



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK1 TOÁN 12 **(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 01)**

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	D	D	D	C	B	A	D	B	A	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

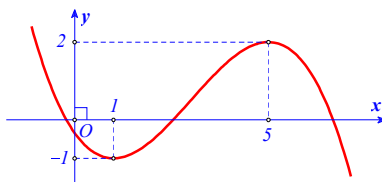
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	528	15	5	6,7	13	48

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng



A. 5.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	-4	-2	0	3	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	4	-2	2	-1	

A. $\min_{[-4; 3]} f(x) = -1$ đạt tại $x = 3$.

B. $\max_{[-4; 3]} f(x) = 4$ đạt tại $x = -4$.

C. $\max_{[-4; 3]} f(x) = 2$ đạt tại $x = 0$.

D. $\min_{[-4; 3]} f(x) = -2$ đạt tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y = 2$.

B. $y = 4$.

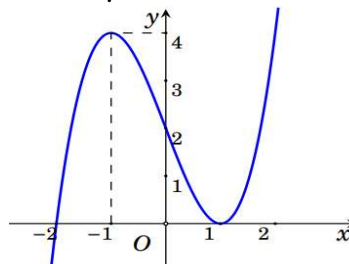
C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4. Đường cong dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = x^2 - 3x + 2$.

B. $y = x^3 - x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) và $a > 0$ nên loại phương án A và C.

Vì đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ $y = 2$ nên loại câu B.

Câu 5. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc chất điểm đạt được tại thời điểm $t = 2$.

A. $\frac{21}{4}$

B. $\frac{45}{4}$

C. 9

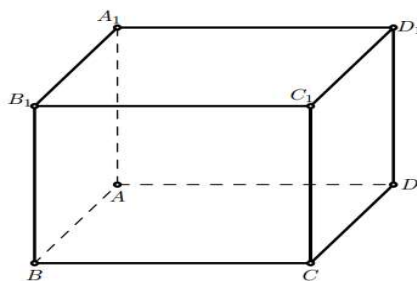
D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t$ suy ra $v(2) = 12$.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A_1C_1}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -1; 1)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$, $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

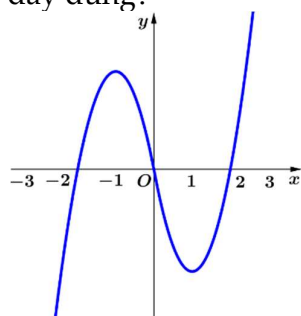
- A. $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$. B. $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (5 - 2; 2 - (-1); -1 - 3) = (3; 3; -4).$$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình sau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



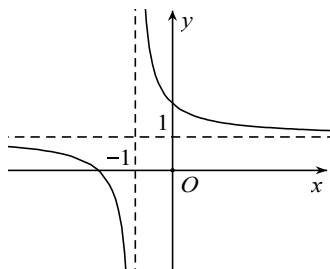
- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $a < b < 0$.

D. $0 < b < a$.

Lời giải

Chọn B

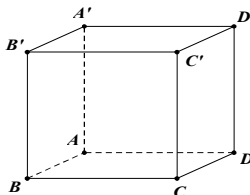
$y' = \frac{a-b}{(x+1)^2}$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định

và có đường tiệm cận ngang $y = 1$.

Dựa vào đồ thị như trên ta có giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tung độ là $y = b > 1$.

Vậy $0 < a < b$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tích vô hướng hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng



A. a^2 .

B. $\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $a^2\sqrt{2}$.

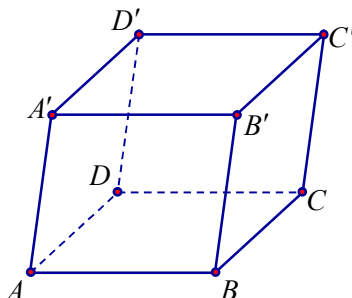
Lời giải

Chọn A

Ta có $AC = a\sqrt{2}$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 45^\circ$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Câu 12. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Toạ độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là



A. $(1; 1; -2)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(1; 2; -1)$.

D. $(2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1 : Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y - 3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2).$$

Cách 2 : Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$.

$$\text{Ta có : } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases}$$

$$\text{Do đó : } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có đồ thị là (C) .

- a) **[NB]** Hàm số (C) có hai khoảng đồng biến và hai khoảng nghịch biến.
- b) **[TH]** Đồ thị hàm số (C) đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(0; 2)$.
- c) **[TH]** Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến tiệm cận xiên bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- d) **[TH]** Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

Giải phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số (C) có hai khoảng đồng biến và hai khoảng nghịch biến.

b) **Sai.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2; -2)$.

c) **Đúng.**

Ta có $y = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$.

$y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

d) **Sai.**

$x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai tiệm cận thỏa mãn $\begin{cases} x = -1 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) **[NB]** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) **[TH]** Hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu tại $x = 2$

c) **[TH]** GTLN của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 1.

d) **[VD]** Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y = 2x + 1$

Lời giải

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

a. Ta có Hàm số $f(x)$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$

b. Hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu tại $x = 2$

c. GTLN của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 1.

d. 2 điểm cực trị có tọa độ $A(0; 1); B(2; -3)$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y = -2x + 1$

Câu 3: Trên phần mềm Geogebra 3D với các trục tọa độ đã được dựng sẵn, bạn Quân vẽ hình thang $ABCD$ có hai đáy AB, CD , tọa độ các đỉnh $A(1; -1; 3), B(-1; 1; 2), C(0; 2; 2), D(a; b; c)$ và biết diện tích hình thang bằng $6\sqrt{2}$.

- a) **[NB]** $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(-2; 2; -1)$
 b) **[TH]** Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng -4
 c) **[TH]** $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$ và $|\overrightarrow{DC}| = 9$
 d) **[VD]** $a + b + c = 15$

Lời giải

Ta có :

- a) **Đúng** $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1)$.
 b) **Sai** $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1); \overrightarrow{BC} = (1; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
 c) **Đúng**

$\overrightarrow{DC}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow ABCD$ là hình thang vuông chiều cao CB

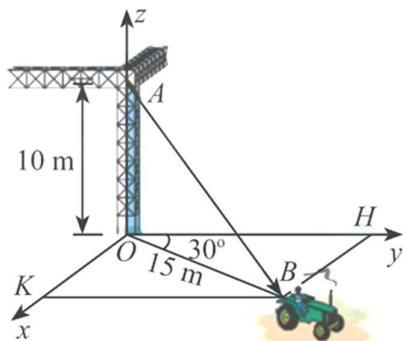
Theo giả thiết diện tích hình thang là $S_{ABCD} = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{(AB + CD) \cdot CB}{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow CD = 9$.

d) **Sai**

$3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DC} = (-a; 2 - b; 2 - c)$

$$3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot (-2) = -a \\ 3 \cdot 2 = 2 - b \\ 3 \cdot (-1) = 2 - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -4 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 7.$$

Câu 4: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$.



- a) **[NB]** Tọa độ vector $\overrightarrow{OA}$ là $(0; 0; 10)$.
 b) **[TH]** Tọa độ điểm H là $\left(\frac{15\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$.
 c) **[TH]** Độ dài sợi dây cáp AB bằng $5\sqrt{13}$.
 d) **[VD]** $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{KH}) = \frac{\sqrt{13}}{26}$.

Lời Giải

a) Dựa vào Hình, $\overrightarrow{OA} = (0; 0; 10)$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$. Khi đó, $H\left(0; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{10^2 + 15^2} = 5\sqrt{13}$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có: $OK = OB \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) = \frac{15}{2}$. Khi đó, $K\left(\frac{15}{2}; 0; 0\right); B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

$$\overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right).$$

$$\overrightarrow{KH} = \left(-\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right).$$

$$\Rightarrow KH = 15.$$

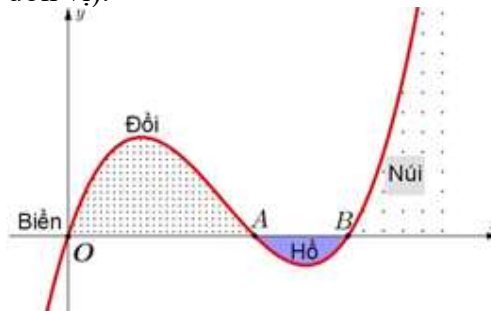
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KH} = \frac{15}{2} \cdot \left(-\frac{15}{2}\right) + \frac{15\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{15\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot (-10) = \frac{225}{2}.$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{KH}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KH}}{AB \cdot KH} = \frac{\frac{225}{2}}{5\sqrt{13} \cdot 15} = \frac{3\sqrt{13}}{26}.$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2km$, độ rộng của hồ $AB = 1km$ và độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là $158m$. Tìm chiều cao của ngọn đồi (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 528.

Ta có $OA = 2km$, $OB = 3km$ và độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất là $158m = 0,158km$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $O(0,0)$; $A(2,0)$; $B(3,0)$ nên ta có

$$y = ax(x-2)(x-3) = a(x^3 - 5x^2 + 6x) \text{ với } a > 0$$

$$\text{Đạo hàm } y' = a(3x^2 - 10x + 6), y' = 0 \Rightarrow x = \frac{5+\sqrt{7}}{3}, x = \frac{5-\sqrt{7}}{3}$$

$$\text{Từ vị trí độ sâu nhất của hồ tại vị trí điểm cực tiểu } x_{CT} = \frac{5+\sqrt{7}}{3}, y_{CT} = 0,158 \Rightarrow a \approx 0,25$$

Điểm cao nhất của ngọn đồi ứng với vị trí cực đại $\left(\frac{5-\sqrt{7}}{3}, 0,528\right)$

Vậy ngọn đồi cao 528m.

Câu 2: Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t$ ($t > 0$). Biết rằng phải thông báo cho nhân dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho người dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Lời giải

Trả lời: 15.

Ta có $h'(t) = -t^2 + 10t + 24$, $h'(t) = 0 \Rightarrow t = 12$

Bảng biến thiên:

t	0	12	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$		$h_{\max}$	

Để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ, khi đó 20 giờ nước đầy và phải thông báo cho dân di dời trước 5 giờ, tức 15 giờ chiều.

Câu 3: Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 5.

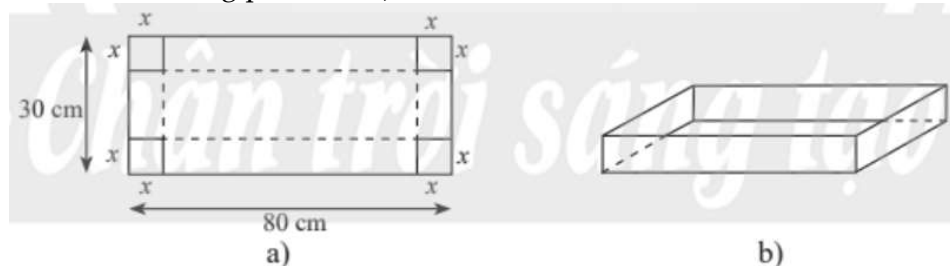
Tập xác định của hàm số $D = [-1;1] \setminus \{0\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = -\infty$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng $x = 0$ (trục Oy) là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy: $d(A, Oy) = |-5| = 5$.

Câu 4: Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30cm và chiều dài 80cm (Hình a), người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5 \leq x \leq 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như Hình b. Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 6, 7.

Thể tích chiếc hộp là: $V(x) = x(30-2x)(80-2x) = 2400x - 220x^2 + 4x^3$ với $5 \leq x \leq 10$.

Ta có:

$$V'(x) = 12x^2 - 440x + 2400$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{3} \in [5; 10] \\ x = 30 \notin [5; 10] \end{cases}$$

Khi đó:

$$V(5) = 7000; V\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{200000}{27}; V(10) = 6000.$$

$$\text{Do đó: } \max_{[5; 10]} V(x) = \frac{200000}{27} \text{ khi } x = \frac{20}{3}.$$

Vậy để thể tích chiếc hộp là lớn nhất thì $x = \frac{20}{3} \approx 6,7 \text{ cm}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 0)$, $B(-2; 1; -1)$ và điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó giá trị $\sqrt{5}MA + MB$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 13

Cách 1.

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I(-4; 3; -2)$.

$$\text{Khi đó } T = MA^2 - 2MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 - 2\overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = -MI^2 + IA^2 - 2IB^2$$

Do đó $T_{\max} \Leftrightarrow MI_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oyz)

$$\Rightarrow M(0; 3; -2)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (0; -4; 2) \Rightarrow MA = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{MB} = (-2; -2; 1) \Rightarrow MB = 3$$

$$\text{Vậy } \sqrt{5}MA + MB = 13$$

Cách 2.

$$M \in (Oyz) \Rightarrow M(0; y; z)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (0; y+1; z) \\ \overrightarrow{BM} = (2; y-1; z+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = (y+1)^2 + z^2 \\ BM^2 = 4 + (y-1)^2 + (z+1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM^2 - 2BM^2 = [(y+1)^2 + z^2] - 2[4 + (y-1)^2 + (z+1)^2]$$

$$= -y^2 + 6y - z^2 - 4z - 11$$

$$= -(y-3)^2 - (z+2)^2 + 2 \leq 2$$

$$MA^2 - 2MB^2 \text{ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 khi và chỉ khi } \begin{cases} y-3=0 \\ z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ z=-2 \end{cases}$$

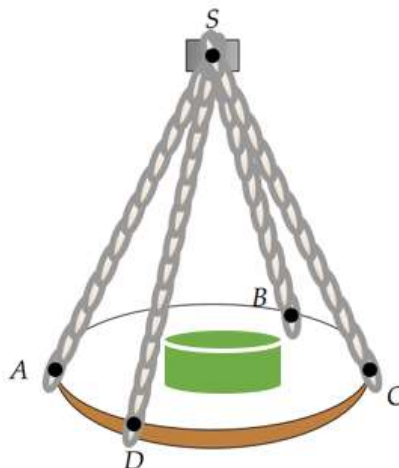
$$\Rightarrow M(0; 3; -2)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = (0; 4; -2) \Rightarrow AM = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{BM} = (2; 2; -1) \Rightarrow BM = 3$$

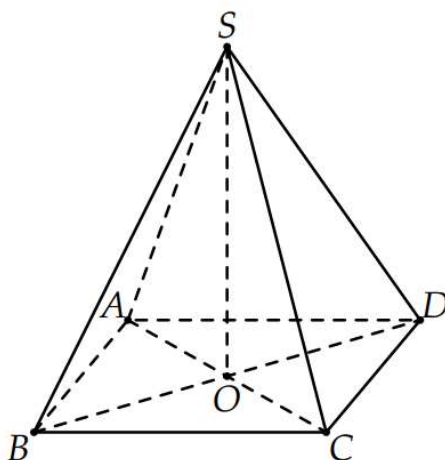
$$\text{Vậy } \sqrt{5}MA + MB = 13$$

Câu 6: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có trọng lượng $24N$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn dây SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{BSD} = 60^\circ$ như hình vẽ sau. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là các lực căng của bốn sợi dây nói trên. Bình phương vô hướng của mỗi lực căng bằng bao nhiêu Newton? (Biết rằng trọng lượng đĩa cân không đáng kể)



Lời giải

Trả lời: 48



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh SA, SB, SC, SD biểu diễn độ lớn các lực căng dây.

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên vật cân là $P = 24$.

$$|\vec{F}_1| = SA, |\vec{F}_2| = SB, |\vec{F}_3| = SC, |\vec{F}_4| = SD.$$

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$; $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$ nên hợp lực của 4 sợi dây là $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.

Cân đứng yên thì hợp lực của các sợi dây phải cân bằng với trọng lực nên

$$4SO = P \Leftrightarrow SO = \frac{P}{4} = \frac{24}{4} = 6.$$

Ta có $SA = SB = SC = SD$ và $\widehat{BSD} = 60^\circ$ nên $\triangle BSD$ đều

$$\text{Do đó } SO = \frac{SB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SB = \frac{2SO}{\sqrt{3}} = \frac{2.6}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } SB^2 = 48.$$

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan