a + b = 9 \\ 2b + c = -2 \\ c + d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -8 \\ d = 13 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 246.$$

Câu 5: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = t$ ($t > 1$).
Tìm t để $S(t) = 10$.

Lời giải

Trả lời: 3

$$\text{Cách 1. Ta có: } S(t) = \int_1^t |2x + 1| dx = \int_1^t (2x + 1) dx.$$

$$\text{Suy ra } S(t) = (x^2 + x) \Big|_1^t = t^2 + t - 2.$$

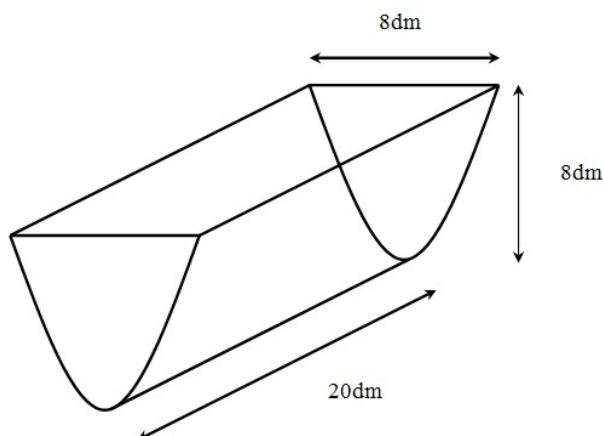
$$\text{Do đó } S(t) = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases} (L)$$

Vậy $t = 3$.

Cách 2. Hình phẳng đã cho là hình thang có đáy nhỏ bằng $y(1) = 3$, đáy lớn bằng $y(t) = 2t + 1$ và chiều cao bằng $t - 1$.

$$\text{Ta có } \frac{(3 + 2t + 1)(t - 1)}{2} = 10 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}. \text{ Vì } t > 1 \text{ nên } t = 3$$

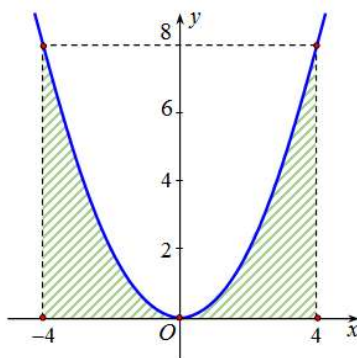
Câu 6: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8 dm, ngang 8 dm, dài 2 m, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 853

Xét mặt cắt parabol, chọn hệ trục như hình vẽ. Ta thấy Parabol đi qua các điểm $A(-4;4)$, $B(4;4)$, $C(0;0)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$. Diện tích phần mặt cắt tính như sau:



$$S = S_{hv} - \int_{-4}^4 \frac{1}{2}x^2 dx = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3} (\text{dm}^2).$$

Do đó thể tích của bồn.

$$V = \int_0^{20} S dx = \int_0^{20} \frac{128}{3} dx = \frac{2560}{3} (\text{dm}^3).$$

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan