



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

TOÁN THỰC TẾ LỚP 12 SGK MỚI **(Chuẩn cấu trúc SGK form mới)**

CHUYÊN ĐỀ 5. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khái niệm vectơ trong không gian

- Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

Chú ý

- Cho đoạn thẳng AB trong không gian. Nếu ta chọn điểm đầu là A , điểm cuối là B thì ta có một vectơ, kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$, đọc là "vectơ AB ".
- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ, vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}, \vec{v}, \dots$
- Các khái niệm có liên quan đến vectơ trong không gian như: giá của vectơ, độ dài của vectơ, vectơ cùng phương, vectơ cùng hướng, vectơ-không, hai vectơ bằng nhau, hai vectơ đối nhau,... được phát biểu tương tự như trong mặt phẳng.

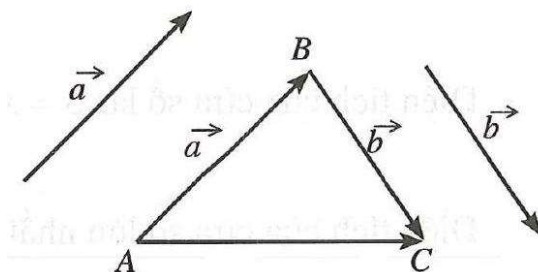
2. Các phép toán vectơ trong không gian

a) Tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian

- Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Lấy một điểm A tùy ý, vẽ

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$$

Vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



Hình 1

Chú ý

- Phép lấy tổng của hai vectơ còn được gọi là phép cộng vectơ.
- Phép cộng vectơ trong không gian cũng có các tính chất như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, chẳng hạn: Phép cộng vectơ trong không gian cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp, cộng với vectơ-không. Do đó, ta cũng định nghĩa được tổng của ba vectơ trong không gian.
- Khi thực hiện phép cộng vectơ trong không gian, ta vẫn có thể áp dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành như đối với vectơ trong mặt phẳng.
- Đối với vectơ trong không gian, ta cũng có các quy tắc sau:
 - Với ba điểm A, B, C trong không gian, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc ba điểm);
 - Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc hình bình hành);

- Nếu $ABCD . A'B'C'D'$ là hình hộp thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ (Quy tắc hình hộp).
- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$. Hiệu của vector $\vec{a}$ và vector $\vec{b}$ là tổng của vector $\vec{a}$ và vector đối của vector $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.
- Phép lấy hiệu của hai vector còn được gọi là phép trừ vector:
Với ba điểm O, A, B trong không gian, ta có: $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ (Quy tắc hiệu).

b) Tích của một số với một vector trong không gian

Cho số thực $k \neq 0$ và vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của số k với vector $\vec{a}$ là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

- Cùng hướng với vector $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với vector $\vec{a}$ nếu $k < 0$;
- Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Quy ước: $0\vec{a} = \vec{0}, k\vec{0} = \vec{0}$. Do đó $k\vec{a} = \vec{0}$ khi và chỉ khi $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

Chú ý:

- Phép lấy tích của một số với một vector gọi là phép nhân một số với một vector.
- Phép nhân một số với một vector trong không gian có các tính chất sau:

Với hai vector bất kì $\vec{a}, \vec{b}$ và hai số thực h, k , ta có:

$$+k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}; k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b};$$

$$+(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a};$$

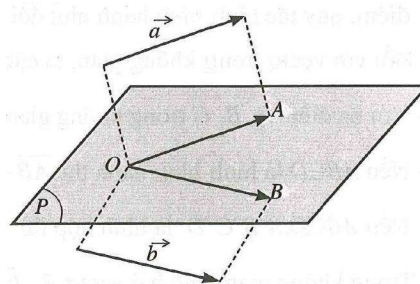
$$+h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a};$$

$$+1\vec{a} = \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a}.$$

- Hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$ là cùng phương khi và chỉ khi có một số thực $k \neq 0$ sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

c) Tích vô hướng của hai vector trong không gian

- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O tùy ý và vẽ hai vector $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$.
- Góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ trong không gian là góc giữa hai vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$.



Chú ý: $0^\circ \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$.

- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} \cdot \vec{b}$, là một số thực được xác định bởi công thức: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$, ở đó $(\vec{a}, \vec{b})$ là góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

Quy ước: Tích vô hướng của một vector bất kì với vector $\vec{0}$ là số 0.

Chú ý

- Tích vô hướng của hai vector trong không gian có các tính chất sau:

Với các vector bất kì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ và số thực k tùy ý, ta có:

$$+\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \text{ (tính chất giao hoán);}$$

$$+\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} \text{ (tính chất phân phối);}$$

$$+(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$$

$$+\vec{a}^2 \geq 0, \text{ trong đó } \vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}. \text{ Ngoài ra } \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}.$$

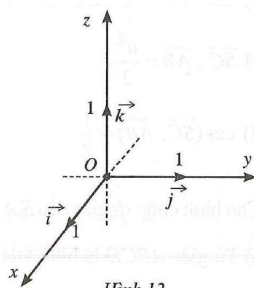
- Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$.

3. Hệ trục tọa độ trong không gian

Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz trong không gian, hay đơn giản gọi là hệ tọa độ Oxyz.

Chú ý: Ta gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

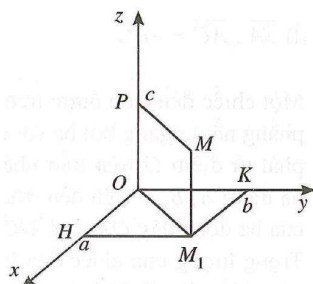
Trong hệ tọa độ Oxyz (hình vẽ 12), ta gọi: điểm O là gốc tọa độ; Ox là trục hoành, Oy là trục tung, Oz là trục cao; các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ là các mặt phẳng tọa độ.



Không gian với hệ tọa độ Oxyz còn được gọi là không gian Oxyz.

4. Tọa độ của một điểm

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M (hình vẽ).

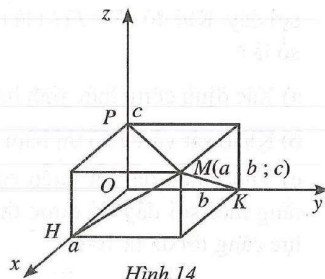


- Xác định hình chiếu M_1 của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) . Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , tìm hoành độ a , tung độ b của điểm M_1 .
- Xác định hình chiếu P của điểm M trên trục cao Oz , điểm P ứng với số c trên trục Oz . Số c là cao độ của điểm M .

Bộ số $(a; b; c)$ là tọa độ của điểm M trong không gian tọa độ Oxyz, kí hiệu là $M(a; b; c)$.

Chú ý

- Tọa độ của một điểm M trong không gian với hệ tọa độ Oxyz luôn tồn tại và duy nhất.
- Người ta còn có thể xác định tọa độ điểm M theo cách sau (hình vẽ 14):



Hình 14

- Xác định hình chiếu H của điểm M trên trục hoành Ox , điểm H ứng với số a trên trục Ox . Số a là hoành độ của điểm M .
- Xác định hình chiếu K của điểm M trên trục tung Oy , điểm K ứng với số b trên trục Oy . Số b là tung độ của điểm M .
- Xác định hình chiếu P của điểm M trên trục cao Oz , điểm P ứng với số c trên trục Oz . Số c là cao độ của điểm M .

Khi đó, bộ số $(a; b; c)$ là tọa độ của điểm M trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$.

3. Tọa độ của một vectơ

- Tọa độ của điểm M được gọi là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.

$$\overrightarrow{OM} = (a; b; c) \Leftrightarrow M(a; b; c)$$

- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của một vectơ $\vec{u}$ là tọa độ của điểm A , trong đó A là điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$.
- Nếu $\vec{u}$ có tọa độ $(a; b; c)$ thì ta viết $\vec{u} = (a; b; c)$, trong đó a gọi là hoành độ, b gọi là tung độ và c gọi là cao độ của vectơ $\vec{u}$.
- Với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Ta có:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{u} = (a; b; c)$ thì $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$.

Ngược lại, nếu $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ thì $\vec{u} = (a; b; c)$.

Chú ý: Với $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$, ta có: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$.

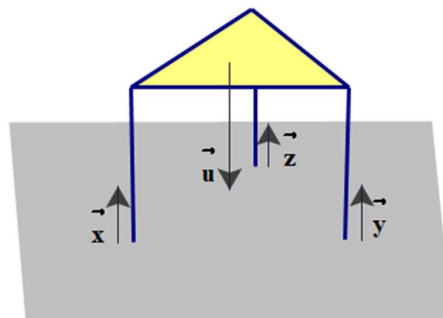
- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$.

Khi đó, ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

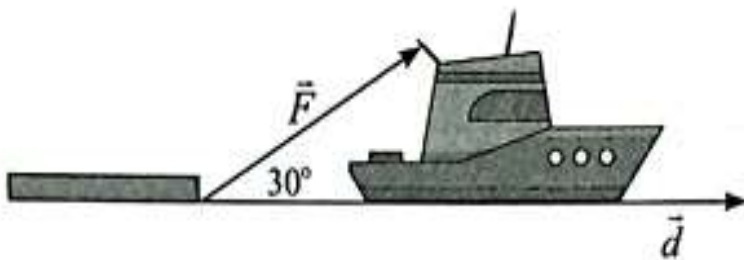
B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Một tòa chung cư có chiều cao của các tầng như nhau. Một thang máy di chuyển từ tầng 10 lên tầng 26 của tòa nhà, sau đó di chuyển từ tầng 26 xuống tầng 18. Hãy cho biết mối liên hệ về phương, hướng và độ dài của các vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy trong hai lần di chuyển đó, từ đó phát biểu một đẳng thức liên hệ giữa hai vectơ đó.

Câu 2: Một chiếc bàn cân đối được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và ba chân vuông góc với mặt sàn. Trọng lực tác dụng lên bàn (biểu thị bởi vectơ $\vec{u}$) phân tán đều qua các chân bàn và tạo nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn (biểu thị bởi các vectơ $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$). Hãy giải thích vì sao $\vec{x} = \vec{y} = \vec{z} = -\frac{1}{3}\vec{u}$.

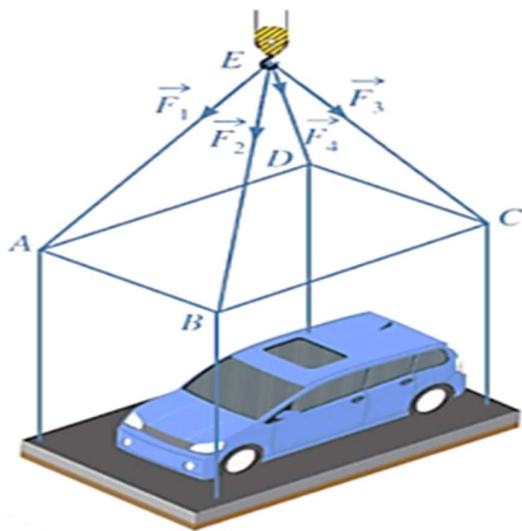


Câu 3: Một tàu kéo một xà lan trên biển di chuyển được 3km với một lực kéo có cường độ 2000 N và có phương hợp với phương dịch chuyển một góc 30° . Tính công thực hiện bởi lực kéo nói trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của Jun).



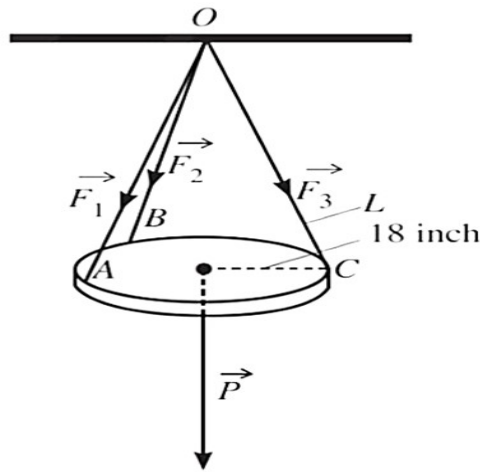
Hình 15

Câu 4: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° (như hình). Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N .

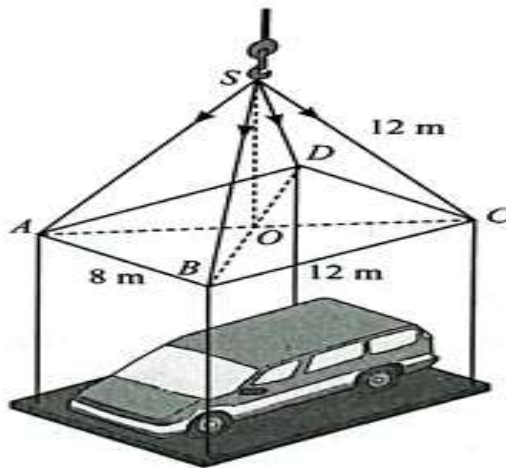


Câu 5: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng $L(\text{inch})$. Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 inch ($1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L

- Xác định công thức tính hàm số $F = F(L)$.
- Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $F = F(L)$.
- Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N .

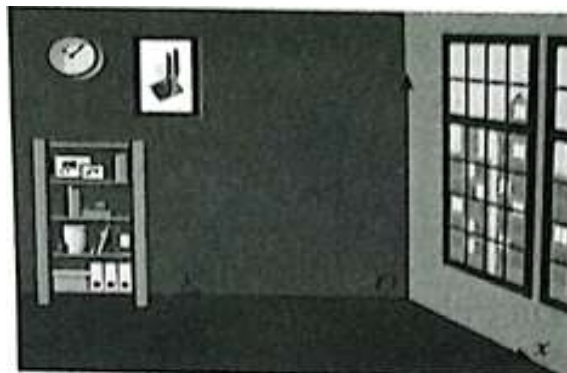


- Câu 6:** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 10 N và 8 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 6 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.
- Câu 7:** Tính độ lớn của các lực căng trên mỗi sợi dây cáp trong Hình 16. Cho biết khối lượng xe là 1900 kg , gia tốc là 10 m/s^2 , khung nâng có khối lượng 100 kg và có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 8\text{ m}$, $BC = 12\text{ m}$, $SC = 12\text{ m}$ và SO vuông góc với $(ABCD)$. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton.



Hình 16

- Câu 8:** Một căn phòng với hệ tọa độ được chọn như ở Hình 7. Hãy cho biết bức tường có cửa sổ nằm trong mặt phẳng tọa độ nào.

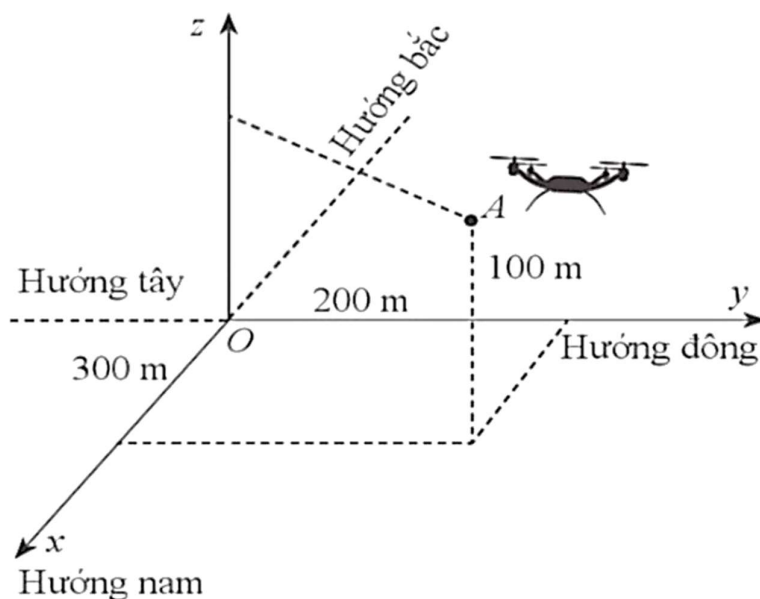


Hình 7

Câu 9: Người ta kéo vật nặng bằng một lực $\vec{F}$ có cường độ $100N$. Hãy biểu diễn tọa độ vectơ $\vec{F}$ trong hệ tọa độ đã cho trong hình.

Câu 10: Trong quá trình cất cánh của một máy bay không người lái: Ban đầu máy bay ở vị trí A , máy bay cách vị trí điều khiển 300 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100 m . Một phút sau, máy bay ở vị trí B cách vị trí điều khiển 1200 m về phía nam và 2100 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 250 m .

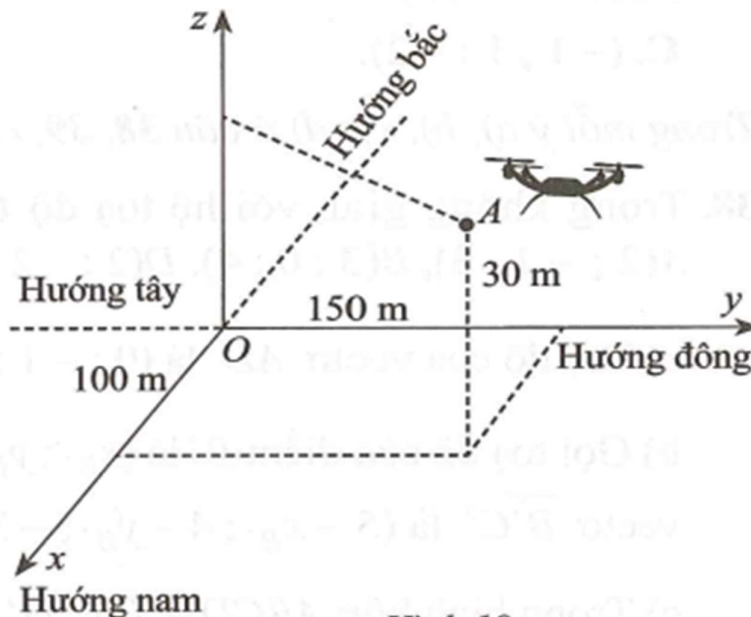
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 m . Hãy xác định tọa độ vectơ dịch chuyển $\overrightarrow{AB}$ của máy bay không người lái đó.



Câu 11: Radar của một trung tâm kiểm soát không lưu sân bay có phạm vi theo dõi 500 km . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời như hình, trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Hỏi radar trung tâm kiểm soát không lưu có thể phát hiện được máy bay tại vị trí A có tọa độ $(-200; 400; 200)$ đối với hệ trục tọa độ trên không?



- Câu 12:** Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (Hình 19). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.
- Xác định tọa độ của flycam tại mỗi vị trí A, B đối với hệ tọa độ đã chọn.
 - Tính quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B , biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



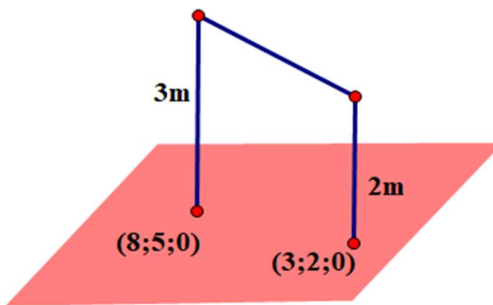
- Câu 13:** Ở mỗi góc sân bóng đá thường được cắm một cột cờ vuông góc với mặt sân như hình bên.
- Có thể thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là chân cột cờ, hai trục Ox, Oy lần lượt trùng với hai vạch kẻ sơn và tia Oz trùng với cột cờ hay không? Giải thích vì sao.
 - Giả sử cột cờ có chiều cao 1,5 m. Hãy xác định tọa độ của điểm đầu cột cờ đối với hệ tọa độ ở câu a (đơn vị đo trong không gian lấy theo mét).



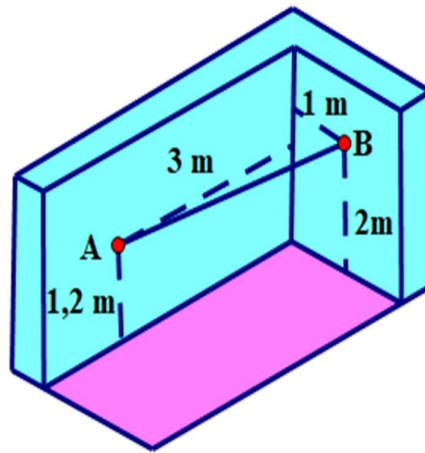
- Câu 14:** Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo được lấy theo kilômét. Tại giàn khoan người ta đặt một chiếc radar để theo dõi hành trình của một chiếc tàu ngầm hoạt động trong khu vực gần giàn khoan.
- Hãy giải thích vì sao tọa độ của tàu ngầm luôn có dạng $(x; y; z)$ với $z \leq 0$.
 - Khi nào thì tọa độ của chiếc tàu ngầm là $(x; y; 0)$?



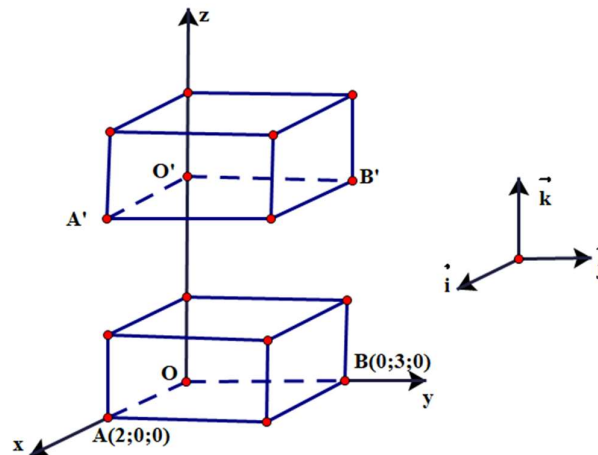
- Câu 15:** Trong góc phòng treo hai chiếc đèn. Chiếc thứ nhất cách mặt đất $2m$ và cách mỗi bức tường $1m$. Chiếc thứ hai cách mặt đất $3m$ và cách mỗi bức tường $2m$.
- Hãy lập một hệ tọa độ phù hợp trong không gian và tìm tọa độ vị trí của mỗi chiếc đèn trong hệ tọa độ đó.
 - Tính khoảng cách giữa hai chiếc đèn.
- Câu 16:** Trên sân thể dục thầy giáo dựng hai chiếc cột vuông góc với mặt sân, chiều cao của mỗi cột lần lượt là $3m$ và $2m$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị trong hệ tọa độ $Oxyz$ được lấy theo mét.
- Biết rằng chân của hai cột có tọa độ lần lượt là $(8; 5; 0)$ và $(3; 2; 0)$, hãy tìm tọa độ điểm đầu của mỗi cột.
 - Thầy giáo dự định căng một sợi dây nối hai đầu của hai cột. Hỏi sợi dây cần có độ dài tối thiểu là khoảng bao nhiêu mét?



- Câu 17:** Hình bên mô tả hai bức tường gạch được xây vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất. Một người thợ xây căng dây giữa hai bức tường. Đầu A của sợi dây nằm trên bức tường thứ nhất, cách bức tường thứ hai là $3m$ và cách mặt đất là $1,2m$. Đầu B của sợi dây nằm trên bức tường thứ hai, cách bức tường thứ nhất là $1m$ và cách mặt đất là $2m$.
- Hãy lập một hệ trục tọa độ phù hợp và tìm tọa độ của hai đầu A, B trong hệ tọa độ đó.
 - Tính độ dài của sợi dây được căng.

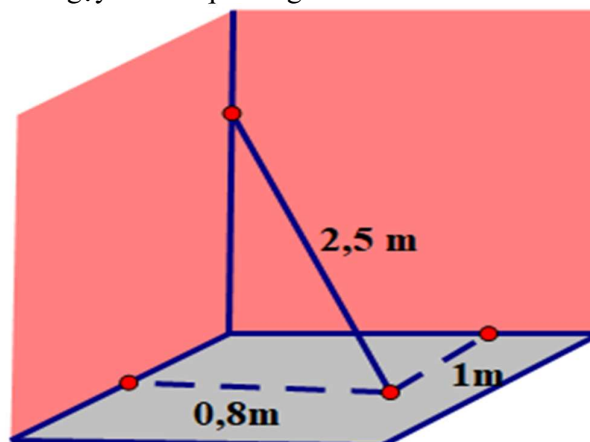


Câu 18: Trên phần mềm GeoGebra 3D với các trục tọa độ được dựng sẵn, bạn Minh vẽ hai hình hộp chữ nhật với một số cạnh được đặt dọc theo các trục tọa độ. Ba đỉnh thuộc mặt dưới của hình hộp thứ nhất lần lượt là $O(0;0;0), A(2;0;0), B(0;3;0)$. Biết hình hộp thứ hai ở vị trí cao hơn hình hộp thứ nhất là 5 đơn vị, xác định tọa độ của các đỉnh O', A', B' thuộc mặt dưới của hình hộp thứ hai.

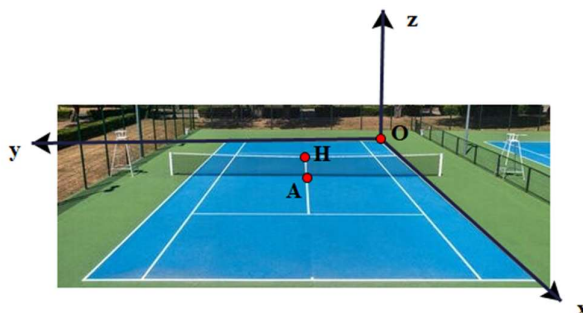
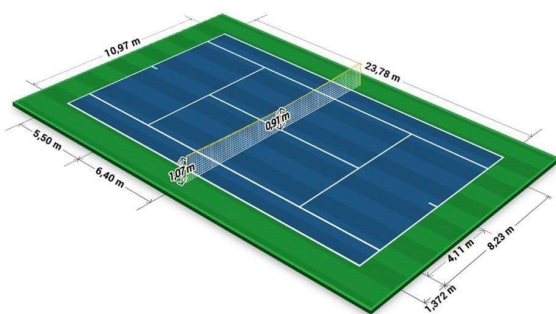


Câu 19: Một chiếc gậy có chiều dài $2,5m$ được đặt trong góc phòng như hình sau đây. Một đầu của chiếc gậy nằm trên sàn nhà, cách hai bức tường lần lượt là $1m$ và $0,8m$. Đầu còn lại của chiếc gậy nằm trên mép tường.

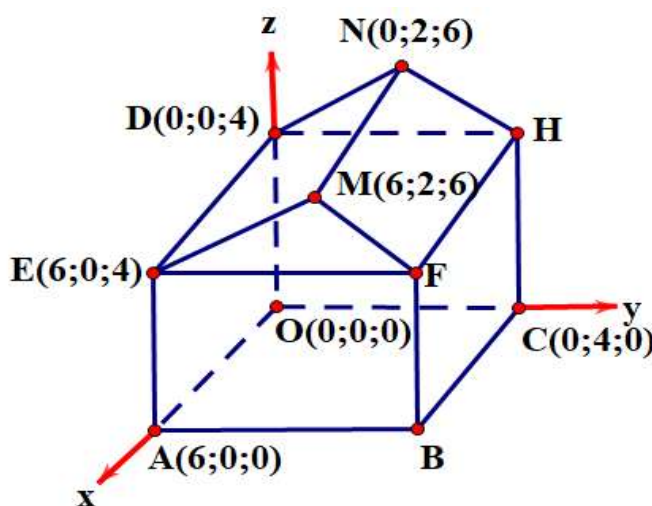
- a) Hãy lập một hệ tọa độ $Oxyz$ phù hợp và tìm tọa độ của đầu gậy nằm trên sàn nhà.
b) Tính khoảng cách từ đầu gậy trên mép tường đến sàn nhà.



- Câu 20:** Để nghiên cứu mô hình rỗng của tinh thể muối ăn $NaCl$ có dạng lập phương tâm khối, người ta đã thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 Angstrom = $10^{-8} cm$) như trong Hình 13. Cho biết $AB = 5,58$. Tìm tọa độ của các điểm A, B, C là vị trí tâm của các ion Cl^- và tọa độ của điểm D là vị trí tâm của ion Na^+ .
- Câu 21:** Trên một sân tennis có kích thước như trong Hình 14a, người ta đã thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là m) như trong Hình 14b. Hãy xác định tọa độ của các điểm A, B .



- Câu 22:** Một nhân viên đang sử dụng phần mềm để thiết kế khung của một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ được minh họa như Hình 3. Cho biết $OABC.DEFH$ là hình hộp chữ nhật và $EMF.DNH$ là hình lăng trụ đứng.
- Tìm tọa độ của các điểm B, F, H .
 - Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}$.
 - Tính số đo $\widehat{EMF}$.

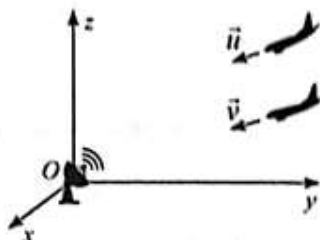


- Câu 23:** Cho một lực $\vec{F} = (4; 6; 9)$ (đơn vị: N) thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d} = (20; 50; 10)$ (đơn vị: m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?
- Cường độ của lực $\vec{F}$ là $\sqrt{133} N$.
 - Độ dài quãng đường dịch chuyển là $10\sqrt{30} m$.
 - Công sinh bởi lực $\vec{F}$ khi thực hiện độ dời $\vec{d}$ là $10\sqrt{3990} J$.
 - $\cos(\vec{F}, \vec{d}) = \frac{470}{10\sqrt{3990}}$.

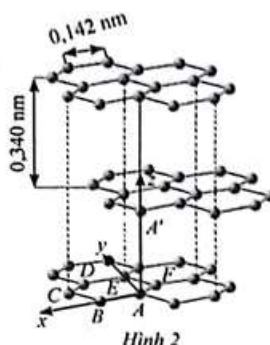
Câu 24: Hai vật đang chuyển động với vector vận tốc lần lượt là $\vec{a} = (2; 1; 5)$ và $\vec{b} = (8; 4; 20)$.

- Hai vật đang chuyển động cùng hướng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 120$.
- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.
- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0$.

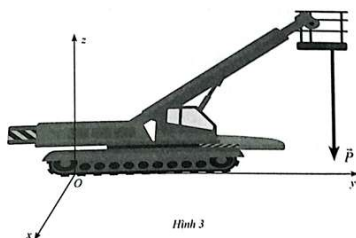
Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ được thiết lập tại một sân bay, người ta ghi nhận hai máy bay đang bay đến với các vector vận tốc $\vec{u} = (90; -80; -120)$, $\vec{v} = (60; -50; -60)$. Tính góc giữa hai vector vận tốc nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của độ).



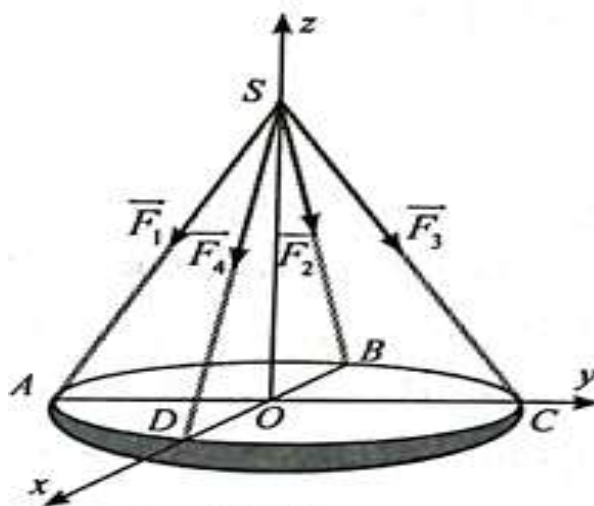
Câu 26: Để nghiên cứu mô hình mạng tinh thể than chì, một nhà hoá học đã thiết lập một hệ toạ độ $Oxyz$ như Hình 2 (đơn vị: nm). Cho biết $ABCDEF$ có dạng lục giác đều. Tìm toạ độ của các điểm A, B, C, E, A' .



Câu 27: Một robot cắt cây đã di chuyển một lực $\vec{P} = (0; 0; -150)$ (đơn vị: N) theo độ dời $\vec{d} = (0; -8; -10)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực $\vec{P}$ khi thực hiện độ dời nói trên.



Câu 28: Một chiếc đèn chùm có trọng lượng 160 N được treo bởi bốn sợi xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $SA = 80\sqrt{2}\text{ cm}$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Cho biết trọng lực của đèn được phân bố đều lên bốn sợi xích. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ là lực tác dụng của các sợi xích lên móc treo S . Với hệ toạ độ $Oxyz$ như trong Hình 1, hãy tìm toạ độ các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$.

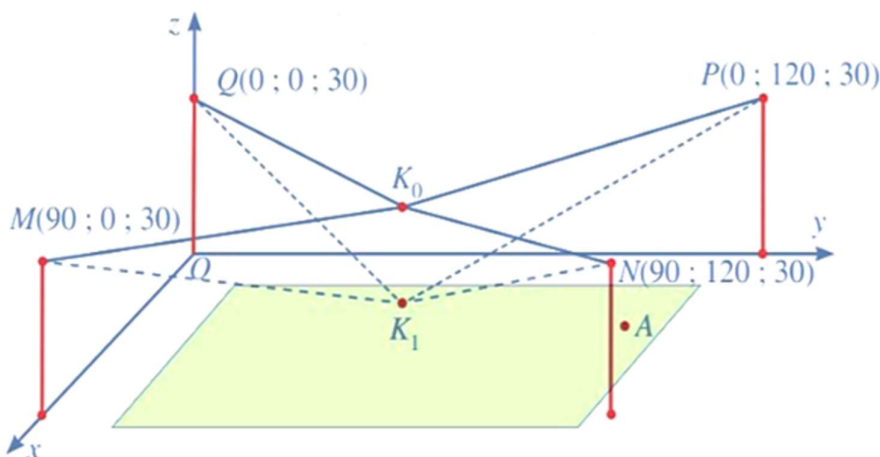


Hình 1

Câu 29: Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao $30m$ và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là $1m$), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30), N(90;120;30), P(0;120;30), Q(0;0;30)$.

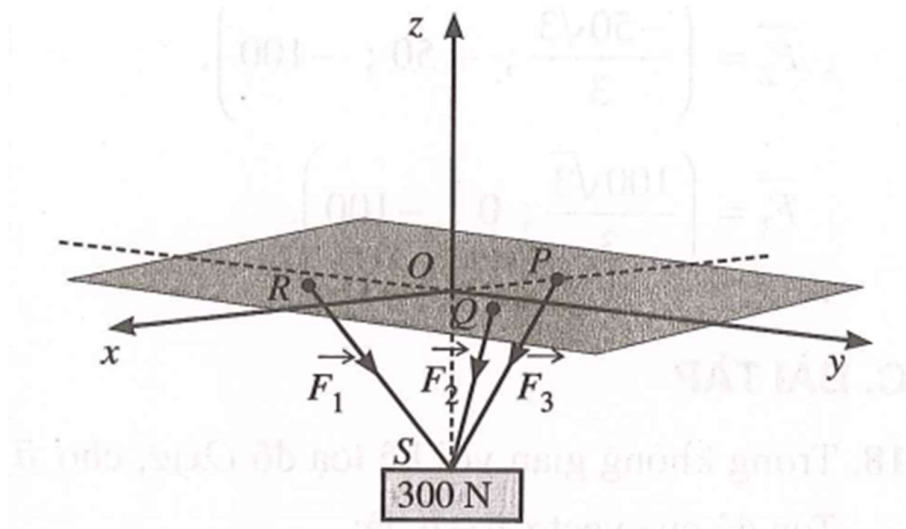
Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19

(Nguồn: <https://abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Tìm tọa độ của các điểm K_0, K_1 và vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$.

Câu 30: Một vật có trọng lượng $300N$ được treo bằng ba sợi dây cáp không dẫn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S(0;0;-2\sqrt{3})$ như hình (trong đó mỗi đơn vị trên trục tương ứng với $1N$). Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS . Tìm tọa độ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.



Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>