



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG QUAN HỆ SONG SONG
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 02)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian, xét các mệnh đề:

- . Phép chiếu song song biến một đường thẳng thành một đường thẳng.
- . Phép chiếu song song biến một tia thành một tia.
- . Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Trong các tính chất sau, tính chất nào sai ?

- A. Có duy nhất một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
- B. Qua ba điểm phân biệt có đúng một mặt phẳng đi qua.
- C. Có ít nhất bốn điểm không đồng phẳng.
- D. Có một mặt phẳng đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

Nếu ba điểm thẳng hàng có vô số mặt phẳng đi qua.

Câu 3: Cho hai đường thẳng song song a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

Vì $a // b$ nên mọi mặt phẳng (α) chứa a và không chứa b đều song song với b

Câu 4: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $d // (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.
- B. Nếu $d // (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b // d$.
- C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.
- D. Nếu $d // c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d // (\alpha)$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề B sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 5: Phát biểu nào không đúng về hình tứ diện?

- A. Tứ diện có bốn mặt.
B. Tứ diện có bốn đỉnh.
C. Tứ diện là hình chóp tam giác.
D. Tứ diện có bốn cạnh..

Lời giải

Chọn D

Tứ diện có 6 cạnh

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa hai đường thẳng chéo nhau

Câu 7: Chọn khẳng định đúng.

- A. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
C. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý 2 .

Đáp án A. sai vì hai mặt phẳng không cắt nhau có thể song song hoặc trùng nhau.

Đáp án B. sai vì hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì có thể song song.

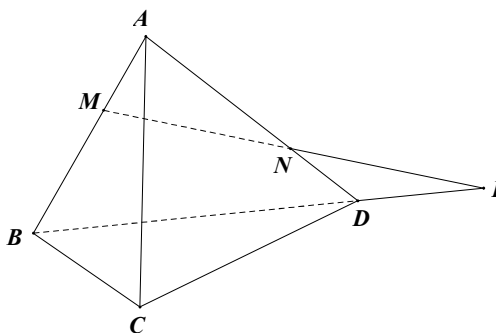
Đáp án D. sai vì qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 8: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) .
B. (ABD) .
C. (CMN) .
D. (ACD) .

Lời giải

Chọn D



$$I \in BD \Rightarrow I \in (BCD), (ABD).$$

$$I \in MN \Rightarrow I \in (CMN).$$

Câu 9: Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) , hai đường thẳng phân biệt a và b . Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu $a \parallel (P)$ thì $a \parallel (Q)$.
B. Nếu $b \subset (P)$ thì $b \parallel (Q)$.

C. Nếu $b \parallel (Q)$ thì $b \parallel (P)$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (Q)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải

Chọn B

Mệnh đề ở câu A. sai vì có thể còn trường hợp $a \subset (Q)$.

Mệnh đề ở câu B. đúng vì (P) và (Q) không có điểm chung nên $b \subset (P)$ cũng không có điểm chung với (Q) .

Mệnh đề ở câu C. sai có thể còn trường hợp $b \subset (P)$.

Mệnh đề ở câu D. sai vì có thể còn trường hợp a và b chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 10: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. B. Ba điểm mà nó đi qua.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Đáp án A sai khi điểm thuộc đường thẳng

Đáp án B sai khi ba điểm thẳng hàng.

Đáp án D sai khi hai đường thẳng trùng nhau

Đáp án C đúng.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA ; N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB , SC . Có bốn bạn học sinh vẽ bốn hình thể hiện như mô tả ở dưới. Hình vẽ của bạn nào **đúng**?

A. MP cắt AC tại K .

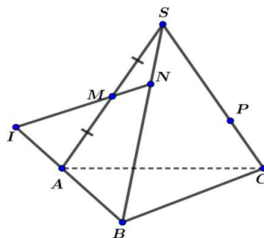
B. Chỉ lấy M trung điểm của SA , N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB , SC .

C. MN cắt AB tại I

D. MP cắt BC tại H .

Lời giải

Chọn B



Đáp án A sai khi P là trung điểm SC

Đáp án C sai khi N là trung điểm SB

Đáp án D sai vì NP có thể song song với BC

Đáp án B đúng.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. IJ song song với CD .

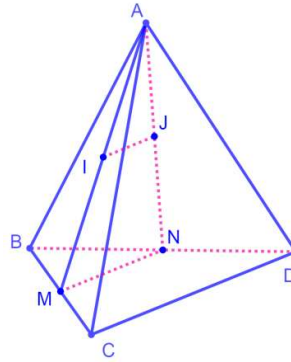
B. IJ song song với AB .

C. IJ chéo CD .

D. IJ cắt AB .

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD , ta có $MN \parallel CD$

$$\text{Xét } \triangle AMN \text{ có } \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$$

Từ và suy ra $IJ \parallel CD$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Tam giác SBC là tam giác đều cạnh 5 cm . Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SA, SD .

- a) Mặt phẳng (SAD) song song với mặt phẳng (SBC) .
- b) Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) .
- c) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (OMN) và hình chóp là hình chữ nhật.
- d) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (OMN) và hình chóp có diện tích là $\frac{75\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$.

Lời giải

a) Mặt phẳng (SAD) song song với mặt phẳng (SBC) là khẳng định **sai**. Mặt phẳng (SAD) cắt mặt phẳng (SBC) theo giao tuyến là đường thẳng qua điểm S song song với hai đường thẳng AD và BC .

b) Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) là khẳng định **đúng**.

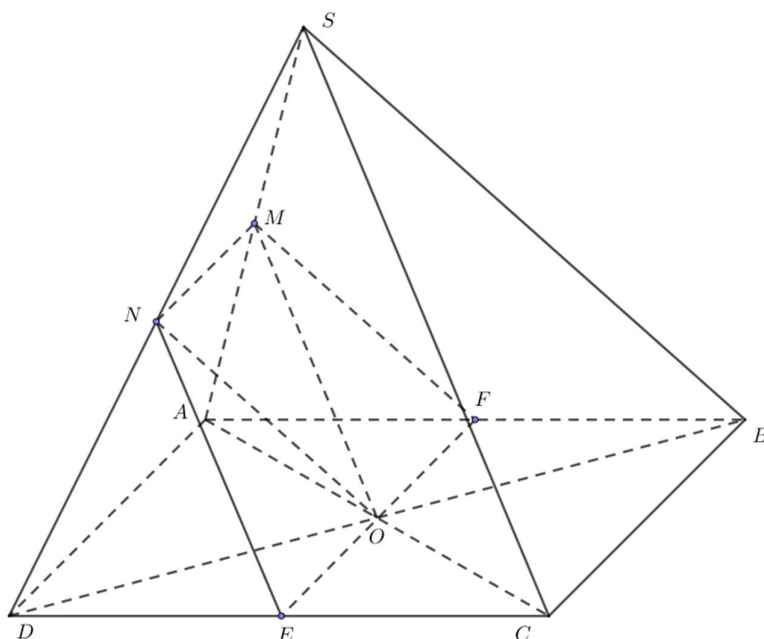
Chứng minh:

Ta có: M, O lần lượt là trung điểm cạnh SA, AC nên MO là đường trung bình của tam giác SAC
 $\Rightarrow MO \parallel SC$, $SC \subset (SBC) \Rightarrow MO \parallel (SBC)$.

Tương tự ta cũng có $NO \parallel (SBC)$

Do đó mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) .

c) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (OMN) và hình chóp là hình chữ nhật là khẳng định **sai**



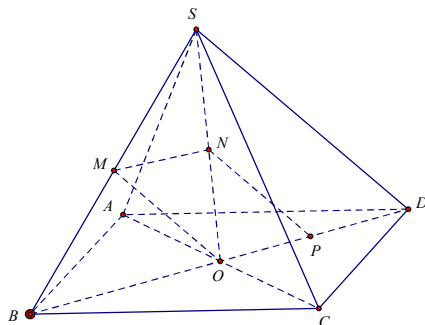
Kẻ đường thẳng d qua O và song song với BC cắt cạnh AB và DC lần lượt tại F, E . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (OMN) và hình chóp là tứ giác $MNEF$

Ta có: $MN \parallel AD \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$. nên $MN < BC$. Do đó tứ giác $MNEF$ là hình thang.

d) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (OMN) và hình chóp có diện tích là $\frac{75\sqrt{3}}{4} (cm^2)$ là sai.

Ta có: $S_{MNEF} = 3S_{OMN} = 3 \cdot \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{16} (cm^2)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SO, OD như hình vẽ. Gọi I là trung điểm của PM .



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- AB song song với mặt phẳng $(MNPO)$.
- MO song song với mặt phẳng (SCD) .
- NP song song với mặt phẳng (SAD) .
- $SO = 3.IN$.

Lời giải

a) Sai	B) Đúng	C) Đúng	d) Sai.
--------	---------	---------	---------

a) Ta có: $\begin{cases} AB \cap PO = B \\ PO \subset (MNPO) \end{cases} \Rightarrow AB \cap (MNPO) = B$. **Vậy mệnh đề a) sai.**

b) MO là đường trung bình tam giác BSD nên ta có $\begin{cases} MO \parallel SD \\ SD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow MO \parallel (SCD)$.

Vậy mệnh đề b) đúng.

c) Ta có MN là đường trung bình tam giác SBO nên $MN \parallel BO$

và $MN = \frac{1}{2}BO$, $OP = \frac{1}{2}OD$, $OD = BO$.

Vậy $MN \parallel OP$ nên tứ giác $MNPO$ là hình bình hành. Suy ra $NP \parallel MO$ ----

Mà $\begin{cases} MO \parallel SD \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow MO \parallel (SAD)$ ----.

Từ và suy ra $NP \parallel (SAD)$. Do đó **mệnh đề c) là đúng.**

d) Tứ giác $MNPO$ là hình bình hành nên I là trung điểm của ON , mà N là trung điểm SO nên suy ra $IO = IN = \frac{1}{4}SO$. Vậy $SO = 4.IN$ **nên mệnh đề d) là sai.**

Câu 3: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Gọi M thuộc AB sao cho $AM = 2MB$ và N là trung điểm của BC .

a) Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC .

b) Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi S và đi qua giao điểm của MN và AC .

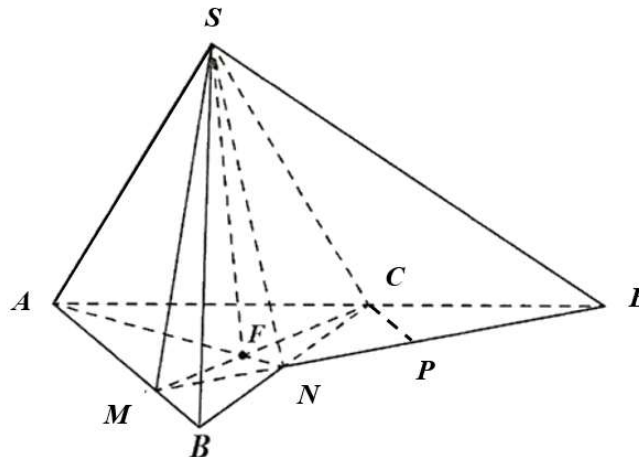
d) Giao điểm của AC và (SMN) là điểm E tỷ số $\frac{AC}{AE} = \frac{2}{5}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) MN và AC cùng nằm trong mặt phẳng (ABC) theo giả thiết ta lại có

$\frac{BM}{BA} = \frac{1}{3}$; $\frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BM}{BA} \neq \frac{BN}{BC}$ theo định lý Talet đảo ta có MN không song song với AC nên MN cắt đường thẳng AC , mệnh đề **đúng**.



b) Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC .

Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) , suy ra **b) đúng**.

c) Ta có S và E là hai điểm chung của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$. **Vậy c) đúng**.

d) Vẽ giao điểm E của MN và AC khi đó $E = AC \cap (SMN)$. Kẻ $CP \parallel MB, P \in MN$ xét hai tam giác MNB và tam giác PNC có $BN = NC$; $\widehat{MNB} = \widehat{PNC}$; $\widehat{MBN} = \widehat{PCN}$ so le trong từ đó $\triangle MNB = \triangle PNC$ (g.c.g) suy ra $CP = MB = \frac{AM}{2}$.

Trong tam giác AEM có $\begin{cases} CP \parallel AM \\ CP = \frac{1}{2} AM \end{cases}$ nên CP là đường trung bình của tam giác AEM từ đó C là

trung điểm AE . Tỷ số $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{2} \neq \frac{2}{5}$. Mệnh đề **sai**

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ là hình vuông có tâm lần lượt là I và J . Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC .

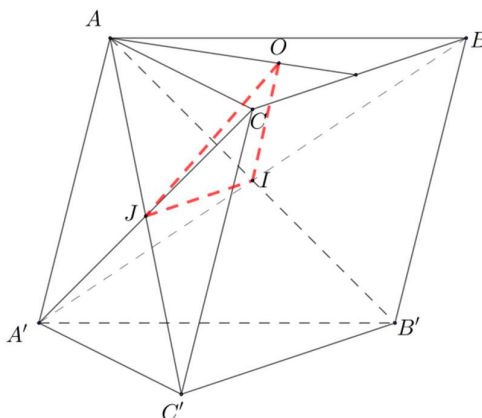
a) $BC \parallel B'C'$.

b) $IJ \parallel BC$.

c) $(OIJ) \cap (ABC) = d$; d đi qua O và $d \parallel BC$.

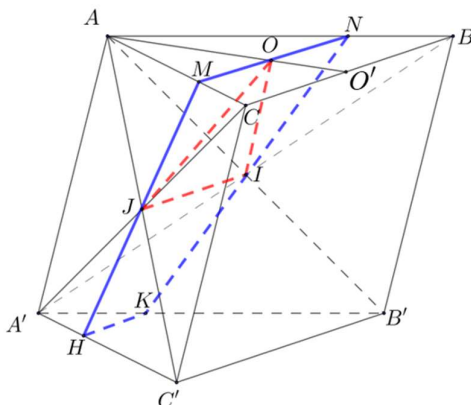
d) Chu vi của đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (OIJ) với các mặt phẳng $(ABC), (A'B'C'), (A'B'BA), (ACC'A')$ bằng $6 + 4\sqrt{14}$.

Lời giải



a) Vì $BCC'B'$ là hình bình hành nên $BC \parallel B'C'$. Chọn **đúng**.

b) Ta có: IJ là đường trung bình của tam giác $AB'C' \Rightarrow IJ \parallel B'C'$ mà $B'C' \parallel BC \Rightarrow IJ \parallel BC$. Chọn **đúng**.



c) Ta có: $\begin{cases} O \in (OIJ) \cap (ABC) \\ IJ // BC \end{cases}$

$\Rightarrow (OIJ) \cap (ABC) = d$; d đi qua O và $d // BC$. Chọn **đúng**.

d) Trong (ABC) ta có: $AO \cap BC = O'$, $d \cap AC = M$, $d \cap AB = N$

Trong $(ACC'A')$ ta có: $MJ \cap A'C' = H$; Trong $(ABCB'A')$ ta có: $NI \cap A'B' = K$.

$$\text{Mà } \begin{cases} (A'B'C') \cap (AB'C') = B'C' \\ (A'B'C') \cap (OIJ) = HK \\ (AB'C') \cap (OIJ) = IJ \\ IJ // B'C' \end{cases} \Rightarrow HK // IJ // B'C'.$$

Vậy đa giác được tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (OIJ) với các mặt phẳng $(ABC), (A'B'C'), (A'B'BA), (ACC'A')$ là hình thang $MNKH$.

Ta có: $\triangle CMJ = \triangle A'HJ$ (g.c.g) $\Rightarrow MJ = JH$

Chứng minh tương tự: $\triangle ANI = \triangle B'KI$ (g.c.g) $\Rightarrow NI = IK$

Ta có: $\triangle AMJ = \triangle ANI$ (c.g.c) $\Rightarrow MJ = NI \Rightarrow MH = NK$. Vậy hình thang $MNKH$ là hình thang cân.

Trong tam giác ABC ta có: $MN // BC \Rightarrow \frac{MC}{AC} = \frac{OO'}{AO'} = \frac{1}{3} \Rightarrow MC = \frac{1}{3} AC = 2$

Mặt khác: $\triangle CMJ = \triangle A'HJ$ (g.c.g) $\Rightarrow MC = A'H \Rightarrow A'H = 2$.

Vì $ACC'A'$ là hình vuông cạnh bằng 6 nên $A'J = \frac{1}{2} A'C = 3\sqrt{2}$; $\widehat{JA'H} = 45^\circ$.

$$\Rightarrow HJ = \sqrt{A'J^2 + A'H^2 - 2.A'J.A'H.\cos 45^\circ} = \sqrt{10}.$$

$$\Rightarrow MH = 2\sqrt{10} \Rightarrow NK = 2\sqrt{10}$$

Mặt khác: Trong tam giác ABC có: $MN // BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AO}{AO'} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2}{3} BC = 4$

Xét tam giác $A'B'C'$ có: $\frac{HK}{B'C'} = \frac{A'H}{A'C'} = \frac{1}{3} \Rightarrow HK = 2$.

Vậy chu vi của hình thang cân $MNKH$ là: $4 + 2 + 2.2\sqrt{10} = 6 + 4\sqrt{10}$.

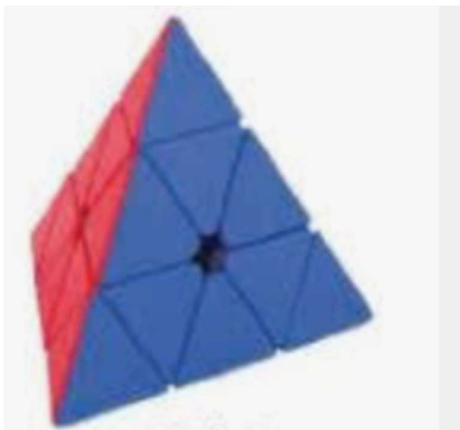
Chọn **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

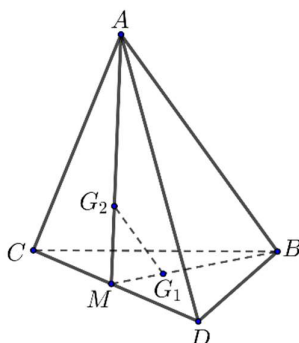
Câu 1: Cho khối rubik như hình vẽ. Khi đó đường thẳng nối trọng tâm của hai mặt khối rubik song song với bao nhiêu mặt của khối rubik.

Lời giải

Đáp án: 2



Giả sử khối khối rubik là $ABCD$ và 2 trọng tâm hai mặt là G_1, G_2



Gọi M trung điểm CD .

$$\text{Xét tam giác } ABM \text{ có } \begin{cases} \frac{MG_2}{AM} = \frac{1}{3} \\ \frac{MG_1}{BM} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G_1G_2 // AB.$$

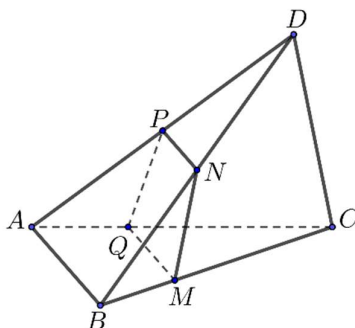
$$\text{Mà } \begin{cases} AB \subset (ABC) \Rightarrow G_1G_2 // (ABC) \\ AB \subset (ABD) \Rightarrow G_1G_2 // (ABD) \end{cases}$$

Vậy G_1G_2 song song với 2 mặt của tứ diện $ABCD$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Gọi Q là giao điểm của AC với mặt phẳng (MNP) . Tỉ số $\frac{QC}{QA}$ bằng?

Lời giải

Đáp án: 2



Từ giả thiết suy ra $PN // AB$.

Chọn mặt phẳng phụ (ABC) chứa AC .

Hai mặt phẳng (ABC) và (MNP) có điểm chung M và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AB, PN nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d đi qua M và song song với AB, PN . Trong mặt phẳng (ABC) , có $d \cap AC = Q$.

$$\text{Suy ra } MQ \parallel AB \Rightarrow \frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2.$$

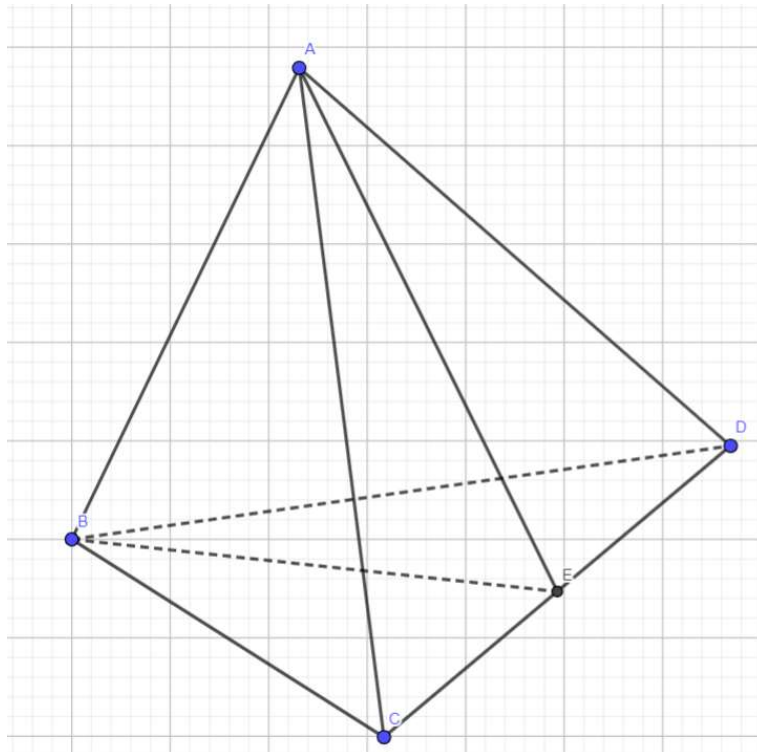
Câu 3: Trong Hình 4.4 là một khối rubik có bốn đỉnh và bốn mặt, mỗi mặt là một tam giác đều có cạnh bằng 7 cm . Người ta cắt khối rubik này bởi một mặt phẳng chứa 1 cạnh rubik và đi qua trung điểm cạnh đối diện. Khi đó khối rubik được tách thành 2 phần, người ta muốn dùng sơn để tô màu cho 2 mặt bên trong sau khi cắt. Khi đó diện tích cần sơn là bao nhiêu? .



Hình 4.4

Lời giải

Đáp án: 1,33



Khối rubik là tứ diện đều $ABCD$, giả sử cắt tứ diện đều bởi mặt phẳng chứa cạnh AB và đi qua trung điểm E của CD . Khi đó tứ diện được tách thành 2 phần với mặt bên trong là tam giác BAE

Có $AB = 7\text{ (cm)}$

Tam giác ABC và BCD là tam giác đều cạnh 7 cm nên ta có $AE = BE = \frac{7\sqrt{3}}{2}$

Nửa chu vi tam giác ABE là $p = \left(2 + \frac{7\sqrt{3}}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{2}\right) : 2 = 1 + \frac{7\sqrt{3}}{2}$

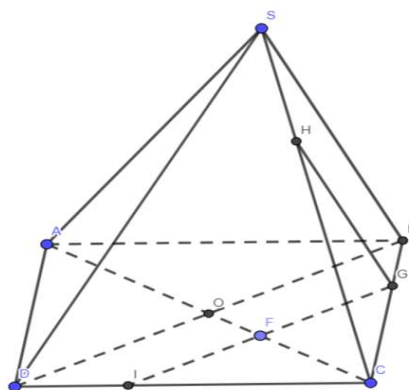
Suy ra diện tích tam giác ABE là $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Do đó diện tích cần sơn là $2.S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 1,33 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD là tam giác đều có cạnh bằng 8. Mặt phẳng (α) đi qua trọng tâm tam giác BCD song song với mặt phẳng (SBD) . Xác định độ dài đoạn giao tuyến của (α) và (SBC) .

Lời giải

Đáp án: 5,3



Gọi F là trọng tâm tam giác BCD .

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (ABCD) \cap (SBD) = BD \\ F \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases}$

Suy ra giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua F , song song với BD , cắt BC, DC lần lượt tại G, I .

Ta có $\begin{cases} (\alpha) \parallel (SBD) \\ (SBC) \cap (SBD) = SB, \text{ suy ra giao tuyến của } (\alpha) \text{ và } (SBC) \text{ là đường thẳng đi qua } G, \text{ song} \\ G \in (\alpha) \cap (SBC) \end{cases}$

song với SB , cắt SC tại H .

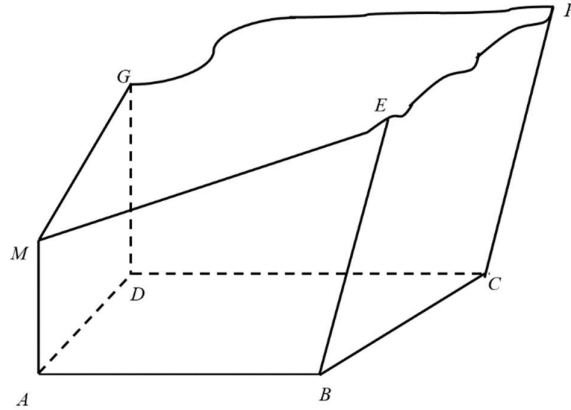
Do đó đoạn giao tuyến là GH

Trong tam giác BCD có $\frac{GC}{BC} = \frac{IG}{BD} = \frac{2}{3}$

Trong tam giác SBC có $\frac{GH}{SB} = \frac{GC}{BC} = \frac{2}{3}$

Suy ra $GH = \frac{2}{3}SB = \frac{2}{3}.8 \approx 5,3.$

Câu 5: Một khối gỗ hồng có dạng như hình vẽ



Anh An muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng $AB; AD$. Với tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông, vuông tại $A; D$, $(CD > AB)$. Các cạnh AM, DG song song với nhau; các cạnh BE, CF song song với nhau.

Anh An cần khoan vào điểm I theo thứ tự là giao của CG với mặt phẳng (α) . Tính độ dài QI . Biết $AM = 20\text{ cm}, DG = 30\text{ cm}, CD = 50\text{ cm}$,

Lời giải

Đáp án: 17

Mặt phẳng $(ADGM)$ chứa đường thẳng AD song song với mặt phẳng (α) nên mặt phẳng $(ADGM)$ cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến song song với AD .

Kẻ $MQ \parallel AD, (Q \in DG)$ nên $MQ = (\alpha) \cap (ADGM)$

Tương tự với mặt phẳng $(ABEM)$ chứa đường thẳng AB song song với mặt phẳng (α) nên mặt phẳng $(ABEM)$ cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến song song với AB .

Kẻ $MN \parallel AB, (N \in BE)$ nên $MN = (\alpha) \cap (ABEM)$

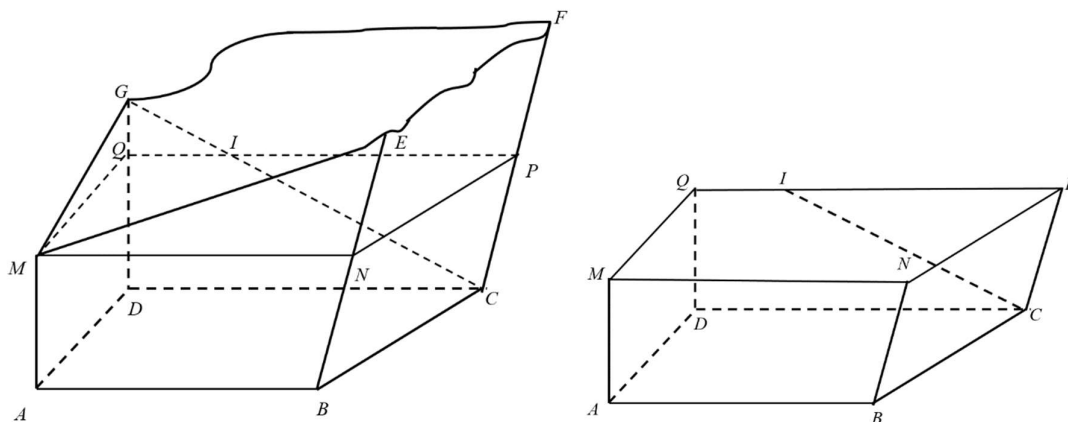
Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông tại $A; D \Rightarrow AB \parallel CD \Rightarrow CD \parallel (\alpha)$.

Với mặt phẳng $(CDGF)$ chứa đường thẳng CD song song với mặt phẳng (α) nên mặt phẳng $(CDGF)$ cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến song song với CD .

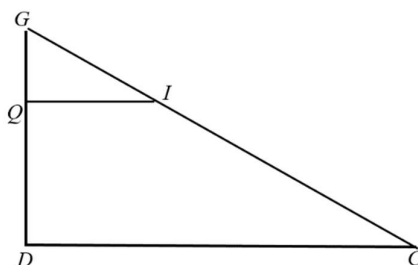
Kẻ $QP \parallel CD, (P \in CF)$ nên $QP = (\alpha) \cap (CDGF)$

Ta có: $QP \parallel CD, AB \parallel CD, MN \parallel CD \Rightarrow QP \parallel MN$

Khi đó, hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt $(ADGM), (ABEM), (CDGF), (BCFE)$ là hình thang $MNPQ$



Ta có, I là giao của CG với mặt phẳng (α) nên $I = CG \cap PQ$.



Xét tứ giác $ADQM$ có $AM \parallel DQ$, $MQ \parallel AD$ nên tứ giác $ADQM$ là hình bình hành

$$DQ = AM = 20 \text{ cm} \Rightarrow QG = 10 \text{ cm}$$

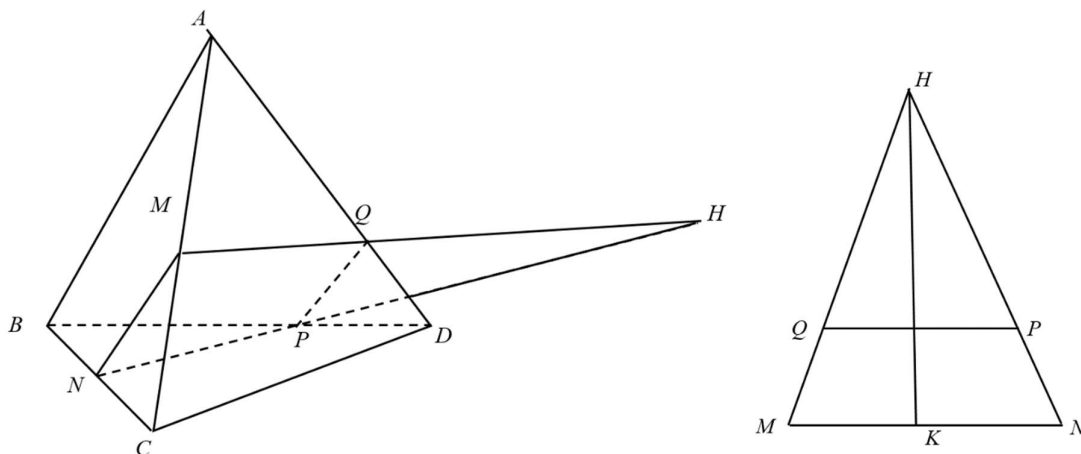
Trong tam giác DGC có $PQ \parallel CD \Rightarrow QI \parallel CD$

$$\text{nên } \frac{QI}{CD} = \frac{GQ}{GD} = \frac{1}{3} \Rightarrow QI = \frac{1}{3}CD = \frac{50}{3} \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}$$

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CA và CB . Gọi P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) cắt AD tại Q . Gọi H là giao điểm của MQ với PN . Tính bán kính R đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN ?

Lời giải

Đáp án: 2,7



Trong tam giác ABC có MN là đường trung bình nên $MN = \frac{3}{2}$; $MN \parallel AB$.

Ta có: $(ABD) \cap (MNP) = PQ \Rightarrow PQ \parallel MN \parallel AB$

Trong (ABD) có $PQ \parallel AB \Rightarrow \frac{QP}{AB} = \frac{DP}{DB} = \frac{DQ}{DA} = \frac{1}{3} \Rightarrow QP = 1; DQ = 1.$

Vì tất cả các cạnh của tứ diện đều bằng a nên $\triangle BNP = \triangle AMQ \Rightarrow MQ = NP.$

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân $MNPQ$.

Vì H là giao điểm của MQ với PN nên tam giác HMN cân tại H .

Cách 1:

Trong tam giác AMQ có $AM = \frac{3}{2}; AQ = 3 - DQ = 3 - 1 = 2; \widehat{MAQ} = 60^\circ$ nên:

$$MQ = \sqrt{AM^2 + AQ^2 - 2AM \cdot AQ \cdot \cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Trong tam giác cân HMN , kẻ đường cao HK , có: $MK = \frac{MN}{2} = \frac{3}{4}$

$$PQ \parallel MN \Rightarrow \frac{HQ}{HM} = \frac{HP}{HN} = \frac{QP}{MN} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{MQ}{MH} = \frac{1}{3} \Rightarrow HM = 3MQ = \frac{3\sqrt{13}}{2}$$

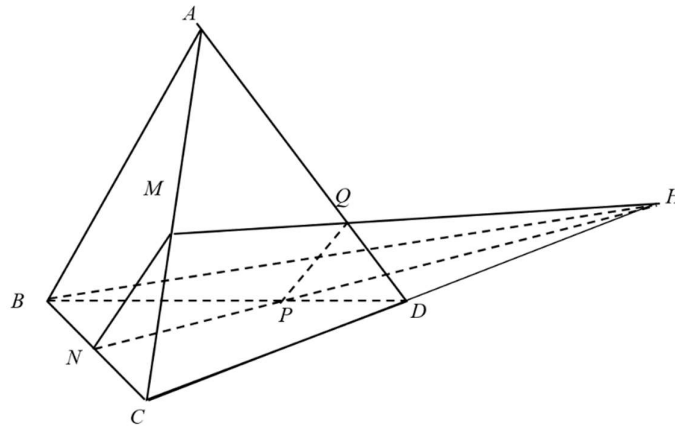
$$HK = \sqrt{MH^2 - MK^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{51}}{4}$$

$$\text{Diện tích tam giác } HMN \text{ là } S_{\triangle HMN} = \frac{MN \cdot HK}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9\sqrt{51}}{16}$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN là

$$R = \frac{MN \cdot HM \cdot HN}{4S_{\triangle HMN}} = \frac{\left(\frac{3\sqrt{13}}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{2}}{4 \cdot \frac{9\sqrt{51}}{16}} = \frac{13\sqrt{51}}{34} \approx 2,7$$

Cách 2:



Định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng: ba mặt phẳng $(ACD); (BCD); (MNP)$ cắt nhau theo ba giao tuyến là $NP; MQ; CD$.

Vì H là giao điểm của MQ với PN nên ba đường thẳng $NP; MQ; CD$ đồng quy tại H .

Trong tam giác ABD có: $\frac{NB}{NC} \cdot \frac{HC}{HD} \cdot \frac{PD}{PB} = 1 \Leftrightarrow \frac{HC}{HD} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{HC}{HD} = 2$ nên D là trung điểm của

$$HC \Rightarrow HC = 2CD = 6$$

Trong tam giác HCN có: $CN = \frac{3}{2}; HC = 6; \widehat{HCN} = 60^\circ$ nên

$$HN = \sqrt{HC^2 + CN^2 - 2HC.CN.\cos 60^\circ} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow HM = HN = \frac{3\sqrt{13}}{2}$$

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>