



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

100 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI HÀM SỐ
(Chuẩn Cấu Trúc Form SGK mới 2025)

E. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho hàm số hàm số $y = f(x) = -x^3 + mx^2 - (m^2 + m + 1)x$,

- a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[-1;1]} f(x)$ đạt được tại $x = 1$
- b) Khi $m = 1$ thì $\min_{[1;3]} f(x) = -3$
- c) Có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\min_{[-1;1]} f(x) = -6$
- d) Có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\max_{[-1;1]} f(x) < 5$

Trả lời

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[-1;1]} f(x)$ đạt được tại $x = 1$

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $y = -x^3 + x^2 - 3x \Rightarrow y' = -3x^2 + 2x - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $[-1;1]$ nên $\max_{[-1;1]} f(x) = f(-1)$

b) Khi $m = 1$ thì $\min_{[-1;1]} f(x) = -3$

Ta có: $\min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = -1^3 + 1^2 - 3 \cdot 1 = -3$

c) Có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\min_{[-1;1]} f(x) = -6$

Ta có: $y' = -3x^2 + 2mx - m^2 - m - 1; \forall x \in \mathbb{R}$

Mà $\Delta' = -2m^2 - 3m - 3 < 0; \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra $y' < 0; \forall x \in [-1;1]$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $[-1;1]$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Suy ra $\min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = -6$.

Lại có $y(1) = -2 - m^2$.

$$\text{Do đó } -2 - m^2 = -6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

d) Có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\max_{[-1;1]} f(x) < 5$

Ta có: $\max_{[-1;1]} f(x) = f(-1) = m^2 + 2m + 2$

Suy ra: $\max_{[-1;1]} f(x) < 5 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$

Do đó, có 3 giá trị nguyên của của tham số m thỏa mãn $\max_{[-1;1]} f(x) < 5$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x + m^2 + m}{x - 1}$

a) $\max_{[3;5]} f(x) = f(3)$

b) $\min_{[2;3]} f(x) = m^2 + m + 2$

c) $\max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

d) Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $\max_{[2;3]} f(x) + \min_{[2;3]} f(x) = \frac{13}{2}$ bằng 1.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
------	------	------	------

a) $\max_{[3;5]} f(x) = f(3)$

Ta có: $y' = \frac{-m^2 - m - 1}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in [3;5] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[3;5]$

Vậy $\max_{[3;5]} f(x) = f(3)$

b) $\min_{[2;3]} f(x) = m^2 + m + 2$

Ta có: $y' = \frac{-m^2 - m - 1}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in [2;3] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[2;3]$

Vậy $\min_{[2;3]} f(x) = f(3) = \frac{m^2 + m + 3}{2}$

c) $\max_{[2;3]} f(x) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Ta có: $\max_{[2;3]} f(x) = f(2) = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m^2 + m + 2 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow m^2 + m + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

d) Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\max_{[2;3]} f(x) + \min_{[2;3]} f(x) = \frac{13}{2}$ bằng 1.

Xét hàm số $y = \frac{x+m^2+m}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$.

$y' = \frac{-m^2-m-1}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in [2;3] \Rightarrow \min_{[2;3]} f(x) = f(3) = \frac{m^2+m+3}{2}, \max_{[2;3]} f(x) = f(2) = \frac{m^2+m+2}{1}.$

$\max_{[2;3]} f(x) + \min_{[2;3]} f(x) = \frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{m^2+m+3}{2} + \frac{m^2+m+2}{1} = \frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{2}m^2 + \frac{3}{2}m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}.$

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu là $S = -2 + 1 = -1$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -2 .

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3 .

c) Tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

d) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y = f(x_A) = y_A$; $\min y = f(x_B) = y_B$. Độ dài $AB = \sqrt{2}$.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -2 .

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-2 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=-3 \end{cases}.$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	-2	-3	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3 .

Từ bảng biến thiên, giá trị của hàm số trên $\mathbb{R}$ là -3 .

c) Tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

Từ bảng biến thiên, tập giá trị của hàm số là $[-3; +\infty)$.

d) Trên đoạn $[0;1]$, $\max y = f(x_A) = y_A$; $\min y = f(x_B) = y_B$. Độ dài $AB = \sqrt{2}$.

Trên đoạn $[0;1]$

$\max y = f(0) = -2$; $\min y = f(1) = -3$. Suy ra $A(0; -2)$, $B(1; -3)$

Khoảng cách $AB = \sqrt{2}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + m^2x - 2m^2 + 2m - 9$ với m là tham số.

a) Khi $m = 1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$ là -9 .

b) Khi $m = 1$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ là 3 .

c) Khi $m = 1$ thì tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng 1 .

d) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không vượt quá 3 . Số phần tử của S bằng 3 .

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$ là -9 .

Với $m = 1$ thì $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 9$; $y' = x^2 + 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $[0;3]$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$: $\min y = f(0) = -9$

b) Khi $m = 1$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ là 3 .

Với $m = 1$ thì $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 9$; $y' = x^2 + 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $[0;3]$

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$: $\max y = f(3) = 3$

c) Khi $m = 1$ thì tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng 1 .

Với $m = 1$ thì $y = \frac{1}{3}x^3 + x - 9$; $y' = x^2 + 1 \geq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất bằng 1 .

d) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không vượt quá 3 . Số phần tử của S bằng 3 .

$y' = x^2 + m^2, x \in \mathbb{R}; y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó hàm số đồng biến trên đoạn $[0;3] \Rightarrow \max_{[0;3]} y = y(3) = m^2 + 2m$

Theo bài yêu cầu ta có $m^2 + 2m \leq 3 \Leftrightarrow m \in [-3;1]$

Vì m nguyên nên có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 5:

Cho hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$.

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 .

b) Giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = -1$.

c) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. Khi đó $M + m = 4\sqrt{2}$.

d) Bất phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} - m \geq 0, \forall x \in [-1;3]$ (m là tham số) khi $m \in (-\infty; 2]$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. Đ
------	------	------	------

Xét hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$

Tập xác định $D = [-1; 3]$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	-1	1	3	
y'		+	0	-
y			$2\sqrt{2}$	
	2			2

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.

Từ bảng biến thiên, suy ra $\min_{[-1;3]} y = 2$ khi $x = -1, x = 3$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = 1$.

Từ bảng biến thiên, ta có: $\max_{[-1;3]} y = 2\sqrt{2}$ khi $x = 1$.

c) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. Khi đó $M + m = 4\sqrt{2}$.

Từ bảng biến thiên, ta có: $M + m = \max_{[-1;3]} y + \min_{[-1;3]} y = 2 + 2\sqrt{2}$.

d) Bất phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} - m \geq 0, \forall x \in [-1; 3]$ (m là tham số) khi $m \in (-\infty; 2]$.

Ta có: $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} - m \geq 0, \forall x \in [-1; 3] \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} \geq m, \forall x \in [-1; 3]$

$$\Leftrightarrow \min_{[-1;3]} (\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}) \geq m \quad (1)$$

Xét hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$

Tập xác định $D = [-1; 3]$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	-1	1	3
y'	+	0	-
y		$2\sqrt{2}$	
	2		2

Dựa vào bảng biến thiên, (1) $\Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = (x^2 - 3x + 1).e^x$

- Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là $5e^4$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là $-e$.
- Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[3; 5]$ lần lượt là $e^3; 11e^5$.
- Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ lần lượt là $\frac{11}{e^2}; 1$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

- Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là $5e^4$.

Ta có: $y' = (x^2 - x - 2).e^x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2).e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin [1; 4], \text{ hoặc } x = 2 \in [1; 4].$$

Lại có: $y(1) = -e$, $y(2) = -e^2$, $y(4) = 5e^4$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x^2 - 3x + 1).e^x$ trên đoạn $[1; 4]$ là $5e^4$.

- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ là $-e$.

Ta có: $y' = (x^2 - x - 2).e^x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2).e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin [1; 4], \text{ hoặc } x = 2 \in [1; 4].$$

Lại có: $y(1) = -e$, $y(2) = -e^2$, $y(4) = 5e^4$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 - 3x + 1).e^x$ trên đoạn $[1; 4]$ là $-e^2$.

- Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[3; 5]$ lần lượt là $e^3; 11e^5$.

Ta có: $y' = (x^2 - x - 2).e^x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \notin [3; 5], \text{ hoặc } x = 2 \notin [3; 5].$$

Lại có: $y(3) = e^3$, $y(5) = 11e^5$.

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 - 3x + 1).e^x$ trên đoạn $[3; 5]$ lần lượt là $11e^5$ và e^3 .

d) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ lần lượt là $\frac{11}{e^2}; 1$.

Ta có: $y' = (x^2 - x - 2).e^x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [-2; 0], \text{ hoặc } x = 2 \notin [-2; 0].$$

Lại có: $y(-2) = 11e^{-2}$, $y(-1) = 5e^{-1}$, $y(0) = 1$.

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 - 3x + 1).e^x$ trên đoạn $[-2; 0]$ lần lượt là $\frac{5}{e}$ và 1 .

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$.

a) Khi $m = 2$ thì $\max_{[0; 2]} f(x)$ đạt được tại $x = 0$.

b) Khi $m = 2$ thì $\min_{[0; 2]} f(x) = 1$.

c) Khi $m > 1$, nếu $\min_{[0; 2]} f(x) + \max_{[0; 2]} f(x) = 9$ thì $m = 3$.

d) Khi $m > 1$, nếu $2\min_{[0; 2]} |f(x)| - 3\max_{[0; 2]} |f(x)| = -20$ thì $m = 2$.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 2$ thì $\max_{[0; 2]} f(x)$ đạt được tại $x = 0$.

$$+ f'(x) = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên:

x	0	1	2
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	m	$m-1$	$m+4$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = 2$ thì $\max_{[0;2]} f(x) = 6$ đạt được tại $x = 2$.

b) Khi $m = 2$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = 1$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = 2$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = 1 = f(1)$.

c) Khi $m > 1$, nếu $\min_{[0;2]} f(x) + \max_{[0;2]} f(x) = 9$ thì $m = 3$.

Khi $m > 1$ thì: $\min_{[0;2]} f(x) = m - 1$; $\max_{[0;2]} f(x) = m + 4$.

Ta có: $\min_{[0;2]} f(x) + \max_{[0;2]} f(x) = 9 \Leftrightarrow m - 1 + m + 4 = 9 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn điều kiện).

d) Khi $m > 1$, nếu $2\min_{[0;2]} |f(x)| - 3\max_{[0;2]} |f(x)| = -20$ thì $m = 2$.

Khi $m > 1$ thì $m - 1 > 0$, suy ra: $0 < m - 1 < m < m + 4$.

Suy ra: $\min_{[0;2]} |f(x)| = |m - 1| = m - 1$; $\max_{[0;2]} |f(x)| = |m + 4| = m + 4$.

Ta có: $2\min_{[0;2]} |f(x)| - 3\max_{[0;2]} |f(x)| = -20 \Leftrightarrow 2(m - 1) - 3(m + 4) = -20 \Leftrightarrow m = 6$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2x + m + 5$.

a) Khi $m = 0$ thì $\min_{[-1;3]} f(x)$ đạt được tại $x = 1$.

b) Khi $m = 0$ thì $\max_{[-1;3]} f(x) = 8$.

c) Khi $m > 2$, nếu $\min_{[-1;3]} f(x) + \max_{[-1;3]} f(x) = 22$ thì $m = 7$.

d) Có 5 giá trị nguyên của $m \in (-20; -13)$ để $\min_{[-1;3]} |f(x)| + \max_{[-1;3]} |f(x)| > -6$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. S	d. S
------	------	------	------

a) Khi $m = 0$ thì $\min_{[-1;3]} f(x)$ đạt được tại $x = 1$.

$$+ f'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

+ Bảng biến thiên:

x	-1	1	3
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$m+13$	$m+1$	$m+8$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = 0$ thì $\min_{[-1;3]} f(x)$ đạt được tại $x = 1$.

b) Khi $m = 0$ thì $\max_{[-1;3]} f(x) = 8$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = 0$ thì $\max_{[-1;3]} f(x) = 13 = f(-1)$.

c) Khi $m > 2$, nếu $\min_{[-1;3]} f(x) + \max_{[-1;3]} f(x) = 22$ thì $m = 7$.

Khi $m > 2$ thì: $\min_{[-1;3]} f(x) = m+1$; $\max_{[-1;3]} f(x) = m+13$.

Ta có: $\min_{[-1;3]} f(x) + \max_{[-1;3]} f(x) = 22 \Leftrightarrow m+1 + m+13 = 22 \Leftrightarrow m = 4$ (thỏa mãn điều kiện).

d) Có 5 giá trị nguyên của $m \in (-20; -13)$ để $\min_{[-1;3]} |f(x)| + \max_{[-1;3]} |f(x)| > -6$.

Khi $m \in (-20; -13)$ thì $m+13 < 0$, suy ra: $m+1 < m+8 < m+13 < 0$.

Suy ra: $\min_{[-1;3]} |f(x)| = |m+13| = -m-13$; $\max_{[-1;3]} |f(x)| = |m+1| = -m-1$.

Ta có:

$$\min_{[-1;3]} |f(x)| + \max_{[-1;3]} |f(x)| > -6 \Leftrightarrow -m-13 - m-1 > -6 \Leftrightarrow m < -4.$$

Ta có:

$$\begin{cases} m \in (-\infty; -4) \\ m \in (-20; -13) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-20; -13) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in [-19; -14] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-19; -18; -17; -16; -15; -14\}.$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của $m \in (-20; -13)$ để $\min_{[-1;3]} |f(x)| + \max_{[-1;3]} |f(x)| > -6$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$ với tham số m .

a. Với $m = -3$ thì $\min_{[-1;1]} y = -8$ khi $x = -1$.

b. Với $m = -3$ thì $\max_{[-1;1]} y = -3$ khi $x = 1$.

c. Với mọi giá trị của m thì $\max_{[-1;1]} f(x) - \min_{[-1;1]} f(x) = 5$.

d. $4\max_{[-1;1]} f(x) + 3\min_{[-1;1]} f(x) = -1$ khi $m = 2$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a. Với $m = -3$ thì $\min_{[-1;1]} y = -8$ khi $x = -1$.

$$y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3$$

$$\Rightarrow y' = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 1 \in [-1;1] \end{cases}$$

Ta có $f(0) = -3$; $f(-1) = -8$; $f(1) = -4$

Nên $\min_{[-1;1]} y = -8$ khi $x = -1$.

b. Với $m = -3$ thì $\max_{[-1;1]} y = -3$ khi $x = 1$.

Nên $\min_{[-1;1]} y = -3$ khi $x = 0$.

c. Với mọi giá trị của m thì $\max_{[-1;1]} f(x) - \min_{[-1;1]} f(x) = 5$.

$$y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$$

$$\Rightarrow y' = 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 1 \in [-1;1] \end{cases}$$

$$f(0) = m; f(-1) = m - 5; f(1) = m - 1.$$

Nên $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = m$; $\min_{[-1;1]} f(x) = m - 5$ nên $\max_{[-1;1]} f(x) - \min_{[-1;1]} f(x) = 5$

d. $4\max_{[-1;1]} f(x) + 3\min_{[-1;1]} f(x) = -1$ khi $m = 2$.

Nên $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = m$; $\min_{[-1;1]} f(x) = m - 5$ nên

$$4\max_{[-1;1]} f(x) + 3\min_{[-1;1]} f(x) = 4m + 3(m - 5) = -1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = mx + 1 + \frac{4}{x-3}$ với tham số m .

a. Với $m = 1$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$ khi $x = 1$.

b. Với $m = 1$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = -\frac{1}{3}$ khi $x = 0$.

c. Với $m < 0$ thì $\min_{[-2;0]} f(x) = -\frac{1}{3}$.

d. Với mọi $m < 0$ thì $\max_{[-2;0]} f(x) + \min_{[-2;0]} f(x) < 0$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a. Với $m = 1$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$ khi $x = 1$.

$$\text{Với } m = 1 \Rightarrow y = f(x) = x + 1 + \frac{4}{x-3} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{(x-3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = 5 \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$f(0) = -\frac{1}{3}; f(1) = 0; f(2) = -1.$$

Nên $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$ khi $x = 1$.

b. Với $m = 1$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = -\frac{1}{3}$ khi $x = 0$.

$$f(0) = -\frac{1}{3}; f(1) = 0; f(2) = -1$$

Nên $\min_{[0;2]} f(x) = -1$ khi $x = 2$.

c. Với $m < 0$ thì $\min_{[-2;0]} f(x) = -\frac{1}{3}$.

$$y = f(x) = mx + 1 + \frac{4}{x-3}$$

$$y' = m - \frac{4}{(x-3)^2} < 0 \text{ với } m < 0 \text{ nên hàm số nghịch biến trên } [-2; 0]$$

$$-2 < 0 \Rightarrow f(-2) > f(0) \Rightarrow \min_{[-2;0]} f(x) = f(0) = -\frac{1}{3}.$$

d. Với mọi $m < 0$ thì $\max_{[-2;0]} f(x) + \min_{[-2;0]} f(x) < 0$.

$$y' = m - \frac{4}{(x-3)^2} < 0 \text{ với } m < 0 \text{ nên hàm số nghịch biến trên } [-2; 0]$$

$$-2 < 0 \Rightarrow f(-2) > f(0) \Rightarrow \min_{[-2;0]} f(x) = f(0) = -\frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \max_{[-2;0]} f(x) = f(-2) = -2m + 1 + \frac{4}{-2-3} = -2m + \frac{1}{5}$$

$$\max_{[-2;0]} f(x) + \min_{[-2;0]} f(x) = -2m + \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = -2m - \frac{2}{15} < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{15}.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + m$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a)** Với $m = 3$, giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ là 5.
- b)** Với $m = 1$, tổng giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = f(\sin x)$ bằng 0
- c)** Có hai giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất $y = |f(x)|$ trên $[-1;3]$ bằng 8.
- d)** Khi $m = m_0$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-1;3]$ đạt nhỏ nhất, $m_0 \in (-1;4)$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Ta có: $y' = f'(x) = 3x^2 - 3$

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
$y = f(x)$	$-\infty$	$m+2$	$m-2$	$+\infty$	

a. Với $m = 3$, giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;1]$ là 5.

Từ bảng biến thiên, ta thấy: $\max_{[-2;1]} f(x) = f(-1) = m + 2$

Với $m = 3$, ta có $\max_{[-2;1]} f(x) = 3 + 2 = 5$. Vậy mệnh đề a) đúng.

b. Với $m = 1$, tổng giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = f(\sin x)$ bằng 0

Đặt $t = \sin x$, $t \in [-1;1]$

$$\Rightarrow \max f(\sin x) = \max_{[-1;1]} f(t) = f(-1) = m + 2$$

$$\Rightarrow \min f(\sin x) = \min_{[-1;1]} f(t) = f(1) = m - 2$$

$$\text{Suy ra } \max f(\sin x) + \min f(\sin x) = 2m$$

Với $m = 1$, ta có: $\max f(\sin x) + \min f(\sin x) = 2$. Vậy mệnh đề b) sai.

c. Có hai giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất $y = |f(x)|$ trên $[-1;3]$ bằng 8.

$$\text{Ta có: } \max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{ |f(-1)|, |f(1)|, |f(3)| \} = \max \{ |m-2|, |m+18| \}$$

TH1: $|m-2| \leq |m+18| \Leftrightarrow m \geq -8$

Khi đó: $\max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{|m-2|, |m+18|\} = |m+18| = m+18$

Theo giả thiết, ta có: $\max_{[-1;3]} |f(x)| = m+18 = 8 \Leftrightarrow m = -10$ (t/m)

TH2: $|m-2| \geq |m+18| \Leftrightarrow m \leq -8$

Khi đó: $\max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{|m-2|, |m+18|\} = |m-2| = 2-m$

Theo giả thiết: $\max_{[-1;3]} |f(x)| = 8 \Leftrightarrow 2-m = 8 \Leftrightarrow m = -6$ (t/m)

Vậy có hai giá trị của tham số m để $\max_{[-1;3]} |f(x)| = 8$. Mệnh đề c) đúng.

d. Khi $m = m_0$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-1; 3]$ đạt nhỏ nhất, $m_0 \in (-1; 4)$.

Ta có: $\max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{|f(-1)|, |f(1)|, |f(3)|\} = \max \{|m-2|, |m+18|\}$

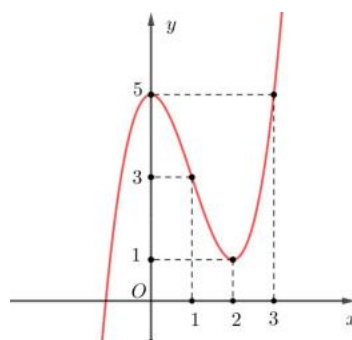
Khi đó: $\begin{cases} \max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{|m-2|, |m+18|\} \geq |m-2| \\ \max_{[-1;3]} |f(x)| = \max \{|m-2|, |m+18|\} \geq |m+18| \end{cases}$

$2. \max_{[-1;3]} |f(x)| \geq |m-2| + |m+18| \geq |2-m+m+18| = 20$ hay $\max_{[-1;3]} |f(x)| \geq 10$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2-m = m+18 \Leftrightarrow m = -8$

Vậy với $m = -8$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên $[-1; 3]$ đạt nhỏ nhất. Mệnh đề d) sai.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau:



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $\min_{[1;3]} f(x) = f(1)$.

b) $2 \min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = 7$.

c) Đặt $g(x) = f(x) - \sqrt{2x} - \sqrt{8-2x}$, $\min_{[0;4]} g(x) > 0$.

d) Đặt $h(x) = f(x^3 - x^2 + x + 2) + 3m$, m là tham số. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = m^2 + 3 \cdot \max_{[0;1]} h(x) + 4 \cdot \min_{[0;1]} h(x) - 3m$ bằng -62 .

Lời giải

a. S	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a. $\min_{[1;3]} f(x) = f(1)$.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy $\min_{[1;3]} f(x) = f(2) = 1$. Vậy mệnh đề a) sai.

b. $2 \min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = 7$.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy $\min_{[0;3]} f(x) = f(2) = 1$, $\max_{[0;3]} f(x) = f(0) = f(3) = 5$

Suy ra: $2 \min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = 7$. Vậy mệnh đề b) đúng.

c. Đặt $g(x) = f(x) - \sqrt{2x} - \sqrt{8-2x}$, $\min_{[0;4]} g(x) > 0$.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy: $f(x) \geq 1, \forall x \in [0;4]$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$. (1)

Đặt $u = \sqrt{2x} + \sqrt{8-2x}$, $x \in [0;4]$

$$\Rightarrow u^2 = (\sqrt{2x} + \sqrt{8-2x})^2 \leq 2(2x + 8 - 2x) = 16 \Rightarrow 0 < u \leq 4, \forall x \in [0;4]$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2x = 8 - 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Hay $\sqrt{2x} + \sqrt{8-2x} \leq 4, \forall x \in [0;4]$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $g(x) = f(x) - \sqrt{2x} - \sqrt{8-2x} \geq 1 - 4 = -3, \forall x \in [0;4]$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$

Vậy $\min_{[0;4]} g(x) = -3$. Mệnh đề c) sai.

d) Đặt $h(x) = f(x^3 - x^2 + x + 2) + 3m$, m là tham số. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = m^2 + 3 \cdot \max_{[0;1]} h(x) + 4 \cdot \min_{[0;1]} h(x) - 3m$ bằng -62 .

Đặt $t = x^3 - x^2 + x + 2, x \in [0;1]$

Ta có: $t' = 3x^2 - 2x + 1 > 0 \forall x \in [0;1]$

$\Rightarrow$ Hàm số $t = x^3 - x^2 + x + 2$ đồng biến trên $[0;1] \Rightarrow t \in [2;3]$

Khi đó: $\min_{[0;1]} h(x) = f(2) + 3m = 1 + 3m$

$\max_{[0;1]} h(x) = f(3) + 3m = 5 + 3m$

Suy ra:

$$S = m^2 + 3 \cdot \max_{[0;1]} h(x) + 4 \cdot \min_{[0;1]} h(x) - 3m = m^2 + 3 \cdot (5 + 3m) + 4 \cdot (1 + 3m) - 3m = m^2 + 18m + 19$$

$$\Rightarrow S = (m + 9)^2 - 62 \geq -62, \forall m \in \mathbb{R}. \text{ Vậy mệnh đề d) đúng.}$$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4mx + m^2 + 2024$ với m là tham số.

a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[1;3]} f(x)$ đạt được tại $x = 2$.

b) Khi $m = -1$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = 2025$.

c) Với m là số nguyên dương, đặt $T = \min_{[-2;1]} f(x) + \max_{[-2;1]} f(x)$. Giá trị nhỏ nhất của T là 4051.

d) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(12; 2024)$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng 511036.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[1;3]} f(x)$ đạt được tại $x = 2$.

Khi $m = 1$ thì $y = f(x) = x^2 - 4x + 2025$.

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 2025$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có: $f'(x) = 2x - 4$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Khi đó: $f(1) = 2022; f(2) = 2021; f(3) = 2022$.

Suy ra $\max_{[1;3]} f(x) = f(1) = f(3) = 2022$.

Hay hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 3]$ tại $x = 1; x = 3$.

b) Khi $m = -1$ thì $\min_{[0;2]} f(x) = 2025$.

Khi $m = -1$ thì $y = f(x) = x^2 + 4x + 2025$.

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x + 2025$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có: $f'(x) = 2x + 4$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Khi đó: $f(0) = 2025; f(2) = 2037$.

Suy ra $\min_{[0;2]} f(x) = 2025$.

c) Với m là số nguyên dương, đặt $T = \min_{[-2;1]} f(x) + \max_{[-2;1]} f(x)$. Giá trị nhỏ nhất của T là 4051.

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 - 4mx + m^2 + 2024$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$.

Ta có: $f'(x) = 2x - 4m$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4m = 0 \Leftrightarrow x = 2m \geq 2$ (vì m là số nguyên dương).

Khi đó: $f(-2) = m^2 + 8m + 2028; f(1) = m^2 - 4m + 2025$.

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

$$\text{Suy ra } T = \min_{[-2;1]} f(x) + \max_{[-2;1]} f(x) = m^2 + 8m + 2028 + m^2 - 4m + 2025 = 2m^2 + 4m + 4053$$

Hay $T \geq 4059, \forall m \in \mathbb{Z}^+$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 4059.

d) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(12; 2024)$. Tổng tất cả các giá trị của m bằng 511036.

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 - 4mx + m^2 + 2024$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 2x - 4m$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4m = 0 \Leftrightarrow x = 2m$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$2m$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(2m)$	$+\infty$

Để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(12; 2024)$ thì

$$12 < 2m < 2024 \Leftrightarrow 6 < m < 1012.$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{7; 8; 9; \dots; 1011\}.$$

$$\text{Tổng tất cả các giá trị của } m \text{ là } 7 + 8 + 9 + \dots + 1011 = \frac{(7+1011) \cdot 1005}{2} = 511545.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6mx^2 + m^2 + 2025$ với m là tham số.

a) Khi $m = 2$ thì $\max_{[-3;1]} f(x)$ đạt được tại $x = 0$.

b) Khi $m = -1$ thì $\min_{[-4;2]} f(x) = 2058$.

c) Với m là số nguyên âm, đặt $T = \min_{[-3;-1]} f(x) + \max_{[-3;-1]} f(x)$. Giá trị nhỏ nhất của T là 4084.

d) Gọi S là tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị lớn nhất trên khoảng $(-24; -2)$. Biết $S = (a; b)$, với $a, b \in \mathbb{R}; a < b$. Giá trị của biểu thức $T = 2024b - 2025a = 11138$

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 2$ thì $\max_{[-3;1]} f(x)$ đạt được tại $x = 0$.

$$\text{Khi } m = 2 \text{ thì } y = f(x) = x^3 - 12x^2 + 2029.$$

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 12x^2 + 2029$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;1]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 24x \text{ và } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 8 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } f(-3) = 1894; f(1) = 2018; f(0) = 2029.$$

$$\text{Suy ra } \max_{[-3;1]} f(x) = f(0) = 2029.$$

Hay hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3;1]$ tại $x = 0$.

b) Khi $m = -1$ thì $\min_{[-4;2]} f(x) = 2058$.

Khi $m = -1$ thì $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 2026$.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 2026$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 2]$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 12x$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$.

Khi đó: $f(-4) = 2058; f(2) = 2058; f(0) = 2026$.

Suy ra $\min_{[-4;2]} f(x) = f(0) = 2026$.

c) Với m là số nguyên âm, đặt $T = \min_{[-3;-1]} f(x) + \max_{[-3;-1]} f(x)$. Giá trị nhỏ nhất của T là 4084.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 6mx^2 + m^2 + 2025$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; -1]$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12mx$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4m \leq -4 \end{cases}$ (vì $m \in \mathbb{Z}^-$).

Khi đó: $f(-3) = m^2 - 54m + 1998; f(-1) = m^2 - 6m + 2024$.

Suy ra $T = \min_{[-3;-1]} f(x) + \max_{[-3;-1]} f(x) = m^2 - 54m + 1998 + m^2 - 6m + 2024 = 2m^2 - 60m + 4022$

Hay $T \geq 4084, \forall m \in \mathbb{Z}^-$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = -1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 4084.

d) Gọi S là tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị lớn nhất trên khoảng $(-24; -2)$. Biết $S = (a; b)$, với $a, b \in \mathbb{R}; a < b$. Giá trị của biểu thức $T = 2024b - 2025a = 11138$.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 6mx^2 + m^2 + 2025$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12mx$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4m \end{cases}$.

Trường hợp 1: $m = 0$. Khi đó $f'(x) = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ hay hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-24; -2)$.

Trường hợp 2: $m > 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$4m$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(4m)$	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-24; -2)$ nên hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-24; -2)$.

Trường hợp 3: $m < 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$4m$	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(4m)$	$f(0)$	$+\infty$	

Để hàm số $f(x)$ tồn tại giá trị lớn nhất trên khoảng $(-24; -2)$ thì

$$-24 < 4m < -2 \Leftrightarrow -6 < m < -\frac{1}{2}.$$

So với điều kiện $m < 0$ ta được $-6 < m < -\frac{1}{2}$.

Suy ra $a = -6; b = -\frac{1}{2}$ nên $T = 2024b - 2025a = 2024 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2025 \cdot (-6) = 11138$.

Câu 15: Cho hàm số: $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3; 2)$, $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3	-1	1	2			
y'		+	0	-	0	+	
y			0			3	
	-5			-2			

Khẳng định dưới đây đúng hay sai?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-3; 2)$ bằng 0.
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-1; 2)$ bằng -2.
- c) Có 1 giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-5; 5]$ để bất phương trình $f(x) > m$ luôn đúng với mọi $x \in (-3; 2)$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x^2 + 1)$ trên $(-1; 1)$ bằng -2.

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

Bất phương trình $f(x) > m$ luôn đúng với mọi $x \in (-3; 2) \Leftrightarrow m \leq -5$.

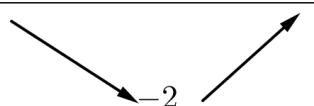
$$m \in \mathbb{Z}, m \in [-5; 5] \Rightarrow m \in \{-5\}.$$

d) Đúng

Ta có $y' = 2x \cdot f'(x^2 + 1)$

$$\text{Trên } (-1; 1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = -1 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (bội lẽ)} \\ x^2 + 1 = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	-1	0	1
y'	-	0	+
y			

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(0) = f(1) = -2$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C)
Khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 2]$ bằng 2

c) Với $m \in [-1; +\infty)$ thì trên $[-1; +\infty)$ phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm trái dấu.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f^2(x) - 4f(x)$ trên $[-2; 1]$ bằng -4.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Đúng

b) Đúng

x	-1	1	2	
y'	0	-	0	+
y	2	-2	2	

$$\Rightarrow \max_{[-1; 2]} y = 2$$

c) Sai

Trên $[-1; +\infty)$ phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow -2 < m \leq 2$

d) Sai

Ta có $y' = 2f'(x)[f(x) - 2]$.

$$\text{Trên } [-2; 2] \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -1 \\ x = a \quad (a \in (1; +\infty)) \end{cases} \Rightarrow L$$

$$\text{Ta có } y(-1) = f^2(-1) - 4f(-1) = -4; y(1) = f^2(1) - 4f(1) = 12; y(-2) = f^2(-2) - 4f(-2) = 12 \\ \Rightarrow \max_{[-2; 1]} y = 12.$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = (m^2 - 6m)x^4 + (2m - 1)x^2 + 2m^3 - 1$ với m là tham số

- a) Khi $m = 6$ thì $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 431$.
- b) Khi $m = 0$ thì $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 1$.
- c) Khi $m < 0$ hoặc $m > 6$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất.
- d) Khi $m \in (1; 3)$ thì hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) Khi $m = 6$ thì $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 431$.

Khi $m = 6$, ta có $f(x) = 11x^2 + 431 \geq 431, \forall x \in \mathbb{R}$; dấu “=” xảy ra khi $x = 0$.

Do đó $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 431$.

- b) Khi $m = 0$ thì $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 1$.

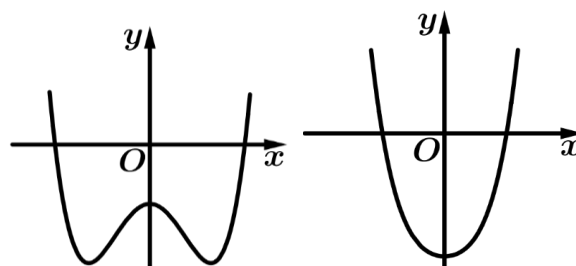
Khi $m = 0$, ta có $f(x) = -x^2 - 1 \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$; dấu “=” xảy ra khi $x = 0$.

Do đó $\max_{\mathbb{R}} f(x) = -1$.

- c) Khi $m < 0$ hoặc $m > 6$ hàm số có giá trị nhỏ nhất.

Khi $m < 0$ hoặc $m > 6$ thì $m^2 - 6m > 0$

Ta có $f(x)$ là hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a > 0$ nên $f(x)$ có đồ thị 1 trong 2 dạng



ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Từ đồ thị ta thấy, hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất.

d) Khi $m \in (1; 3)$ thì hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Khi $m \in (1; 3)$ thì $m^2 - 6m = m(m - 6) < 0$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, suy ra hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+m+6}{x-m}$ với m là tham số

a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[2;3]} y + \min_{[2;3]} y = 14$.

b) Khi $m = 0$ thì $\min_{[1;3]} y = 2$.

c) Khi $m < -3$ và $\max_{[1;3]} y > 0$ thì $-9 < m < -3$.

d) Khi $m > -3$ và $\max_{[1;3]} y > 0$ thì $-7 < m < 1$.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 1$ thì $\max_{[2;3]} y + \min_{[2;3]} y = 14$.

Khi $m = 1$ thì $y = \frac{x+7}{x-1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $[2;3] \subset D$ nên

$$\max_{[2;3]} y + \min_{[2;3]} y = y(2) + y(3) = 9 + 5 = 14.$$

b) Khi $m = 0$ thì $\min_{[1;3]} y = 2$.

Khi $m = 0$ thì $y = \frac{x+6}{x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $[1;3] \subset D$.

Ta có $y' = -\frac{6}{x^2} < 0, \forall x \neq 0$. Khi đó $\min_{[1;3]} y = y(3) = 3$.

c) Khi $m < -3$ và $\max_{[1;3]} y > 0$ thì $-9 < m < -3$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-2m-6}{(x-m)^2}.$$

Khi $m < -3$ thì $-2m-6 > 0$.

$$\text{Khi đó } \max_{[1;3]} y > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [1;3] \\ f(3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ \frac{m+9}{3-m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ -9 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -9 < m < 1.$$

Đối chiếu với $m < -3$, ta được $-9 < m < -3$.

d) Khi $m > -3$ và $\max_{[1;3]} y > 0$ thì $-7 < m < 1$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-2m-6}{(x-m)^2}.$$

Khi $m > -3$ thì $-2m-6 < 0$.

$$\text{Khi đó } \max_{[1;3]} y > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [1;3] \\ f(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ \frac{m+7}{1-m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ -7 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -7 < m < 1.$$

Đối chiếu với $m > -3$, ta được $-3 < m < 1$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x+m+6}{x-m}$ (m là tham số).

a) Khi $m = 3$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$ đạt tại $x = 2$.

b) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) = -5$.

c) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -2$.

d) Có hai giá trị thực của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng m^2 .

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khi $m = 3$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$ là 3.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Xét hàm số $y = \frac{x+m+6}{x-m}$ trên đoạn $[1;2]$, ta có $y' = \frac{-2m-6}{(x-m)^2}$

Khi $m = 3$ ta có $y' = \frac{-12}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [1;2]$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$ đạt tại $x = 2$.

b) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) = -5$.

Khi $m = 3$ ta có $y = \frac{x+9}{x-3}, y' = \frac{-12}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [1;2]$ nên $\max_{[1;2]} f(x) = f(1) = -5$.

c) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -2$.

Khi $m \notin [1;2]$ ta có $y' = \frac{-2m-6}{(x-m)^2}$ không đổi dấu trên $[1;2]$

$$\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = f(1) + f(2) = \frac{m+7}{1-m} + \frac{m+8}{2-m} = \frac{-2m^2 - 12m + 22}{(1-m)(2-m)}$$

$$\text{Do đó } \max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{-2m^2 - 12m + 22}{(1-m)(2-m)} = -2, m \notin \{1;2\}$$

$$\Leftrightarrow -18m + 26 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{9}$$

d) Có hai giá trị thực của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng m^2 .

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Để hàm số có giá trị lớn nhất trên $[1;3]$ thì $m \notin [1;3]$.

$$y' = \frac{-2m-6}{(x-m)^2}.$$

Trường hợp 1: $-2m-6 > 0 \Leftrightarrow m < -3$.

$$\text{Khi đó } \max_{x \in [1;3]} y = y(3) = \frac{m+9}{3-m}.$$

Để giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ là số dương thì $\frac{m+9}{3-m} > 0 \Leftrightarrow m+9 > 0 \Leftrightarrow m > -9$.

Vậy các số nguyên m thỏa là $-8, -7, -6, -5, -4$.

Trường hợp 2: $-2m-6 < 0 \Leftrightarrow m > -3$.

$$\text{Khi đó } \max_{x \in [1;3]} y = y(1) = \frac{m+7}{1-m}.$$

Để giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ là số dương thì $\frac{m+7}{1-m} > 0 \Leftrightarrow 1-m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Vậy các số nguyên m thỏa mãn là $-2, -1, 0$.

Trường hợp 3: $-2m-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Khi đó $y = 1$. Nên $\max_{x \in [1;3]} y = 1$.

Vậy $m = -3$ thỏa.

Kết luận: có 9 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[2; 3]$.

- a) Khi $m = -3$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{3}{2}$.
- b) Khi $m = -2$ thì $\max_{[2;3]} f(x) = \min_{[2;3]} f(x) = 2$.
- c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ khi $m > -2$.
- d) Tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để $\max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) = 2$ là 4.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) Khi $m = -3$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{3}{2}$.

$$\text{Thay } m = -3 \text{ vào } y = \frac{2x+m}{x-1}, \text{ ta có: } y = \frac{2x-3}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0$$

$$\text{Vậy } \max_{[2;3]} f(x) = \frac{3}{2} \text{ tại } x = 3.$$

- b) Khi $m = -2$ thì $\max_{[2;3]} f(x) = \min_{[2;3]} f(x) = 2$.

$$\text{Thay } m = -2 \text{ vào } y = \frac{2x+m}{x-1}, \text{ ta có: } y = \frac{2x-2}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{[2;3]} f(x) = \min_{[2;3]} f(x) = 2.$$

- c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ khi $m > -2$.

$$y = \frac{2x+m}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2-m}{(x-1)^2}$$

$$\text{Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại } x = 2 \text{ khi và chỉ khi } y' > 0 \Leftrightarrow \frac{-2-m}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow -2-m > 0 \Leftrightarrow m < -2.$$

- d) Tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để $\max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) = 2$ là 4.

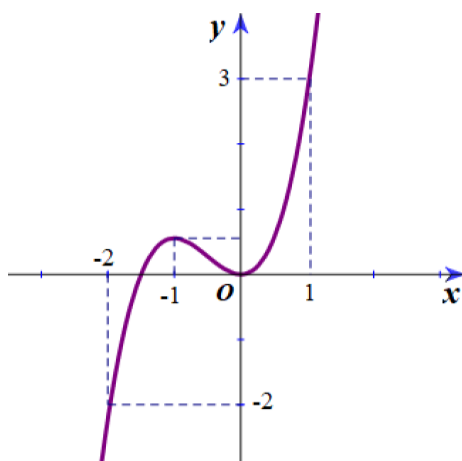
$$\text{Khi } m = -2 \text{ thì } \max_{[2;3]} f(x) = \min_{[2;3]} f(x) = 2 \Rightarrow m = -2 \text{ không thỏa.}$$

Khi $m \neq -2$ thì

$$\max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) = 2 \Leftrightarrow \left| 4 + m - \frac{6+m}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{m+2}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow |m+2| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -6 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số } m \text{ để } \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) = 2 \text{ là } 2 + (-6) = -4.$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới.



- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ là 3.
- b) Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 0.
- c) Tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm $x \in [-2; 1]$ là $m \leq -2$.
- d) Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+1)$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 4.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ là 3.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta có: $\max_{[-2; 1]} f(x) = 3$ tại $x = 1$.

- b) Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 0.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta có: $\max_{[-2; 1]} f(x) = 3$ tại $x = 1$ và $\min_{[-2; 1]} f(x) = -2$ tại $x = -2$.

Vậy tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ là:

$$3 + (-2) = 1.$$

- c) Tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f(x) \geq m$ có nghiệm $x \in [-2; 1]$ là $m \leq -2$.

$f(x) \geq m$ có nghiệm $x \in [-2; 1]$ khi và chỉ khi $\min_{[-2; 1]} f(x) \geq m \Leftrightarrow -2 \geq m \Leftrightarrow m \leq -2$.

- d) Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+1)$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 4.

Đặt $t = x+1$. Vì $x \in [-1; 0] \Rightarrow t \in [0; 1]$

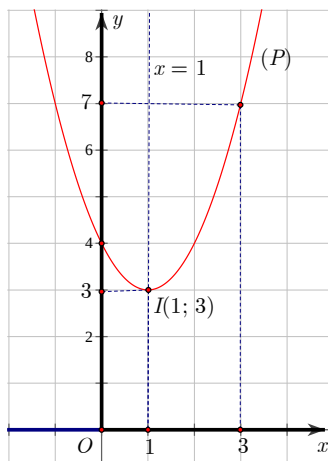
Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+1)$ trên đoạn $[-1; 0]$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[0; 1]$

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta có: $\max_{[0; 1]} f(t) = 3$ tại $x = 1$ và $\min_{[0; 1]} f(t) = 0$ tại $x = 0$.

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC **LIVESTREAM** – CHINH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+1)$ trên đoạn $[-1; 0]$ bằng $3 + 0 = 3$.

Câu 22: Cho đồ thị hàm số. Hàm số đạt

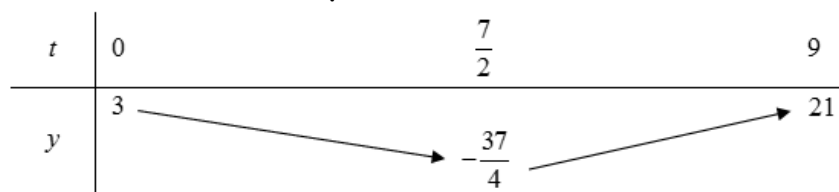


- A. Giá trị lớn nhất là 7 trên $[0; +\infty)$
- B. Giá trị nhỏ nhất là 3 trên $[0; +\infty)$
- C. Giá trị lớn nhất là 4 trên $[0; 1]$
- D. Giá trị nhỏ nhất là 3 trên $[0; 3]$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
------	------	------	------

Câu 23: Cho bảng biến thiên của hàm số. Hàm số đạt



- A. Giá trị nhỏ nhất là $-\frac{37}{4}$ trên $[0; 9]$
- B. Giá trị lớn nhất là 21 trên $[0; +\infty)$
- C. Giá trị lớn nhất là 21 trên $[0; 9]$
- D. Giá trị nhỏ nhất là $-\frac{37}{4}$ trên $(0; +\infty)$

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
------	------	------	------

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$. Hàm số đạt

- A. Giá trị lớn nhất là 3 trên $[0; 4]$
- B. Giá trị nhỏ nhất là -29 trên $[0; 4]$
- C. Giá trị lớn nhất là 7 trên $[0; 4]$
- D. Giá trị lớn nhất là 7 trên $[-3; 4]$

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

$$f'(x) = -2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (loại vì } x \notin [0; 4].)$$

$$f(0) = 3; f(4) = -29$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3 khi $x = 0$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$. Hàm số đạt

A. Giá trị lớn nhất là 25 trên $[3; +\infty)$

B. Giá trị lớn nhất là 25 trên $(0; +\infty)$

C. Giá trị nhỏ nhất là $\frac{14}{5}$ trên $[0; 2]$

D. Giá trị nhỏ nhất là $\frac{52}{5}$ trên $[2; +\infty)$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

$$f(x) = -\frac{1}{40}x^3 + \frac{3}{4}x^2$$

$$f'(x) = -\frac{3}{40}x^2 + \frac{3}{2}x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{40}x^2 + \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(l) \\ x = 20(n) \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

x	0	2	$+\infty$
y'		+	0
y			-

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{500}{x}$. Hàm số đạt

A. Giá trị nhỏ nhất là 150 trên $[0; +\infty)$

B. Giá trị nhỏ nhất là 150 trên $(0; +\infty)$

C. Giá trị lớn nhất là 502 trên $(0; 5]$

D. Giá trị lớn nhất là 502 trên $(0; +\infty)$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

$$f'(x) = 4x - \frac{500}{x^2} = \frac{4x^3 - 500}{x^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 500 = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

Bảng biến thiên.

x	0	5	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	150	$+\infty$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{16+(7-x)^2} + \frac{1}{10}x$. Hàm số đạt

- A. Giá trị nhỏ nhất là $\frac{17}{15}$ trên $[0; 7]$
- B. Giá trị nhỏ nhất là $\frac{17}{15}$ trên $[0; 3]$
- C. Giá trị lớn nhất tại $x = 0$ trên $[0; 7]$
- D. Giá trị lớn nhất là $\frac{41}{30}$ trên $[4; 7]$

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

$$f'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{x-7}{\sqrt{16+(7-x)^2}} + \frac{1}{10}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16+(7-x)^2} = 10(7-x) \Leftrightarrow x = 4 \Leftrightarrow x = 4.$$

$$f(0) = \frac{1}{6}\sqrt{65}, f(7) = \frac{41}{30}, f(4) = \frac{17}{15}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $\frac{17}{15}$ khi $x = 4$

Câu 28: Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $5\sqrt{2}$ thì:

- A. Diện tích tam giác lớn nhất khi tam giác đó vuông cân
- B. Diện tích tam giác lớn nhất là $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$
- C. Diện tích tam giác lớn nhất khi độ dài hai cạnh góc vuông có tỉ lệ 1:2
- D. Diện tích tam giác lớn nhất thì $5(2+\sqrt{2}) \text{ cm}$

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Gọi một cạnh góc vuông là x ($0 < x < 5\sqrt{2}$) nên cạnh còn lại $\sqrt{50-x^2}$.

$$\text{Diện tích tam giác vuông là: } S = \frac{1}{2}x\sqrt{50-x^2}.$$

$$\text{Ta có } S = \frac{1}{2}x\sqrt{50-x^2} \leq \frac{1}{2} \frac{x^2 + 50 - x^2}{2} = \frac{25}{2}. \text{ Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = \sqrt{50-x^2} \Leftrightarrow x = 5.$$

$$\text{Diện tích lớn nhất khi: } x = 5 \Rightarrow S = \frac{25}{2}.$$

Câu 29: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi.

- A. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần tăng thêm 10000 đồng?
 B. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng?
 C. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 21000 đồng?
 D. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc?

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000 - 100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12 + x$ (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$.

$$f'(x) = -200x + 1800$$

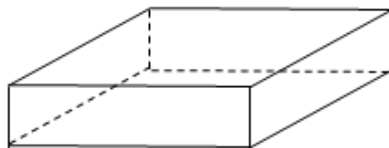
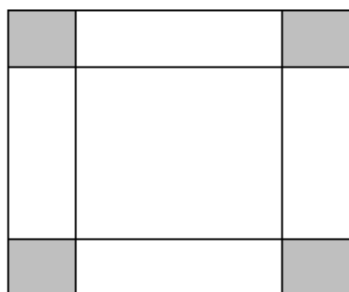
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi

$$x = 9$$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Câu 30: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 2016(cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Hỏi.....



- A. Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 250$ (cm)
 B. Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 336$ (cm)
 C. Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là 606928896 (cm^3)

D. Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $606928000 \text{ (cm}^3\text{)}$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Điều kiện: $0 < x < 1008$, ta có.

$$V = h.B = x(2016 - 2x)^2 = f(x).$$

Xét hàm số $f(x) = x(2016 - 2x)^2 = x(a - 2x)^2, a = 2016.$

Với $x \in (0; 1008)$, ta có: $f'(x) = 12x^2 - 8ax + a^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 336.$

Bảng biến thiên

Suy ra V đạt giá trị lớn nhất là $606928896 \text{ (cm}^3\text{)}$ khi $x = 336 \text{ (cm)}$.

Vậy để thể tích hộp lớn nhất, cần cắt bốn góc bốn hình vuông có cạnh $x = 336$.

Câu 31: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50 000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi.....

- A.** Thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là 101250000 đồng?
- B.** Thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là 105250000 đồng?
- C.** Có 5 căn hộ bị bỏ trống thì công ty có thu nhập cao nhất ?
- D.** Để công ty có thu nhập cao nhất trong 1 tháng thì giá cho thuê là 2500000 đồng?

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Gọi x (đồng/tháng) $x > 0$ là số tiền tăng giá

$\Rightarrow$ Số căn hộ bị bỏ trống là $\frac{x}{50\,000}$ căn hộ

$\Rightarrow$ Số tiền công ty thu được $T(x) = 2\,000\,000 + x \left(50 - \frac{x}{50\,000} \right)$

Khảo sát hàm số $T(x)$ trên $0; +\infty$

$\Rightarrow T'(x) = 10 - \frac{x}{25\,000} \Rightarrow T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 250\,000.$

Bảng biến thiên

x	0	250000	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$			

Vậy thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là: $T = 101250000.$

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + m$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Với $m=1$ thì $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.
- b) Với $m=1$ thì $\min_{[1;3]} f(x) = -7$.
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5 trên đoạn $[1;3]$ khi $m=8$.
- d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 trên đoạn $[1;3]$ khi $m=12$.

Lời giải.

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
------	------	------	------

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = 3x^2 - 4x - 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1;3] \\ x = -\frac{2}{3} \notin [1;3] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(1) = -5 + m \\ f(2) = -8 + m \\ f(3) = -3 + m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[1;3]} f(x) = m - 3 \\ \min_{[1;3]} f(x) = m - 8 \end{cases}$$

$$+ m = 1 \Rightarrow \begin{cases} \max_{[1;3]} f(x) = -2 \\ \min_{[1;3]} f(x) = -7 \end{cases}$$

$$+ \max_{[1;3]} f(x) = m - 3 = 5 \Rightarrow m = 8.$$

$$+ \min_{[1;3]} f(x) = m - 8 = 5 \Rightarrow m = 13$$

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (với m là tham số thực). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Với $m=1$ thì $\min_{[2;4]} y = \frac{5}{3}$
- b) Với $m=1$ thì $\max_{[2;4]} y = 4$.
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5 trên đoạn $[2;4]$ khi $m = \frac{4}{3}$.
- d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 trên đoạn $[2;4]$ khi $m=11$.

Lời giải.

a. Đ	b. S	c. S	d. Đ
------	------	------	------

$$+ m = 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \min_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{5}{3} \\ \max_{[2;4]} f(x) = f(2) = 3 \end{cases}$$

$$+ \text{Đạo hàm } f'(x) = -\frac{m+1}{(x-1)^2}$$

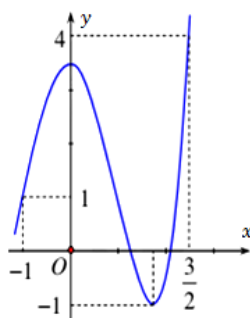
TH1. Với $m > -1$ suy ra $f'(x) = -\frac{m+1}{(x-1)^2} < 0; \forall x \neq 1$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi

khoảng xác định. Khi đó $\Rightarrow \begin{cases} \min_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{m+4}{3} = 5 \Leftrightarrow m = 11(N) \\ \max_{[2;4]} f(x) = f(2) = m+2 = 5 \Leftrightarrow m = 3(N) \end{cases}$.

TH2. Với $m < -1$ suy ra $f'(x) = -\frac{m+1}{(x-1)^2} > 0; \forall x \neq 1$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng

xác định. Khi đó $\Rightarrow \begin{cases} \max_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{m+4}{3} = 5 \Leftrightarrow m = 11 \\ \min_{[2;4]} f(x) = f(2) = m+2 = 5 \Leftrightarrow m = 3 \end{cases}$ (loại).

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



a) $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = 0$.

b) $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = 4$.

c) Số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm với mọi $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là 5.

d) Số giá trị nguyên âm của m để bất phương trình $f(x) \leq m+7$ có nghiệm với mọi $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là 4.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Sai.

b) Đúng.

c) Sai. Vì để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm với mọi $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow -1 \leq m < 4$. Suy ra có 4 giá trị nguyên là $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

d) Sai.

Vì để bất phương trình $f(x) \leq m+7$ có nghiệm với mọi $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$
 $\Rightarrow \max_{x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]} y = 4 \leq m+7 \Leftrightarrow m \geq -3 \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

Chọn khẳng định đúng, sai?

- a) Hàm số có đúng một cực trị.
- b) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
- c) Trên $[0; 1]$ hàm số đạt nhỏ nhất là -1 tại $x = 1$.
- d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

a. S	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.
- b) sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.
- c) đúng vì trên $[0; 1]$ hàm số đạt nhỏ nhất là -1 tại $x = 1$.
- d) đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{x \in [2; 4]} y = 3$.

Chọn khẳng định đúng, sai?

- a) $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$.
- b) $\min_{x \in [2; 4]} y = 3 \Rightarrow m = 5$.
- d) $\max_{x \in [2; 4]} y = 3 \Rightarrow m = 5$.
- d) $\min_{x \in [2; 4]} y + \max_{x \in [2; 4]} y = \frac{16}{3} \Rightarrow m = 5$.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) đúng vì $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$.
- b) đúng vì: $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$

* TH 1. $-1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1$ suy ra y đồng biến trên $[2;4]$ suy ra

$$\min_{[2;4]} f(x) = f(2) = \frac{2+m}{1} = 3 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (loại)}$$

* TH 2. $-1-m < 0 \Leftrightarrow m > -1$ suy ra y nghịch biến trên $[2;4]$ suy ra

$$\min_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{4+m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5.$$

c) sai vì: $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$

* TH 1. $-1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1$ suy ra y đồng biến trên $[2;4]$ suy ra

$$\max_{[2;4]} f(x) = f(4) = \frac{4+m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (loại)}$$

* TH 2. $-1-m < 0 \Leftrightarrow m > -1$ suy ra y nghịch biến trên $[2;4]$ suy ra.

$$\max_{[2;4]} f(x) = f(2) = \frac{2+m}{1} = 3 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (nhận)}.$$

d) sai vì ta có $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 1, \forall x \neq -1$. Không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu $m < -1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[2;4]$.

Khi đó: $\min_{[2;4]} y + \max_{[2;4]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(2) + y(4) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{1} + \frac{4+m}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 1, 5 \text{ (loại)}.$

Nếu $m > -1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min_{[2;4]} y + \max_{[2;4]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(2) + y(4) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{4+m}{3} + \frac{2+m}{1} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 1, 5 \text{ (nhận)}.$

Câu 37: Xét tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3.

Chọn khẳng định đúng, sai?

- a) Tồn tại giá trị $m < -2$ thỏa yêu cầu bài toán.
- b) Tồn tại giá trị $-2 < m < 0$ thỏa yêu cầu bài toán.
- c) Tồn tại giá trị $0 < m < 2$ thỏa yêu cầu bài toán.
- d) Tồn tại giá trị $m > 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) sai vì xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	1	2
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	m	$-2+m$	$2+m$

Khi $m < -2 \Leftrightarrow 2+m < 0$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2+m) = 2-m$

$2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (loại).

b) đúng vì xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	1	2
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	m	$-2+m$	$2+m$

Khi $-2 < m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m > 0 \\ m < 0 \end{cases}$. Khi đó: $|m-2| = 2-m > 2 > 2+m \Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2+m) = 2-m$

$2-m=3 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn).

c) đúng vì xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	1	2
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	m	$-2+m$	$2+m$

Khi: $0 < m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -2+m < 0 \end{cases}$. Khi đó: $|m-2| = 2-m < 2 < 2+m \Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = 2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn).

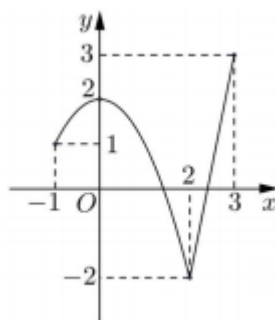
d) sai vì xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	1	2
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	m	$-2+m$	$2+m$

Khi: $m > 2 \Leftrightarrow -2+m > 0$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = 2+m$

$2+m=3 \Leftrightarrow m=1$ (loại).

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau



- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là 3.
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ đạt được tại $x = -2$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ là -2 .
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ là 3.

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là 3 tại $x = 3$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là -2 đạt được tại $x = 2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ là -2 đạt được tại $x = 2$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ không tồn tại.

- a) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là 3
 b) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$ là -2 đạt được tại $x = 2$.
 c) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ là -2
 d) Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-1; 3)$ không tồn tại.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

x	$-\infty$	-4	-3	$+\infty$
y'			$- \quad 0 \quad +$	
y''		-8	-9	$+\infty$

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -8 .
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -9 .
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ là -9 .
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ là $+\infty$.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -8 tại $x = -4$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -8 đạt được tại $x = -3$.

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ là -9 đạt được tại $x = -3$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ không tồn tại.

- a) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -8 .
- b) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-4; 3]$ là -9 .
- c) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ là -9 .
- d) Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-4; +\infty)$ không tồn tại.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ với m là tham số. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Khi $m = 1$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 1.
- b) Khi $m = 1$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -3 .
- c) Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -1 thì $m = 3$.
- d) Nếu giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 2 thì $m = 2$.

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

$$+ \text{ Với } m = 1 \text{ thì } y = x^3 - 3x^2 + 1 \text{ suy ra } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (n)} \\ x = 0 \text{ (n)} \end{cases}.$$

Ta có $y(0) = y(3) = 1$ và $y(2) = -3$.

Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 1 tại $x = 0$ hoặc $x = 3$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -3 tại $x = 2$.

$$+ \text{ Ta có } y = x^3 - 3x^2 + m \text{ suy ra } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (n)} \\ x = 0 \text{ (n)} \end{cases}.$$

Khi đó $y(0) = y(3) = m$ và $y(2) = -4 + m$.

Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -1 thì $-4 + m = -1 \Leftrightarrow m = 3$.

Nếu giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 2 thì $m = 2$.

- a) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 1.
- b) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -3 .
- c) Đúng: Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là -1 thì $m = 3$.
- d) Đúng: Nếu giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 3]$ là 2 thì $m = 2$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 1]$ là -2 khi $m = -1$
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$ là -2 khi $m = 2$
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là 2 khi $m = 1$
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là 2 khi $m = 1$

Lời giải

a. S	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

$$y' = \frac{m^2 - m + 1}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

a) Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0; 1]$ là $y(1) = \frac{1 - m^2 + m}{2} = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \\ m = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} \end{cases}$

b) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$ là $y(0) = \frac{0 - m^2 + m}{1} = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$

c) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là

$$y(-3) = \frac{-3 - m^2 + m}{-2} = 2 \Leftrightarrow m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

d) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là

$$y(-2) = \frac{-2 - m^2 + m}{-1} = 2 \Leftrightarrow m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 42: Cho hàm số $y = \frac{x + m^2}{x - 1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[2; 3]$ là 2 khi $m = 0$
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 0]$ là -2 khi $m = 2$
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ là 2 khi $m = 0$
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là -1 khi $m = 7$

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

$$y' = \frac{-m^2 - 1}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

a) Đúng: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[2; 3]$ là $y(2) = \frac{2 + m^2}{1} = 2 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$

b) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 0]$ là $y(0) = \frac{m^2}{-1} = -2 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$

c) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 2]$ là $y(2) = \frac{2+m^2}{1} = 2 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$

d) Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; -2]$ là $y(-3) = \frac{-3+m^2}{-4} = -1 \Leftrightarrow m^2 = 7 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{7}$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{m^2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 1 khi $m = \sqrt{2}$

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0 khi $m = -4$

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - m$ trên $[-1; 1]$ là -1 khi $m = -4$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3ax^2 + a - 1$ trên đoạn $[-1; a]$ với $(a > 0)$ bằng 10, khi $a = 11$

Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Đúng:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có: $y' = \frac{2m^2+1}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[1; 3]$ nên $\max_{[1;3]} y = y(3) \Leftrightarrow \frac{3m^2-1}{5} = 1 \Leftrightarrow m = \sqrt{2}$.

b) Sai: Xét hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$, ta có $y' = -3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = -2 \notin [-1; 1] \end{cases}$

$$\text{Mà } \begin{cases} y'(-1) = m - 2 \\ y'(0) = m \\ y'(1) = m - 4 \end{cases}$$

Do đó $\min_{[-1;1]} y = -4 + m = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

c) Đúng: Xét $[-1; 1]$ có $y' = 6x^2 - 6x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 1 \in [-1; 1] \end{cases}$.

Khi đó $y(-1) = -5 - m$; $y(0) = -m$; $y(1) = -1 - m$

Ta thấy $-5 - m < -1 - m < -m$ nên $\min_{[-1;1]} y = -5 - m$.

Theo bài ra ta có $\min_{[-1;1]} y = -1$ nên $-5 - m = -1 \Leftrightarrow m = -4$.

d) Đúng: $y = x^3 - 3ax^2 + a - 1$, xét $x \in [-1; a]$. $\Rightarrow y' = 3x^2 - 6ax$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6ax = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; a] \\ x = 2a \notin [-1; a] \end{cases}$$

Với $a > 0$ ta có bảng biến thiên

x	-1	0	a
y'	$+$	0	$-$
y	$-2-2a$	$-1+a$	$-2a^3+a-1$

Suy ra $\max_{[-1;a]} y = y(0) = a - 1$.

$$\Rightarrow a - 1 = 10 \Leftrightarrow a = 11.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + m$ (m là tham số).

- a) Khi $m = 3$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ là 3.
- b) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -18$.
- c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0 khi $m = 1$.
- d) Có hai giá trị thực của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng m^2 .

Lời giải

a. Đ	b. Đ	c. S	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

- a) Khi $m = 3$ giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ là 3.

Xét hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[1; 2]$, ta có $y' = -3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [1; 2] \\ x = -2 \notin [1; 2] \end{cases}$

Khi $m = 3$ ta có $y = -x^3 - 3x^2 + 3$.

$$\text{Mà } y(1) = -1, y(0) = 3, y(2) = -17$$

Do đó $\min_{[1;2]} y = y(2) = -17$.

- b) Khi $m = 3$ thì $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -18$.

$$\text{Khi } m = 3: \max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = y(1) + y(2) = -18.$$

- c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0 khi $m = 1$.

$$\text{Ta có: } y'(-1) = m - 2, y'(0) = m, y'(1) = m - 4$$

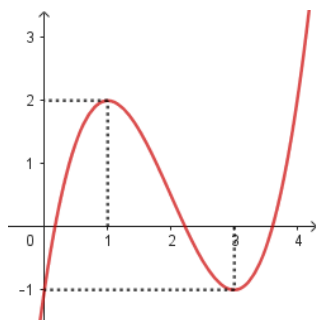
$$\text{Do đó } \min_{[-1;1]} y = m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

- d) Có hai giá trị thực của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng m^2 .

$$\text{Ta có: } y'(-1) = m - 2, y'(0) = m, y'(1) = m - 4$$

Do đó $\min_{[-1;1]} y = m - 4 = m^2 \Leftrightarrow m^2 - m + 4 = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ là đa thức bậc 3 có đồ thị hàm số như hình vẽ.



- a. GTNN của hàm số $y = f(x) + m$ trên đoạn $[1, 3]$ với $m = 0$ bằng -1
 b. GTLN của hàm số $y = f(x) + m$ ($m > 0$) trên đoạn $[1, 3]$ bằng $2 - m$
 c. GTLN của hàm số $y = |f(x + 2m) + 1|$ ($m > 0$) trên đoạn $[1 - 2m, 3 - 2m]$ bằng 3
 d. Hàm số $g(x) = f(2x^3 + 2x - 1) + m$ đạt GTLN trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2020 khi $m = 2022$

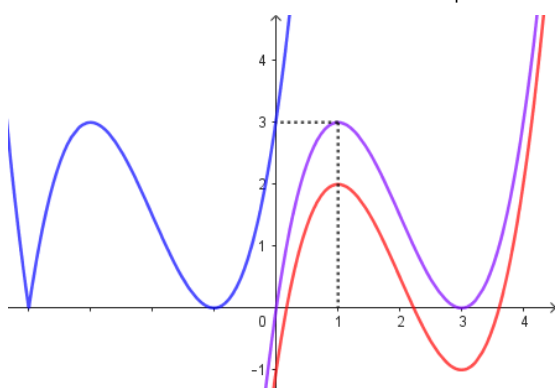
Lời giải

a. Đ	b. S	c. Đ	d. S
-------------	-------------	-------------	-------------

a. Đúng: Với $m = 0$ khi đó hàm số $y = f(x) + m = f(x)$, dựa vào đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy $\min_{[1;3]} f(x) = -1$.

b. Sai: Dịch chuyển đồ thị hàm số $f(x)$ lên trên theo trục Oy một đoạn $|m|$ đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = f(x) + m$. Khi đó $\max_{[1;3]} (f(x) + m) = 2 + m$.

c. Đúng: Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x + 2m) + 1|$ ($m > 0$) được biểu diễn như sau:



Do đó GTLN của hàm số $y = |f(x + 2m) + 1|$ ($m > 0$) trên đoạn $[1 - 2m, 3 - 2m]$ bằng 3 .

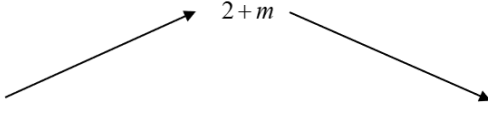
d. Sai: Đặt $u = 2x^3 + 2x - 2 \Rightarrow u' = 6x^2 + 2 > 0$ với $\forall x$

Đặt $u = 2x^3 + 2x - 2 \Rightarrow u' = 6x^2 + 2 > 0$ với $\forall x \Rightarrow x \in [0; 1] \Leftrightarrow u \in [-2; 2]$

Xét $g(x) = f(u) + m$ với $u \in [-2; 2] \Rightarrow g'(x) = u' \cdot f'(u)$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow u' \cdot f'(u) = 0 \Leftrightarrow f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 2$

BBT:

u	-2	1	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

$\Rightarrow 2 + m = 2020 \Leftrightarrow m = 2018.$

Câu 46: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m - 1$.

a. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 3x^2 + 6x + m$.

b. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$

c. $\max_{[0;2]} g(x) \geq 9$.

d. Để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |x^3 + 3x^2 + m - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $m = -9$.

Lời giải

a. S	b. Đ	c. S	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Ta có:

a. Sai: $f(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x + m$

b. Đúng Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$				

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$

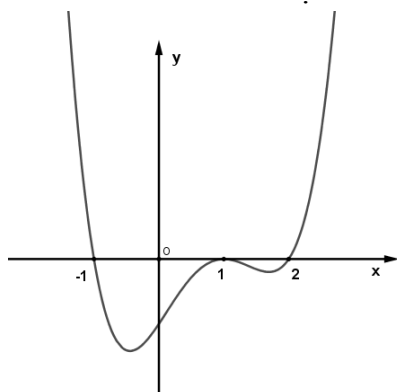
c. Sai Ta có $\max_{[0;2]} g(x) = \max\{|m-1|; |m+19|\}$

$$\geq \frac{|m-1| + |m+19|}{2} \geq \frac{|1-m+m+19|}{2} = 10$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

d. Đúng $\begin{cases} |m-1| = |m+19| \\ (1-m)(m+19) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow m = -9 \text{ (thỏa mãn).}$

Câu 47: Cho $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $f(2)$.
- b. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $f(1)$.
- c. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) - x^3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $f(-1) + 1$.
- d. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $f(1) - \frac{2}{3}$.

Lời giải

a. S	b. S	c. Đ	d. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a. Sai: Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) \leq 0, \forall x \in [-1; 2]$ nên $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1)$.

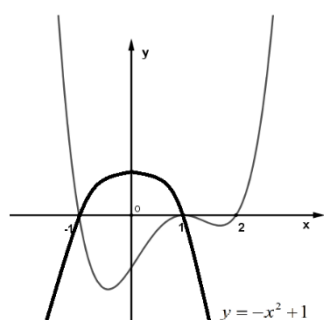
b. Sai: Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có BBT của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 3]$ như sau:

x	1	2	3
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào BBT ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $f(2)$.

c. Đúng: $y' = f'(x) - 3x^2 \leq 0, \forall x \in [-1; 2]$ nên $\max_{[-1; 2]} y = y(-1) = f(-1) + 1$.

d. Đúng:



$$g'(x) = f'(x) + x^2 - 1$$

$$* g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 1 - x^2 (*)$$

Dựa vào đồ thị trên (*) xảy ra: $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên:

x	-1		1		2
$g'(x)$	0	-	0	+	
$g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$	$f(-1) + \frac{2}{3}$		$f(1) - \frac{2}{3}$		$f(2) + \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $f(1) - \frac{2}{3}$

F. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 6$ trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Trả lời: $-\frac{158}{27}$

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, ta chỉ xét trên khoảng $(-1; 1)$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 3x^2 - 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	-1		$\frac{1}{3}$		1
y'		+	0	-	
y	-10		$-\frac{158}{27}$		-6

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(-1;1)} y = -\frac{158}{27} = y\left(\frac{1}{3}\right)$.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Trả lời: $\frac{1}{4}$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, ta chỉ xét trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Đạo hàm: $f'(x) = x^2(1-x)(3-5x)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = \frac{3}{5}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0		$-\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		0

Vậy $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(-2) = -\frac{1}{4}$ và $\max_{\mathbb{R}} f(x) = f(2) = \frac{1}{4}$.

File word và đáp án chi tiết vui lòng liên hệ zalo: 0834 332 133

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 6,7,8, 9,10 11,12 và bộ đề kiểm tra kết thúc chuyên đề, giữa kì, cuối kì, toán vd vdc và toán thực tế có lời giải chi tiết của Thầy giáo, Tác giả Trần Đình Cư vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa. Ủng hộ chính chủ để được bảo hành và nhiều ưu đãi khác.

Mua đúng tài liệu, chuyển khoản đúng tên tác giả: Trần Đình Cư

Tham gia nhóm Tài liệu Toán THCS của Thầy Trần Đình Cư:

<https://www.facebook.com/groups/648908762117217>

Tham gia nhóm Tài liệu Toán THPT của Thầy Trần Đình Cư:

<https://www.facebook.com/groups/dinhcuvip0603>

Tham gia nhóm zalo tài liệu Thầy Trần Đình Cư (Dành cho GV):

<https://zalo.me/g/yqbawz822>

Thông tin WEB các tài liệu chính chủ của Tác giả, thầy giáo Trần Đình Cư: toanthaycu.com

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = 0$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Trả lời: $\sqrt{2}$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2 - 1}{2x^2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

Từ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(1) = \sqrt{2}$.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Trả lời: 3

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; +\infty).$$

Lập bảng biến thiên & dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0; +\infty)} f(x) = f(1) = 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$ (với m là số thực). Tìm m để hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 4]$ bằng 1.

Lời giải

Trả lời: $\frac{5}{3}$

Tập xác định của hàm số: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0, \forall x \in \mathcal{D}$ nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất (nếu có) tại $x = 4$, tức là

$$\frac{4m - 1}{4 + m} = 1 \Leftrightarrow 4m - 1 = 4 + m \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}.$$

Thử lại ta thấy $m = \frac{5}{3}$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = m\sqrt{x - 1}$ (m là tham số thực khác 0). Gọi m_1, m_2 là hai giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2; 5]} f(x) + \max_{[2; 5]} f(x) = m^2 - 10$. Tính $m_1 + m_2$

Lời giải.

Trả lời: 3

Với mọi $x \in [2; 5]$ có $f'(x) = \frac{m}{2\sqrt{x-1}}$. Ta thấy dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào dấu của m

$\forall m \neq 0$ thì $f(x)$ đơn điệu trên $[2; 5] \Rightarrow \min_{[2; 5]} f(x) + \max_{[2; 5]} f(x) = f(2) + f(5) = m + 2m$

Từ giả thiết ta được $m^2 - 10 = m + 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -2 \end{cases}$. Vậy $m_1 + m_2 = 3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng 7.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm\sqrt{7}$.

C. $m = \pm\sqrt{2}$.

D. $m = \pm 3$.

Lời giải

Trả lời: 3

Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + m^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; 2] \Rightarrow \min_{[0; 2]} f(x) = f(0) = m^2 - 2$.

Theo bài ra: $\min_{[0; 2]} f(x) = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Ta chọn $m = 3$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+3)$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. 64.

B. 65.

C. 66.

D. 67.

Lời giải

Trả lời: 66

Hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Từ bảng biến thiên ta có

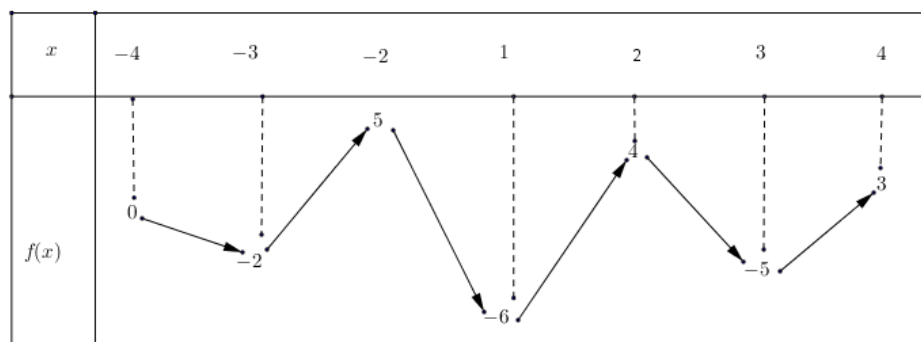
$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + 3.$$

Đặt $t = x + 3, x \in [0; 2] \Leftrightarrow t \in [3; 5]$.

Dựa vào đồ thị, hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên đoạn $[3; 5]$.

Do đó $\min_{[0;2]} f(x+3) = \min_{[3;5]} f(t) = f(3) = 66$.

Câu 9: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để hàm số

$g(x) = |f(x^3 + 2x) + 3f(m)|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

A. 12.

B. 11.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Trả lời: 11

Cách 1:

Đặt $t = f(x^3 + 2x)$. Vì $x \in [-1;1]$ nên $t \in [-6;5]$. Khi đó, $g(x) = |t + n|$ với $n = 3f(m)$.

$$\text{Do đó, } \max_{[-1;1]} g(x) = \max \{|n+5|; |n-6|\} = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} |n+5| = 8 \\ |n+5| \geq |n-6| \end{cases} \Leftrightarrow n = 3$$

$$\begin{cases} |n-6| = 8 \\ |n-6| > |n+5| \end{cases} \Leftrightarrow n = -2$$

Với $n = 3 \Leftrightarrow 3f(m) = 3 \Leftrightarrow f(m) = 1$, suy ra có 5 giá trị của m .

Với $n = -2 \Leftrightarrow 3f(m) = -2 \Leftrightarrow f(m) = -\frac{2}{3}$, suy ra có 6 giá trị của m .

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 2:

Vì $x \in [-1;1]$ nên $-3 \leq x^3 + 3x \leq 3 \Rightarrow -6 \leq f(x^3 + 3x) \leq 5$.

Ta có: $|f(x^3 + 3x) + 3f(m)| \leq 8, \forall x \in [-1;1] \Leftrightarrow -8 \leq f(x^3 + 3x) + 3f(m) \leq 8, \forall x \in [-1;1]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 + 3x) \leq 8 - 3f(m) \\ -8 - 3f(m) \leq f(x^3 + 3x) \end{cases} \forall x \in [-1;1] \Rightarrow \begin{cases} 5 \leq 8 - 3f(m) \\ -8 - 3f(m) \leq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(m) \leq 1 \\ f(m) \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \max |f(x^3 + 3x) + 3f(m)| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} f(m) = 1 \\ f(m) = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Với $f(m) = 1$, có 5 giá trị của m . Với $f(m) = -\frac{2}{3}$, có 6 giá trị của m .

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 10: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là ?

Lời giải

Trả lời: 20

Xét hàm số : $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x) \quad (x > 0)$.

$$\Rightarrow F'(x) = \frac{1}{40} \cdot 2x(30-x) - \frac{1}{40}x^2 = \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x).$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 20 \end{cases}.$$

BBT.

x	0	20	$+\infty$
y'		0	-
y		25	

Dựa vào BBT ta thấy để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là $x = 20$.

Câu 11: Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia sỡ y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có: $f(t) = 15t^2 - t^3$.

$$f'(t) = 30t - 3t^2 = -3(t-5)^2 + 75 \leq 75.$$

Suy ra $f'(t)_{\max} = 75 \Leftrightarrow t = 5$.

Câu 12: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000 / \text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000 / \text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi cạnh đáy và cạnh bên của thùng tôn là a và b (điều kiện: $a > 0$ và $b > 0$).

Ta có thể tích thùng tôn là: $V = a^2b = 8$. Suy ra: $b = \frac{8}{a^2}$.

Chi phí để sản xuất thùng tôn là: $4ab \cdot 50000 + 100000a^2 = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$.

Khảo sát hàm $y = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$ với $a > 0$.

Suy ra: $y' = -\frac{1600000}{a^2} + 200000a = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{\min} \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 13: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.....

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi x là cạnh của đáy hộp.

h là chiều cao của hộp.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ.

Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với $S(x)$.

Ta có: $S(x) = x^2 + 4xh(1)$; $V = x^2h = 4 \Rightarrow h = 4/x^2(2)$..

Từ (1) và (2), ta có $S(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x = 2$.

Câu 14: Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất?.....

Lời giải

Trả lời: 14

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20 + x$ ($x + 20 > 0$)

Số khách là: $1000 - 100x$

Tổng thu nhập

$$f(x) = (20 + x \cdot 1 + 2)(1000 - 100x) = (22 + x)(1000 - 100x) = -100x^2 - 1200x + 22000$$

Bảng biến thiên

x	-20	-6	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-6)$	$-\infty$

$$\max_{(-20; +\infty)} f(x) = f(-6). \text{ Suy ra giá vé là: } x + 20 = 20 - 6 = 14 \text{ USD}$$

Câu 15: Một người bán buôn Thanh Long Đỏ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 nghìn/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 nghìn/kg thì khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 nghìn/kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó khách lại mua nhiều hơn mức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 nghìn/kg. (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn).....

Lời giải

Trả lời: 22000

Gọi $2000x$ nghìn/kg là mức giá thay đổi tăng hoặc giảm so với giá bán bình quân.

Giá bán sau khi thay đổi là $20000 + 2000x$ nghìn/kg.

Số lượng người mua sau khi thay đổi giá là $90 - x$.

Khối lượng khách mua trung bình sau khi giảm giá là $60 - 5x$ kg.

Số tiền thuế phải nộp sau khi thay đổi giá: $2200(90-x)(60-5x)$.

Số tiền thu được sau khi thay đổi giá là

$$\begin{aligned} T(x) &= (90-x)(60-5x)(20000+2000x) - 2200(90-x)(60-5x) \\ &= (17800+2000x)(90-x)(60-5x) = (10x^3 - 931x^2 + 1722x + 96120) \cdot 1000. \end{aligned}$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \leq 90 \\ x \leq 12 \Leftrightarrow 8,9 \leq x \leq 12. \\ x \geq 8,9 \end{cases}$$

Ta có $T'(x) = (30x^2 - 1862x + 1722) \cdot 1000$.

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow 15x^2 - 931x + 861 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \approx 0,94(N) \\ x \approx 61,13(L) \end{cases}$$

$$T\left(\frac{89}{10}\right) = T(12) = 0, \quad T(0,94) = 96924000$$

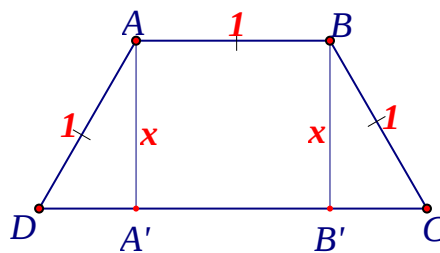
Do đó $x \approx 1$ thì lợi nhuận cao nhất.

Do đó giá bán tốt nhất là 22000 nghìn /kg.

Câu 16: Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

Lời giải

Trả lời: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$



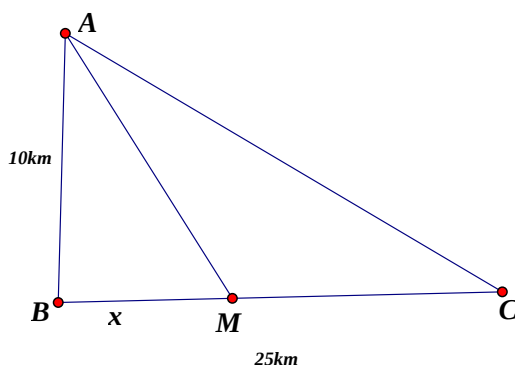
Kí hiệu x là độ dài đường cao suy ra $0 < x \leq 1$. Tính được đáy lớn bằng $1 + 2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích hình thang $S = \left(1 + \sqrt{1-x^2}\right)x$. Xét hàm số $f(x) = \left(1 + \sqrt{1-x^2}\right)x$ trên $(0;1]$.

Ta có: $f'(x) = \frac{-2x^2 + 1 + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Lập bảng biến thiên. Suy ra } \max_{(0;1]} f(x) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 17: Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B như hình vẽ, biết $AB = 10$ km, $BC = 25$ km và ba bạn tổ chức họp mặt tại nhà bạn C . Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC . Giả sử luôn có xe buýt đi thẳng từ A đến M . Từ nhà bạn A đi xe buýt thẳng đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C theo đoạn đường MC bằng xe máy với vận tốc 50 km/h. Hỏi $5MB + 3MC$ bằng bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?



Lời giải

Trả lời: $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

Đặt $BM = x$, $0 < x < 25$.

Ta có: $AM = \sqrt{100 + x^2}$; $MC = 25 - x$.

Thời gian bạn A đi từ nhà đến nhà bạn C là: $T = \frac{\sqrt{100 + x^2}}{30} + \frac{(25 - x)}{50}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{100 + x^2}}{30} + \frac{(25 - x)}{50}$, với $0 < x < 25$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{30} \cdot \frac{x}{\sqrt{100 + x^2}} - \frac{1}{50}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2}$ (do $x > 0$).

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{15}{2}$.

Do đó $5MB + 3MC = 5 \cdot \frac{15}{2} + 3 \cdot \frac{35}{2} = 90$.

Câu 18: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB . Tính khoảng cách AD để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.....

Lời giải

Trả lời: 6,5

Đặt $AD = x$ km, $x > 0$. $CD = 9 - x$; $BD = \sqrt{36 + (9 - x)^2}$

Giá thành lắp đặt là: $100 \cdot 10^6 x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 260 \cdot 10^6 = 10^7 \left[10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2} \right]$

Xét hàm số $f(x) = 10x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 26$ ($0 < x < 9$)

$$f'(x) = 10 - 26 \cdot \frac{9 - x}{\sqrt{36 + (9 - x)^2}} = 0 \Leftrightarrow 10\sqrt{36 + (9 - x)^2} - 26(9 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ -576x^2 + 10368x - 43056 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; 9)$ ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{13}{2}$.

Vậy $AD = 6.5$ km.

Câu 19: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ là?.

Lời giải

Trả lời: 2

Độ dài đoạn dây bằng 60cm, cạnh hình vuông bằng a , bán kính đường tròn bằng r nên ta có:

$$4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi} \quad (1).$$

Gọi S là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn, suy ra $S = a^2 + \pi r^2 \quad (2)$.

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được } S = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi}.$$

$$\text{Khi đó } S' = 2a - \frac{4(30 - 2a)}{\pi} = \frac{(2\pi + 8)a - 120}{\pi}.$$

$$\text{Cho } S' = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{\pi + 4}.$$

Bảng biến thiên.

x	0	$\frac{60}{\pi+4}$	60
S'		0	
S			

Diagram showing a number line with points 0, $\frac{60}{\pi+4}$, and 60. The sign of S' is negative between 0 and $\frac{60}{\pi+4}$, and positive between $\frac{60}{\pi+4}$ and 60. Arrows point from the S row towards these intervals.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi+4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi+4}$. Vậy $\frac{a}{r} = 2$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan