HỒ THỨC THUẬN

TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
"LIVE VIP 9+ TOÁN "

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TƯ VẤN NHÉ!

ĐỀ ÔN THI GIỮA HK2 TOÁN 11
(Đề Thi Số 01)

Phần I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN (Chọn 1 phương án đúng trong 4 phương án sau)

Câu 1. Cho các số thực a, b, n, m $(a>0;b>0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$ **B.** $a^m.a^n=a^{m+n}$ **C.** $\dfrac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$ **D.** $(a+b)^m=a^m+b^m$

Câu 2. Cho số thực dương a thỏa mãn $\left(\dfrac{1}{a}\right)^{24}>\left(\dfrac{1}{a}\right)^{23}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<a<1$. **B.** $a<\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}<a<1$. **D.** $a>1$.

Câu 3. Cho $a>0$. Giá trị của $\log_7(49a)$ bằng

A. $7+\log_7 a$. **B.** $2.\log_7 a$. **C.** $2+\log_7 a$. **D.** $7.\log_7 a$.

Câu 4. Cho $\log_3 5=a,\log_3 2=b$. Tính $\log_2 30$ theo a,b.

A. $\dfrac{a+b+1}{b}$. **B.** $\dfrac{a-b+1}{b}$. **C.** $\dfrac{a+b-1}{b}$. **D.** $\dfrac{-a+b+1}{b}$.

Câu 5. Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Phương trình $7^{2x^2+5x+4}=49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x-2.2^{x+1}+3<0$ là

A. $S=(0;\log_2 3)$. **B.** $S=(0;+\infty)$.

C. $S=(1;3)$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+4)-2\le 0$ là

A. $S=(-2;0)$. **B.** $S=(-2;0]$. **C.** $S=(-\infty;0]$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{7}} x$. **C.** $y=\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-36)$.

A. $D=(-\infty;0)\cup(36;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-6]\cup[6;+\infty)$.

C. $D=(-6;6)$. **D.** $D=(-\infty;-6)\cup(6;+\infty)$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD và $AH \perp (BCD)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

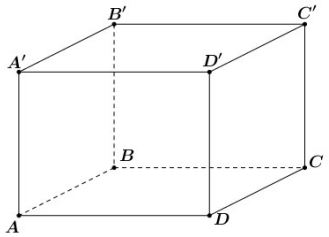
A. $CD \perp BD$ **B.** $AB \perp CD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $AB \perp (SAC)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $CD \perp AC$. **D.** $CD \perp (ABCD)$.

Phần II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Học sinh trả lời đúng hoặc sai cho tất cả các ý a, b, c, d trong các câu 13, 14, 15, 16)

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông.



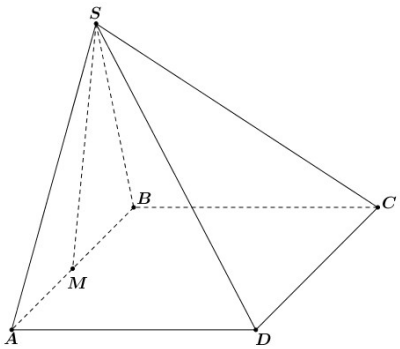
a) $AC \perp B'D'$.

b) Góc giữa đường thẳng AC và $A'D'$ bằng 45°.

c) Góc giữa đường thẳng AC và AD bằng 60°.

d) Góc giữa đường thẳng BC và $B'A'$ bằng 60°.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, SAB là tam giác cân tại S. Gọi M là trung điểm AB.



a) $SM \perp AB$.

b) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng CD bằng 90°.

c) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng AC bằng (SM, MN), với N là trung điểm của BC.

d) Góc giữa đường thẳng SB và đường thẳng AD bằng $\widehat{SBC}$.

Câu 15.

a) Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là một góc vuông.

b) Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

c) Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

d) Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Câu 16.

a) Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều.

b) Độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c là $d=a^2+b^2+c^2$.

c) Tổng diện tích các mặt của hình lập phương có cạnh bằng a là $6a^2$.

d) Hình lăng trụ đứng có mặt bên là các hình vuông.

Phần III. TRẮC NGHIỆM ĐIỀN KHUYẾT (Học sinh điền kết quả bài toán vào ô trống "……")

Câu 17. Phương trình $2\log_9(x-1)+\log_3(x-4)=\log_3 4$ có bao nhiêu nghiệm?

……

……..……..

Câu 18. Ông A gửi 300 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 5% /1 năm. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 30 triệu để mua sắm. Tính thời gian tối thiểu ông A gửi tiết kiệm để sau khi mua sắm ông còn ít nhất 350 triệu đồng?

……

……..……..

Câu 19. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Minh gửi vào một ngân hàng số tiền 100 triệu đồng với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Sau 6 tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên $0,7\%$ / tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống $0,6\%$ / tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Minh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau một năm gửi tiền, bác Minh cần rút tiền thì số tiền nhận được là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

……

……..……..

Câu 20. Cho ΔACD và ΔBCD nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Biết $AC=AD=BC=BD=a$ và $CD=x$. Xác định x để $(ABC)\perp(ABD)$?

……

……..……..

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB=2\sqrt{3}a$, $\widehat{SBC}=30°$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

……

……..……..

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với (SAB) một góc 30^0. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của BC,SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và CF bằng bao nhiêu ?

……

……..……..

---------- HẾT ----------

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho các số thực $a,\ b,\ n,\ m\ (a>0;b>0)$. Khẳng định đúng là

A. $\left(a^m\right)^n=a^{m+n}$ **B.** $a^m.a^n=a^{m+n}$ **C.** $\dfrac{a^m}{a^n}=\sqrt[n]{a^m}$ **D.** $(a+b)^m=a^m+b^m$

Lời giải:

Ta có: $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Câu 2. Cho số thực dương a thỏa mãn $\left(\dfrac{1}{a}\right)^{24}>\left(\dfrac{1}{a}\right)^{23}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0<a<1$. **B.** $a<\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}<a<1$. **D.** $a>1$.

Lời giải:

Ta có: $24>23$ nên để $\left(\dfrac{1}{a}\right)^{24}>\left(\dfrac{1}{a}\right)^{23}$ thì $\dfrac{1}{a}>1\Leftrightarrow\dfrac{1-a}{a}>0\Leftrightarrow 0<a<1$.

Câu 3. Cho $a>0$. Giá trị của $\log_7(49a)$ bằng

A. $7+\log_7 a$. **B.** $2.\log_7 a$. **C.** $2+\log_7 a$. **D.** $7.\log_7 a$.

Lời giải:

$\log_7(49a)=\log_7 49+\log_7 a=2+\log_7 a$.

Câu 4. Cho $\log_3 5=a,\log_3 2=b$. Tính $\log_2 30$ theo a,b.

A. $\dfrac{a+b+1}{b}$. **B.** $\dfrac{a-b+1}{b}$. **C.** $\dfrac{a+b-1}{b}$. **D.** $\dfrac{-a+b+1}{b}$.

Lời giải:

$$\log_2 30=\frac{\log_3 30}{\log_3 2}=\frac{\log_3(2.3.5)}{\log_3 2}=\frac{\log_3 2+\log_3 3+\log_3 5}{\log_3 2}=\frac{a+b+1}{b}.$$

Câu 5. Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\x-3>0\end{cases}\Rightarrow x>3.$

Ta có: $\log_2 x+\log_2(x-3)=2\Leftrightarrow\log_2\left(x(x-3)\right)=2\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=-1 & (loai)\\ x=4 & (tm)\end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=4$.

Câu 6. Phương trình $7^{2x^2+5x+4}=49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $7^{2x^2+5x+4}=49\Leftrightarrow 7^{2x^2+5x+4}=7^2\Leftrightarrow 2x^2+5x+4=2\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng: $-2+(-\dfrac{1}{2})=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x-2.2^{x+1}+3<0$ là

A. $S=(0;\log_2 3)$. **B.** $S=(0;+\infty)$.

C. $S=(1;3)$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải:

Đặt $t=2^x, t>0$. Bpt $\Leftrightarrow t^2-4t+3<0\Leftrightarrow 1<t<3(tm)$

Thay vào cách đặt ta được $1<2^x<3\Leftrightarrow 0<x<\log_2 3$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $S=(0;\log_2 3)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+4)-2\le 0$ là

A. $S=(-2;0)$. **B.** $S=(-2;0]$. **C.** $S=(-\infty;0]$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Lời giải:

Bpt $\Leftrightarrow \begin{cases}2x+4>0\\2x+4\le 4\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x>-2\\x\le 0\end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $S=(-2;0]$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{7}} x$. **C.** $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-36)$.

A. $D=(-\infty;0)\cup(36;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-6]\cup[6;+\infty)$.

C. $D=(-6;6)$. **D.** $D=(-\infty;-6)\cup(6;+\infty)$.

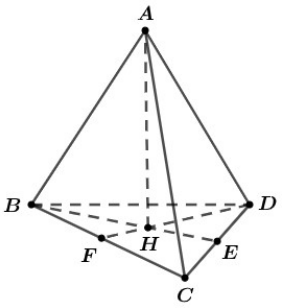
Lời giải:

Điều kiện $x^2-36>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-6)\cup(6;+\infty)$. Vậy tập xác định $D=(-\infty;-6)\cup(6;+\infty)$.

Câu 11. Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *BCD* và $AH\perp(BCD)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $CD\perp BD$ **B.** $AB\perp CD$. **C.** $AC=BD$. **D.** $AB=CD$.

Lời giải:



Do $AH\perp(BCD)\Rightarrow AH\perp CD$

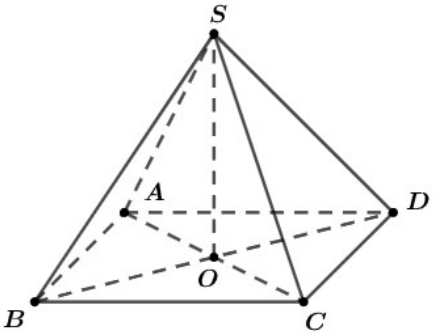
Tam giác *BCD* có 2 đường cao là BE, DF.

Ta có: $\begin{cases}CD\perp AH\\CD\perp BE\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABE)\Rightarrow CD\perp AB$.

Câu 12. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm *O*. Biết rằng $SA=SC$, $SB=SD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $AB \perp (SAC)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $CD \perp AC$. **D.** $CD \perp (ABCD)$.

Lời giải:

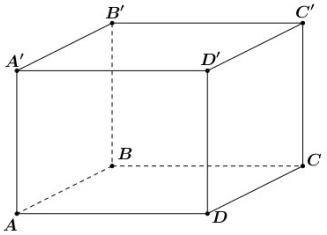


Tam giác SAC cân tại S có đường trung tuyến SO nên $SO \perp AC$.

Tương tự ta có $SO \perp BD$

Vậy $SO \perp (ABCD)$.

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông.



a) $AC \perp B'D'$.

b) Góc giữa đường thẳng AC và $A'D'$ bằng 45°.

c) Góc giữa đường thẳng AC và AD bằng 60°.

d) Góc giữa đường thẳng BC và $B'A'$ bằng 60°.

Lời giải:

a) $AC \perp B'D'$: **Đúng.**

Ta có: $\begin{cases} BD // B'D' \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow AC \perp B'D'$.

b) Góc giữa đường thẳng AC và $A'D'$ bằng 45°: **Đúng.**

Ta có: $A'D' // AD \Rightarrow (AC, A'D') = (AC, AD)$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $\widehat{DAC} = 45^\circ$. Vậy $(AC, A'D') = \widehat{DAC} = 45^\circ$.

c) Góc giữa đường thẳng AC và AD bằng 60°: **Đúng.**

Ta có: $A'C' // AC \Rightarrow (AC, A'D) = (A'C', A'D)$.

Xét $\Delta A'DC'$ có $A'D = DC' = A'C'$ (Ba đường chéo của ba hình vuông bằng nhau).

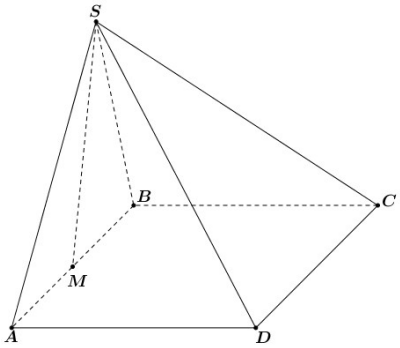
Suy ra $\Delta A'DC'$ là tam giác đều.

Vậy $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$.

d) Góc giữa đường thẳng BC và $B'A'$ bằng 60°: **Sai.**

Ta có: $B'A' // BA \Rightarrow (BC, B'A') = (BC, BA) = \widehat{ABC} = 90^\circ$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, SAB là tam giác cân tại S. Gọi M là trung điểm AB.



a) $SM \perp AB$.

b) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng CD bằng 90°.

c) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng AC bằng (SM, MN), với N là trung điểm của BC.

d) Góc giữa đường thẳng SB và đường thẳng AD bằng $\widehat{SBC}$.

Lời giải:

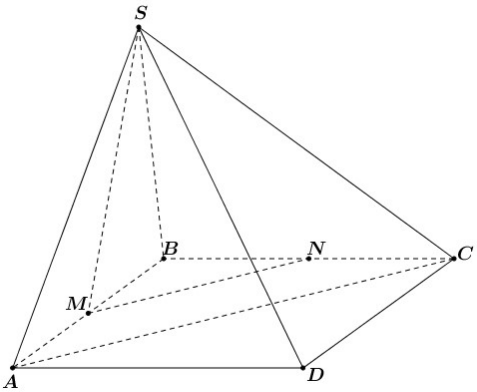
a) $SM \perp AB$: **Đúng.**

Ta có: $SM \perp AB$ theo tính chất của ΔSAB cân tại S.

b) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng CD bằng 90°: **Đúng.**

Vì $AB//CD$ ($ABCD$ là hình bình hành) mà $SM \perp AB$ do ΔSAB cân tại S, suy ra $SM \perp CD$. Vậy $(SM, CD) = 90^\circ$.

c) Góc giữa đường thẳng SM và đường thẳng AC bằng (SM, MN), với N là trung điểm của BC: **Đúng.**



Ta có: $MN//AC$ (tính chất đường trung bình) $\Rightarrow (SM, AC) = (SM, MN)$.

d) Góc giữa đường thẳng SB và đường thẳng AD bằng $\widehat{SBC}$: **Sai.**

Ta có: $AD//BC$ ($ABCD$ là hình bình hành) $\Rightarrow (SB, AD) = (SB, BC)$.

Trong ΔSBC thì $\widehat{SBC}$ có thể tù; do đó không thể khẳng định $(SB, AD) = (SB, BC) = \widehat{SBC}$.

Câu 15.

a) Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là một góc vuông.

b) Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

c) Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

d) Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Lời giải:

a) Đúng.

b) Sai.

Phát biểu đúng là: Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

c) Đúng.

d) Đúng.

Câu 16.

a) Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều.

b) Độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c là $d=a^2+b^2+c^2$.

c) Tổng diện tích các mặt của hình lập phương có cạnh bằng a là $6a^2$.

d) Hình lăng trụ đứng có mặt bên là các hình vuông.

Lời giải:

a) Sai.

Phát biểu đúng là: Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

b) Sai.

Độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c là $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

c) Đúng.

d) Sai.

Hình lăng trụ đứng có mặt bên là các hình chữ nhật.

Câu 17. Phương trình $2\log_9(x-1)+\log_3(x-4)=\log_3 4$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1>0\\x-4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x>4\end{cases}\Leftrightarrow x>4$. Khi đó, phương trình đã cho trở thành:

$$2\log_{3^2}(x-1)+\log_3(x-4)=\log_3 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x-1)+\log_3(x-4)=\log_3 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x-1)(x-4)=\log_3 4$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-4)=4$$

$$\Leftrightarrow x^2-5x=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \ \ hay \ \ x=5$$

So với điều kiện, ta chỉ nhận nghiệm $x=5$. Vậy phương trình đã cho có đúng 01 nghiệm.

Câu 18. Ông A gửi 300 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 5% /1 năm. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 30 triệu đồng để mua sắm. Tính thời gian tối thiểu ông A gửi tiết kiệm để sau khi mua sắm ông còn ít nhất 350 triệu đồng?

Lời giải:

Số tiền tối thiểu ông A đã nhận được là 380 triệu.

Giả sử ông A đã gửi tiết kiệm trong n năm.

Theo công thức lãi suất kép, ta có: $380.10^6=300.10^6(1+0,05)^n\Leftrightarrow n=\log_{1,05}\dfrac{380}{300}\Leftrightarrow n\approx 4.85$.

Vậy, ông A đã gửi tiết kiệm ít nhất trong 5 năm.

Câu 19. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Minh gửi vào một ngân hàng số tiền 100 triệu đồng với lãi suất $0,5\%/$ tháng. Sau 6 tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên $0,7\%/$ tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống $0,6\%/$ tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Minh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau một năm gửi tiền, bác Minh cần rút tiền thì số tiền nhận được là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn)

Lời giải:

Số vốn tích luỹ của bác Minh sau 6 tháng gửi tiền là:

$T_1 = 100.(1+0,5\%)^6 = 100.(1,005)^6$ (triệu đồng)

Số vốn tích luỹ của bác Minh sau 9 tháng gửi là:

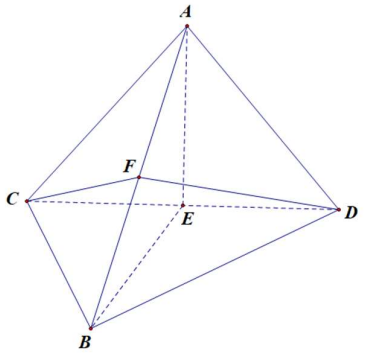
$T_2 = T_1.(1,007)^3 = 100.(1,005)^6.(1,007)^3$ (triệu đồng)

Do đó số tiền bác Minh có được sau 1 năm (12 tháng) từ ngân hàng là:

$T = T_2.(1,006)^3 = 100.(1,005)^6.(1,007)^3.(1,006)^3$ (triệu đồng) $\approx 107,122$ (triệu đồng).

Câu 20. Cho ΔACD và ΔBCD nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Biết $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = x$. Xác định x để $(ABC) \perp (ABD)$.

Lời giải:



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của CD, AB, suy ra $\begin{cases} AE \perp CD \\ BE \perp CD \end{cases}$ nên góc tạo bởi (ACD) và (BCD) là (EA, EB). Do $(ACD) \perp (BCD) \Rightarrow \widehat{AEB} = 90^0$.

Có $AE = BE = \sqrt{AC^2 - CE^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{x^2}{4}} \Rightarrow AB^2 = AE^2 + BE^2 = 2a^2 - \dfrac{x^2}{2}$.

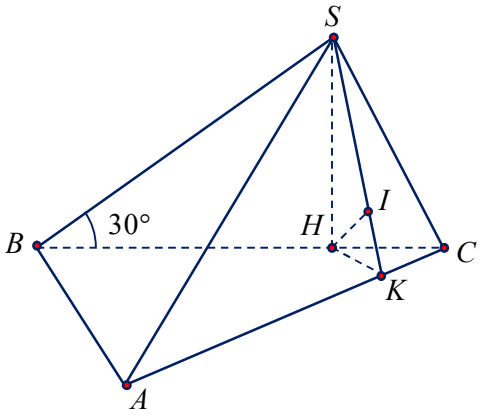
Mặt khác $\begin{cases} CF \perp AB \\ DF \perp AB \end{cases}$ nên góc tạo bởi (ABC) và (ABD) là (FC, FD).

Để $(ABC) \perp (ABD) \Rightarrow \widehat{CFD} = 90^0 \Leftrightarrow CF^2 + FD^2 = CD^2 \Leftrightarrow 2\left(AC^2 - \dfrac{AB^2}{4}\right) = CD^2$

$\Leftrightarrow 2a^2 - \dfrac{1}{2}\left(2a^2 - \dfrac{x^2}{2}\right) = x^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2\sqrt{3}a$, $\widehat{SBC} = 30°$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

Lời giải:



Trong (SBC), kẻ $SH \perp BC$ tại H.

Ta có $\begin{cases}(SBC)\perp(ABC)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\\SH\perp BC\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Ta có ΔSBH vuông tại H có $SH=SB.\sin 30°=a\sqrt{3}$;

$BH=SB.\cos 30°=3a$; $HC=BC-BH=a$.

Khi đó $BC=4HC$ nên $d\left(B,(SAC)\right)=4d\left(H,(SAC)\right)$

Trong (ABC), kẻ $HK\perp AC$ tại K; trong (SHK), kẻ $HI\perp SK$ tại I.

Khi đó, ta có $\begin{cases}SH\perp AC\\HK\perp AC\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SHK)\Rightarrow AC\perp HI$ mà $HI\perp SK$

$\Rightarrow HI\perp(SAC)\Rightarrow HI=d\left(H,(SAC)\right)$.

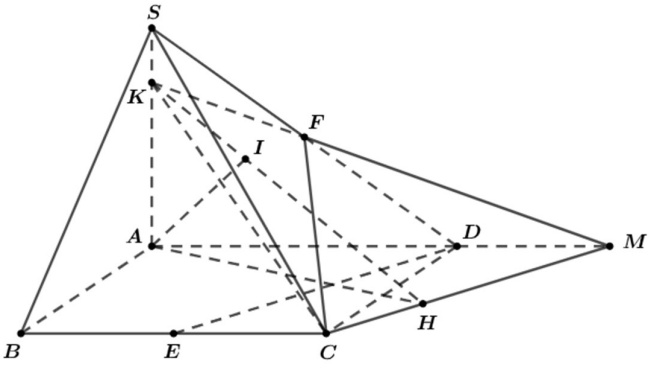
Mặt khác, có $\Delta CKH\backsim\Delta CBA$ nên $\frac{HK}{AB}=\frac{CH}{CA}\Rightarrow HK=\frac{CH.AB}{\sqrt{AB^2+BC^2}}=\frac{3a}{5}$.

Tam giác SHK vuông tại H có $\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HK^2}\Rightarrow HI=\frac{SH.HK}{\sqrt{SH^2+HK^2}}=\frac{3\sqrt{7}a}{14}$.

Vậy $d\left(B,(SAC)\right)=\frac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với (SAB) một góc 30^0. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của BC,SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và CF bằng bao nhiêu ?

Lời giải:



Lấy điểm M trên AD kéo dài sao cho $DM=\frac{a}{2}$.

Kéo dài MF cắt SA tại K. Kẻ $AH\perp CM$. $AI\perp KH$.

Khi đó ta có $DE//CM$

$\Rightarrow DE//(CMF)$

nên $d(DE,CF)=d(DE,(CMF)=d(D,(CMF))=\frac{1}{3}d(A,(CMF))=\frac{1}{3}d(A,(CMK))=\frac{1}{3}AI$.

Ta có SC tạo với (SAB) một góc 30^0

nên $\widehat{CSB}=30^0\Rightarrow SB=\frac{BC}{\tan 30^0}=\frac{a}{\tan 30^0}=a\sqrt{3}\Rightarrow SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

Áp dụng định lý menelauyt cho tam giác ΔSAD ta có:

$\frac{KS}{KA}.\frac{MA}{MD}.\frac{FD}{FS}=1\Rightarrow\frac{KS}{KA}=\frac{1}{3}\Rightarrow KA=\frac{3}{4}SA=\frac{3\sqrt{2}a}{4}$.

Ta có $S=S_{\Delta ACM}=\frac{1}{2}CM.AH\Rightarrow AH=\frac{2S}{CM}=\frac{2.\frac{3a^2}{4}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}a$.

Tam giác AKH vuông tại A nên $\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AH^2}$

hay $\frac{1}{AI^2}=\frac{5}{9a^2}+\frac{8}{9a^2}=\frac{13}{9a^2}\Leftrightarrow AI=\frac{3\sqrt{13}}{13}a\Rightarrow d(DE,CF)=\frac{\sqrt{13}}{13}a$.