



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TỰ
VẤN NHÉ!

TỔNG ÔN FULL DẠNG BAO QUÁT HÀM SỐ
(Chuẩn Cấu Trúc Form SGK mới 2025)

A - TRẮC NGHIỆM

1.30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$.

Lời giải

Chọn B

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc $(a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

1.31. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$.
- B. $y = -x^3 + x + 1$.
- C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.
- D. $y = 2x^2 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$ có:

$$y' = -3x^2 + 6x - 9 = -3(x^2 - 2x + 1) - 6 = -3(x-1)^2 - 6 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó, hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

1.32. Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

- A. $y = |x|$.
- B. $y = x^4$.
- C. $y = -x^3 + x$.
- D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D



Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$

Có $y' = \frac{2(x+1) - (2x-1)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Do đó hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ không có cực trị.

1.33. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^2 \ln x$ là

- A. $\frac{1}{e}$. B. $-\frac{1}{e}$. C. $-\frac{1}{2e}$. D. $\frac{1}{2e}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định là $D = (0; +\infty)$.

Có $y' = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$. Có $y' = 0 \Leftrightarrow 2 \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$-\frac{1}{2e}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $-\frac{1}{2e}$.

1.34. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-2)^2 \cdot e^x$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. 0. B. e^3 . C. e^4 . D. e.

Lời giải

Chọn B

Có $y' = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x = x(x-2)e^x$. Có $y' = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại) hoặc $x = 2$ (thỏa mãn).

Có $y(1) = e; y(2) = 0; y(3) = e^3$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là e^3 khi $x = 3$.

1.35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
B. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

C. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

1.36. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $y = x + 2$.

D. $y = x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2} = x - \frac{2}{x + 2}$

Lại có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - \frac{2}{x + 2} - x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2}{x + 2} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x - \frac{2}{x + 2} - x \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{x + 2} = 0$

Do đó, đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$.

1.37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	+
$f(x)$	1	7	5	$+\infty$	-1

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

D. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

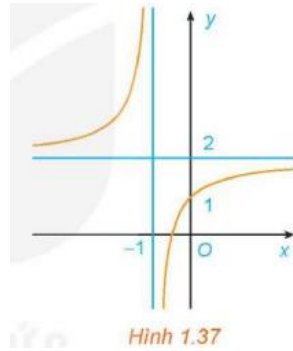
Lời giải

Chọn D

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 7$ nên đường thẳng $x = 1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

1.38. Đồ thị trong Hình 1.37 là đồ thị của hàm số:



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

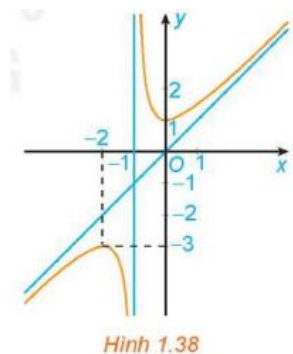
Chọn B

Đồ thị hàm số trong hình 1.37 có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Xét hàm số: $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

$y = 2$. Đường thẳng $y = 2$ không là tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$; $y = \frac{x+3}{1-x}$; $y = \frac{x+2}{x+1}$.

1.39. Đồ thị trong Hình 1.38 là đồ thị của hàm số:



A. $y = x - \frac{1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

+) Đồ thị ở Hình 1.38 có dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($a \neq 0$; $p \neq 0$) và đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu nên loại đáp án B.

+) Vì đồ thị hàm số đi qua $(-2; -3)$ nên loại đáp án C.

+) Vì đồ thị hàm số đi qua $(0; 1)$ nên loại đáp án A.

+) Xét hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}$.

Có $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = +\infty$

Do đó $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$

Do đó $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

B - TỰ LUẬN

1.40. Xét chiều biến thiên và tìm các cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$;

b) $y = x^4 - 2x^2 - 1$;

c) $y = \frac{2x - 1}{3x + 1}$;

d) $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Lời giải

a) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ không có cực trị.

b) $y = x^4 - 2x^2 - 1$

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$			

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y_{CD}=-1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1; x=1$ và $y_{CT}=-2$.

c) $y = \frac{2x-1}{3x+1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$

Có $y' = \frac{2(3x+1) - 3(2x-1)}{(3x+1)^2} = \frac{5}{(3x+1)^2} > 0, \forall x \neq -\frac{1}{3}$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{3} \right)$ và $\left(-\frac{1}{3}; +\infty \right)$. Hàm số không có cực trị.

d) $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Có $y' = \frac{(2x+2)(x+1) - (x^2 + 2x + 2)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$. Có $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y			-2		$+\infty$		2		$+\infty$
	$-\infty$		$-\infty$						

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $y_{CD}=-2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=2$.

1.41. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y = \frac{2x+1}{3x-2}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$;

b) $y = \sqrt{2-x^2}$.

Lời giải

a) $y = \frac{2x+1}{3x-2}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$. Có $y' = \frac{2(3x-2) - 3(2x+1)}{(3x-2)^2} = \frac{-7}{(3x-2)^2} < 0, \forall x \in [2; +\infty)$

Do đó $\max_{[2; +\infty)} y = y(2) = \frac{5}{4}$ và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $[2; +\infty)$.

b) Tập xác định $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

Có $y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn). Có $y(-\sqrt{2}) = 0; y(0) = \sqrt{2}; y(\sqrt{2}) = 0$

Vậy $\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = y(0) = \sqrt{2}; \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = y(-\sqrt{2}) = y(\sqrt{2}) = 0$

1.42. Tìm các tiệm cận của mỗi đồ thị hàm số sau:

a) $y = \frac{3x-2}{x+1}$;

b) $y = \frac{x^2+2x-1}{2x-1}$

Lời giải

a) $y = \frac{3x-2}{x+1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x-2}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x-2}{x+1} = +\infty$

Do đó $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 3$

Do đó $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) $y = \frac{x^2+2x-1}{2x-1} = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4} + \frac{1}{4(2x-1)}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x^2+2x-1}{2x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x^2+2x-1}{2x-1} = -\infty$

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$ là đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1} = \frac{x}{2} + \frac{5}{4} + \frac{1}{4(2x - 1)}$

Do đó, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[y - \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{4} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{4(2x - 1)} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[y - \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{4} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{4(2x - 1)} = 0$

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$ là đường thẳng $y = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$ không có tiệm cận ngang.

1.43. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 12$;

b) $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$

c) $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

Lời giải

a) $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 12$

1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

2. Sự biến thiên

+) Có $y' = -3x^2 + 12x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

+) Trên khoảng $(1; 3)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến

Trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

+) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $y_{CT} = 8$; Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và $y_{CD} = 12$.

+) Giới hạn tại vô cực:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 6x^2 - 9x + 12) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 6x^2 - 9x + 12) = -\infty$

+) Bảng biến thiên

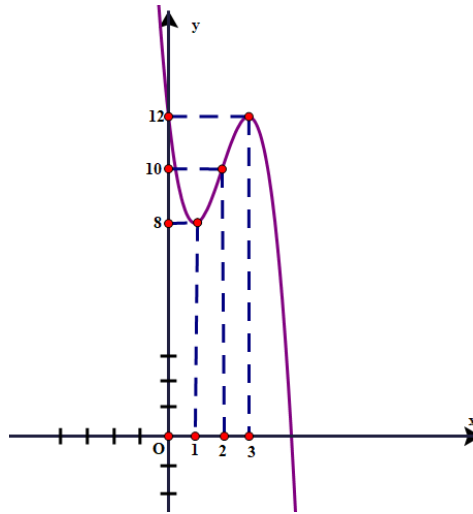
x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			8	 12 	

3. Đồ thị

+) Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $(0; 12)$.

+) Đồ thị hàm số đi qua điểm (1; 8); (3; 12).

+) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng I(2; 10).



b) $y = \frac{2x-1}{x+1}$

1. Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2. Sự biến thiên: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 \forall x \neq -1$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$

Do đó, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

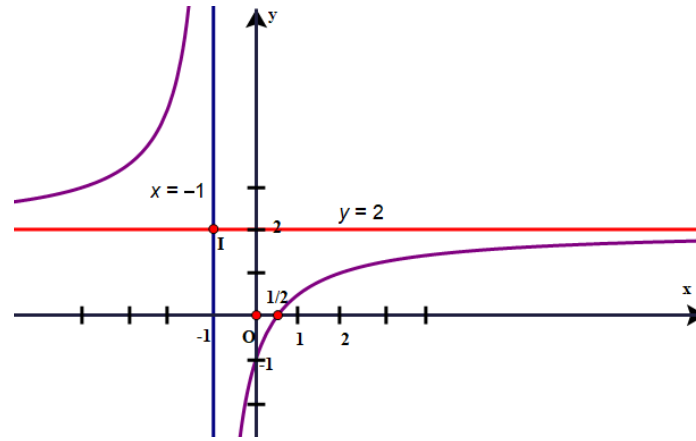
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

3. Đồ thị: Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là (0; -1).

$y = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Đồ thị hàm số nhận giao điểm I(-1;2) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.



c) $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

1. Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

2. Sự biến thiên:

Ta có: $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = x - 1 - \frac{1}{x - 1}$

$$y' = \frac{(2x - 2)(x - 1) - (x^2 - 2x)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2} = \frac{(x - 1)^2 + 1}{(x - 1)^2} > 0 \forall x \neq 1$$

Do đó, hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Hàm số không có cực trị.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - 1 - \frac{1}{x - 1} - (x - 1) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x - 1} = 0$$

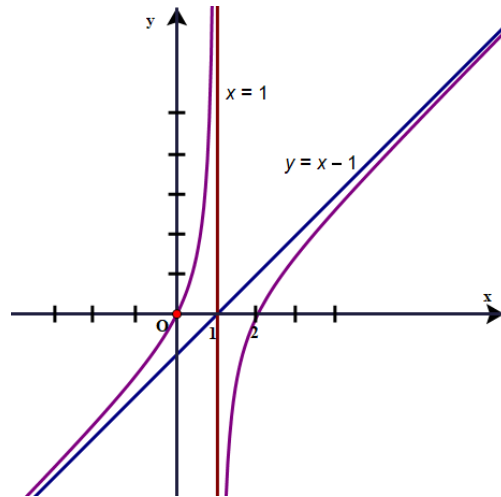
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 1 - \frac{1}{x - 1} - (x - 1) \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{x - 1} = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y = x - 1$ làm tiệm cận xiên.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

3. Đồ thị:



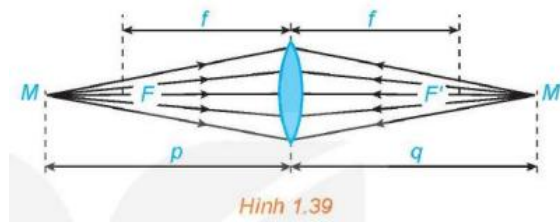
Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0;0)$.

$$y = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số giao với trục hoành tại các điểm $(0;0)$ và $(2;0)$

Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(1;0)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.

1.44. Xét một thấu kính hội tụ có tiêu cự f (H.1.39). Khoảng cách p từ vật đến thấu kính liên hệ với khoảng cách q từ ảnh đến thấu kính bởi hệ thức: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$.



- Viết công thức tính $q = g(p)$ như một hàm số của biến $p \in (f; +\infty)$.
- Tính các giới hạn $\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p)$; $\lim_{p \rightarrow f^+} g(p)$ và giải thích ý nghĩa các kết quả này.
- Lập bảng biến thiên của hàm số $q = g(p)$ trên khoảng $(f; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{a) Ta có } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Leftrightarrow \frac{1}{q} = \frac{p - f}{pf} \Leftrightarrow q = \frac{pf}{p - f}$$

Do đó $q = g(p) = \frac{pf}{p - f}$ với $p \in (f; +\infty)$.

$$\text{b) } \lim_{p \rightarrow +\infty} g(p) = \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{pf}{p - f} = \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{f}{1 - \frac{f}{p}} = f; \lim_{p \rightarrow f^+} g(p) = \lim_{p \rightarrow f^+} \frac{pf}{p - f} = +\infty$$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC **LIVESTREAM** – CHINH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Ý nghĩa $\lim_{p \rightarrow +\infty} g(p) = f$ là khoảng cách từ vật đến thấu kính tiến ra vô cùng thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính xấp xỉ tiêu cự.

$\lim_{p \rightarrow f^+} g(p) = +\infty$ nghĩa là khoảng cách từ vật đến thấu kính tiến gần về tiêu cự f thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính càng lớn.

c) Ta có $q' = \frac{f(p-f)-pf}{(p-f)^2} = \frac{-f^2}{(p-f)^2} < 0, \forall p \in (f; +\infty)$

Do đó hàm số $q = g(p)$ nghịch biến trên khoảng $(f; +\infty)$.

p	f	$+\infty$
q'		-
q	$+\infty$	f

1.45. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100e^{0,012t} \quad (N(t) \text{ được tính bằng triệu người } 0 \leq t \leq 50).$$

a) Ước tính dân số của quốc gia này vào các năm 2030 và 2035 (kết quả tính bằng triệu người, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ ba).

b) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Xét chiều biến thiên của hàm số $N(t)$ trên đoạn $[0; 50]$.

c) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm?

Lời giải

a) Dân số của quốc gia này vào các năm 2030 ($t = 7$) là: $N(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} = 108,763$ triệu người.

Dân số của quốc gia này vào các năm 2035 ($t = 12$) là: $N(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} = 115,488$ triệu người.

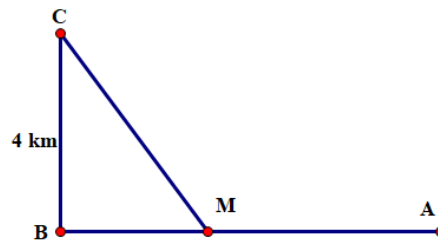
b) Ta có $N'(t) = 100 \cdot 0,012 \cdot e^{0,012t} = 1,2 \cdot e^{0,012t} > 0$ với mọi $t \in [0; 50]$.

Do đó hàm số $N(t)$ luôn đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

c) Theo đề có: $1,2 \cdot e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{\ln \frac{4}{3}}{0,012} \approx 23,97$ năm.

Vậy vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

1.46. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như Hình 1.40. Khoảng cách từ C đến B là 4km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng. Xác định vị trí điểm M trên đoạn AB (điểm nối dây từ đất liền ra đảo) để tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất.



Lời giải

Gọi khoảng cách BM là $x(\text{km})$, $(0 \leq x \leq 10)$.

Khi đó khoảng cách AM là $10 - x$ (km).

Khoảng cách CM là $\sqrt{16 + x^2}$ (km).

Khi đó chi phí lắp đặt dây điện là: $f(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành tìm x để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Có } f'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{16 + x^2}}$$

$$\text{Có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -30 + \frac{50x}{\sqrt{16 + x^2}} = 0 \Leftrightarrow -30\sqrt{16 + x^2} + 50x = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{16 + x^2} = 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(16 + x^2) = 25x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Ta có $f(0) = 500$; $f(3) = 460$; $f(10) = 100\sqrt{29}$.

Do đó chi phí nhỏ nhất để lắp dây điện là 460 triệu đồng khi M cách B một đoạn 3 km trên đoạn AB.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 0.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 6. B. 9. C. -13. D. -16.

Lời giải

Trên $\mathbb{R}$, ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng -6 tại $x = 0$ và giá trị nhỏ nhất bằng -10 tại $x = 2$.

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng -16

Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình?

- A. $y = -x - 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải

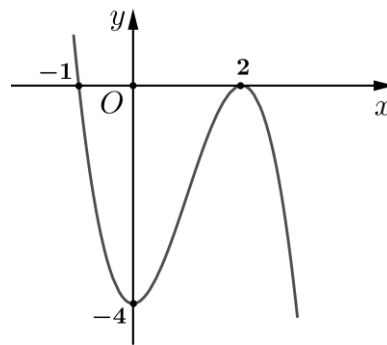
Ta có $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x} = -1,$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 4}{x + 2} = -1$$

Tương tự: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = -1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = -1$

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình $y = -x - 1$.

Câu 5: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



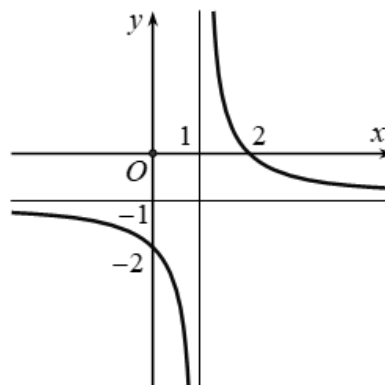
- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 4$. C. $y = x^2 - 4$. D. $y = -x^2 - 4$.

Lời giải

Xét dáng hình của đồ thị, ta loại được hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = -x^2 - 4$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên ta loại hàm số $y = x^3 - 4$ và nhận hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi xuống từ trái qua phải và nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

Do đó, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $(-2; -2)$. D. $(0; -2)$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

Giải phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2; -2)$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x + 4}{1 - x}$?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y = \frac{2x + 4}{1 - x} \Rightarrow y' = \frac{6}{(1 - x)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 9: Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?

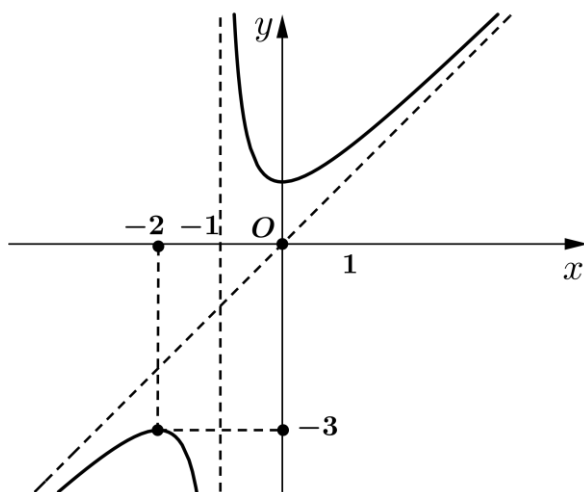
- A. $139 \left(\frac{m}{s}\right)$. B. $78 \left(\frac{m}{s}\right)$. C. $30 \left(\frac{m}{s}\right)$. D. $77 \left(\frac{m}{s}\right)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 3$.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ là $v(5) = 78 \left(\frac{m}{s} \right)$.

Câu 10: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



A. $y = x - \frac{1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$ nên loại hàm số $y = x - \frac{1}{x+1}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;-3)$ nên loại hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$.

Câu 11: Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^{\circ}\text{C}$) được tính bởi hàm số $V(T)$, $T \in [0;30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

T	0	T_1	30
$V'(T)$	–	0	+
$V(T)$	$V(0)$	$V(T_1)$	$V(30)$

Với $T_1 \approx 3,97^{\circ}\text{C}$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

A. $(0;3,97)$.

B. $(0;5)$

C. $(0;10)$.

D. $(0;30)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra, thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ từ 0°C đến $3,97^{\circ}\text{C}$.

Câu 12: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

A. (0;10)

B. (0;8).

C. (8;10).

D. (8;12).

Lời giải

Ta có $N'(t) = -3t^2 + 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}$.

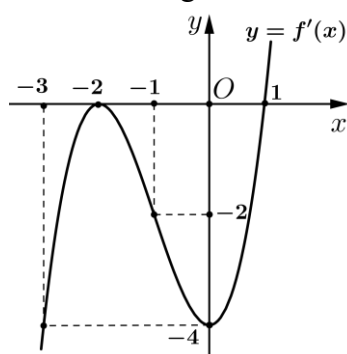
Bảng biến thiên

t	0	8	12	
$N'(t)$		+	0	–
$N(t)$			256	
	0			0

Từ bảng biến thiên ta thấy số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian (0;8).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

a) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

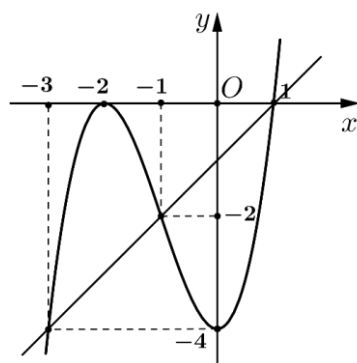
c) Sai: Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đúng: Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



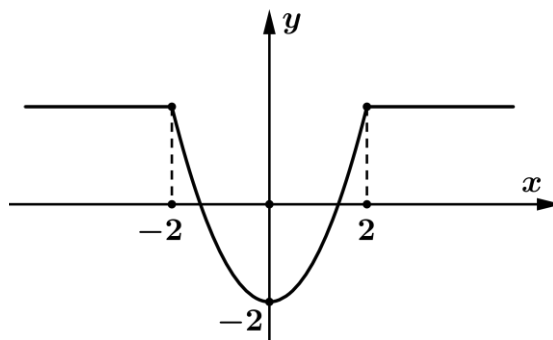
Khi đó: $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		$g(-3)$		$g(-1)$		$g(1)$	$+\infty$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = -2$ và $x = 2$
- Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng -2 đạt được tại $x = 0$

d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất

Lời giải

a) Đúng: Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = -2$ và $x = 2$

b) Sai: Hàm số $f(x)$ chỉ có một điểm cực trị là $x = 0$

c) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng -2 đạt được tại $x = 0$

d) Sai: Ta thấy $f(x) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và có xảy ra dấu bằng nên hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số là bằng nhau

b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(-1; 2)$

c) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$

d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = 2x + 5$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Xét đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$	10	$+\infty$	

a) Đúng: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$.

b) Đúng: Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(-1; 2)$

c) Đúng: Xét $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}.$$

d) Sai: Xét $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x + 5)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x - 1} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm

$$\text{số } y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}.$$

Câu 4: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).

Lời giải

a) Đúng: Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{10}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{10} \cdot 480000 = 48000$. (đồng).

b) Sai: Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu, $x > 0$

Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{x}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$ (nghìn đồng)

Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p = kx^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Khi $x = 10 \Rightarrow p = 30 \Rightarrow k = 0,03$ nên $p = 0,03x^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Do đó chi phí phần 2 để chạy 1km là: $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$ (nghìn đồng)

Vậy tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

c) Đúng: Tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

Thay $x = v = 30$ (km/giờ) vào ta có $f(30) = \frac{480}{30} + 0,03 \cdot 30^2 = 43$ (nghìn đồng).

d) Đúng: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2 = \frac{240}{x} + \frac{240}{x} + 0,03x^2 \geq 3\sqrt[3]{1728} = 36$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20$.

PHẦN IV. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$ có trục đối xứng là đường thẳng $y = ax + b$. Tính tổng tất cả các giá trị của T biết $T = a + b$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x + 2}, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên lần lượt là đường $x = -2$ hay $x + 2 = 0$ và đường $y = x + 2$ hay $x - y + 2 = 0$.

Đồ thị hàm số đã cho có các trục đối xứng là hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên nên phương trình có dạng là:

$$\frac{x + 2}{1} \pm \frac{x - y + 2}{\sqrt{2}} = 0 \text{ hay } y = (\sqrt{2} + 1)x + 2 + 2\sqrt{2} \text{ và } y = (1 - \sqrt{2})x + 2 - 2\sqrt{2}.$$

Khi đó $T = a + b$ thì $T_1 = 3 + 3\sqrt{2}$ và $T_2 = 3 - 3\sqrt{2}$.

Do đó tổng tất cả các giá trị của T là $T_1 + T_2 = (3 + 3\sqrt{2}) + (3 - 3\sqrt{2}) = 6$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc (C) sao cho MN đối xứng nhau qua điểm $I(1; -3)$. Tính giá trị của biểu thức $T = |x_1^2 - x_2^2|$.

Lời giải

Vì $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ đối xứng nhau qua điểm $I(1; -3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ y_1 + y_2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 - x_1 \\ y_2 = -6 - y_1 \end{cases} \Rightarrow N(2 - x_1; -6 - y_1).$$

Ta có $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = x - 3 + \frac{6}{x + 1}$. Do M, N thuộc (C) nên ta có

$$\begin{cases} y = x - 3 + \frac{6}{x + 1} \\ -6 - y = (2 - x) - 3 + \frac{6}{(2 - x) + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 + \frac{6}{x + 1} \\ -6 - y = -x - 1 + \frac{6}{3 - x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -6 = -4 + \frac{6}{x + 1} + \frac{6}{3 - x} \Leftrightarrow \frac{3}{x + 1} + \frac{3}{3 - x} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 15 = 0 \\ x \neq -1, x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = -9 \\ x = 5 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy $M(-3, -9), N(5; 3) \Rightarrow T = |x_1^2 - x_2^2| = |(-3)^2 - 5^2| = 16$.

Câu 3: Giả sử hàm nhu cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{60}{1 + 0,2x}, 12 > x \geq 0$, trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Để bán được 10 đơn vị sản phẩm thì giá bán là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Với $x = 10 \Rightarrow p = \frac{60}{1 + 0,2 \cdot 10} = 20$ (nghìn đồng).

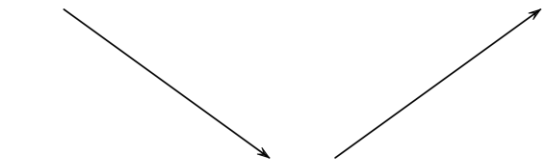
Câu 4: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ với $x > -1$ mô tả chuyển động của một chiếc thuyền trên biển. Một trạm phát sóng đặt tại điểm $I(-1; -1)$, biết hoành độ điểm M thuộc đồ thị (C) mà tại đó thuyền thu được sóng tốt nhất là $x_0 = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} - b$ (loại trừ các điều kiện ảnh hưởng đến việc thu phát sóng). Tính giá trị biểu thức $P = a.n + b$?

Lời giải

Ta có: $M \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; x_0 + \frac{1}{x_0 + 1}\right)$ với $x_0 > -1$.

$IM^2 = (x_0 + 1)^2 + \left(x_0 + 1 + \frac{1}{x_0 + 1}\right)^2 = 2(x_0 + 1)^2 + \frac{1}{(x_0 + 1)^2} + 2$. Đặt $t = (x_0 + 1)^2, t > 0$ thì khi đó ta có:

$IM^2 = 2t + 2 + \frac{1}{t}$. Xét hàm số $y = 2t + 2 + \frac{1}{t}$ có $y' = 2 - \frac{1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

t	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Đề thuyền thu được sóng tốt nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$

Vậy $n = 4; a = 2; b = 1 \Rightarrow a.n + b = 9$.

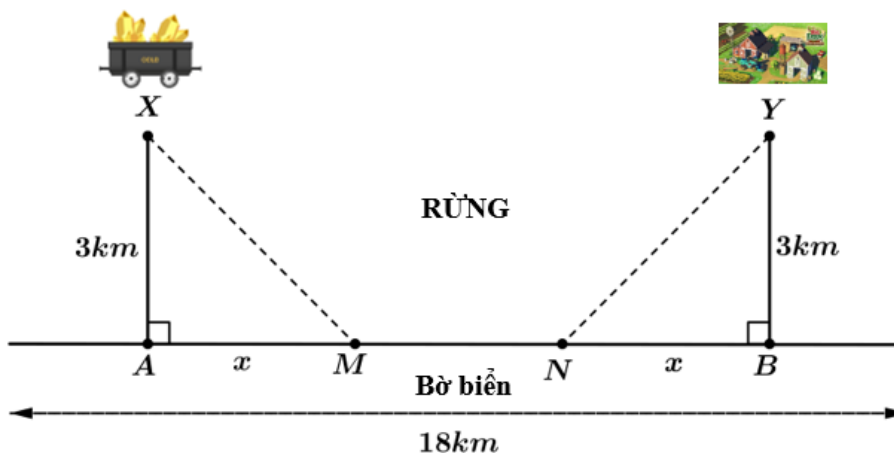
Câu 5: Trong Vật lí, ta biết rằng khi mắc song song hai điện trở R_1 và R_2 thì điện trở tương đương R của mạch điện được tính theo công thức $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Giả sử một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x thì điện trở tương đương R là hàm số $y = \frac{10x}{x + 10}, x > 0$. Điện trở tương đương của mạch **không thể** vượt quá bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x nên điện trở tương đương là hàm số $y = \frac{10x}{x + 10}$ với $x > 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x}{x + 10} = 10$ nên điện trở tương đương của mạch không bao giờ vượt quá 10Ω .

Câu 6: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km . Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km . Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3\text{ km}$, $AM = NB = x\text{ km}$ và $AX = BY = 3\text{ km}$ (minh hoạ như hình vẽ sau)



Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50\log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h . Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Lời giải

Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Vậy nên Quãng đường ông Vinh di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Quãng đường của Ông Vinh

Theo bài ra ta có: ông Vinh sẽ đi qua các quãng đường $XM + MN + NY$.

Ta có: $XM = NY = \sqrt{9 + x^2}$; $MN = 18 - 2x$

Thời gian Ông Vinh chạy đến Trại nghỉ là: $T(x) = 2\left(\frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} + \frac{9 - x}{13}\right)$ với $x \in (0; 9)$

Xét $T'(x) = 2\left(\frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} + \frac{9 - x}{13}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ (thỏa mãn)

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{5}{4}$	9
$T'(x)$	—	0	+
$T(x)$	$\frac{168}{65}$	$\frac{162}{65}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $T(x)$ nhỏ nhất khi $x = \frac{5}{4}$.

$$\Rightarrow \min_{x \in (0,9)} T(x) = T\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{162}{65}$$

Vậy, nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là: $\min_{(0,+\infty)} y = 50 \log\left(\frac{162}{65} + 2\right) \approx 32,6$

-----HẾT-----

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan