



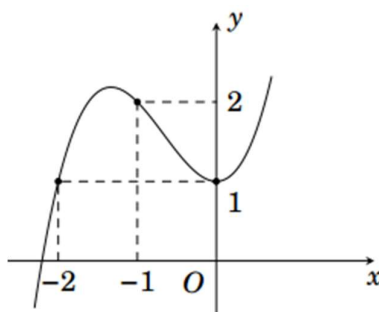
**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

**1000 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI
(Chuẩn cấu trúc SGK mới)**

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



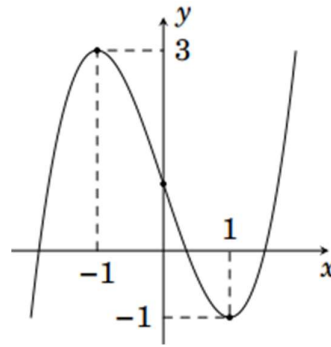
- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; 1)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- d) $2a + 3b + c = 9$

Lời giải

- a) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu là $y = 1$
- b) Đúng: Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; 1)$
- c) Sai: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; x_0)$ với $-2 < x_0 < -1$
- d) Sai: Đồ thị đi qua ba điểm $(-2; 1); (-1; 2); (0; 1)$ và đạt cực trị tại $x = 1$ nên ta được hệ:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ -a + b - c + d = 2 \\ d = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = 0; d = 1 \Rightarrow 2a + 3b + c = 8$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$
 b) Đường thẳng đi qua điểm $(0;1)$ luôn cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng
 c) $a - b + c + d = -1$
 d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(3;18)$

Lời giải

- a) Đúng: Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(-1;3)$ và $(1;-1)$ suy ra tọa độ tâm đối xứng là $(0;1)$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0;1)$.
 b) Đúng: Do $I(0;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị nên đường thẳng qua nó sẽ cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt I, A, B với I là trung điểm của AB . Suy ra $x_A + x_B = 2x_I$.
 Vậy ba điểm này có hoành độ lập thành 1 cấp số cộng.

c) Đúng: Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ hình vẽ ta có:

$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $a = 1; b = 0; c = -3; d = 1$. Vậy $T = a - b + c + d = -1$

d) Sai: Do $a = 1; b = 0; c = -3; d = 1$ nên hàm số đã cho là $y = x^3 - 3x + 1$

Vậy hàm số không đi qua điểm có tọa độ $(3;18)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		4		0	$-\infty$

- a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4
 b) Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt
 c) Trong bốn hệ số a, b, c, d có đúng hai số âm
 d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-4;20)$

Lời giải

a) Sai: Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

b) Đúng: Kẻ đường thẳng $y = 2$ đi qua điểm $(0;2)$ và song song với Ox thì đường thẳng này cắt đồ

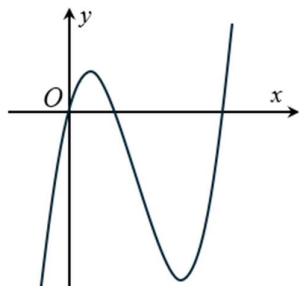
thị hàm số tại ba điểm phân biệt.

c) Đúng: Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(0) = 4 \\ f'(-2) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1; b = -3; c = 0; d = 4$$

Vậy có đúng hai số âm trong bốn số trên

d) Đúng: Do $a = -1; b = -3; c = 0; d = 4$ nên hàm số đã cho là $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Thay tọa độ điểm $(-4; 20)$ vào phương trình thì thỏa mãn nên đồ thị hàm số đi qua $(-4; 20)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



- a) Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.
- b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là số âm.
- c) Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- d) Trong các hệ số a, b, c, d có 2 hệ số dương.

Lời giải

Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d; y' = 3ax^2 + 2bx + c$

“Nhánh bên phải” hướng lên $\Rightarrow a > 0$

Đồ thị qua gốc tọa độ $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = d = 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ các cực trị $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$

- a) Sai: Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu
- b) Đúng: Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là số âm.
- c) Đúng: Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- d) Đúng: Trong các hệ số a, b, c, d có 2 hệ số dương.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3m^2x + 2024$ có đồ thị (C) .

- a) (C) luôn có hai điểm cực trị.
- b) Khi m thay đổi thì đồ thị (C) luôn có tâm đối xứng cố định.
- c) Khi m thay đổi thì đồ thị (C) luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm.
- d) Khi (C) có 2 cực trị thì đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của (C) có dạng $y = ax + b$. Đặt $S = a + b$ thì $S \leq 2024$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 3m^2; y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2024; y = \frac{1}{3}x \cdot y' + (-2m^2 + 2024)$

Tại các điểm cực trị, $y' = 0$ nên đường thẳng đi qua các điểm cực trị của hàm số có phương trình $y = -2m^2x + 2024$.

$$\Rightarrow a = -2m^2; b = 2024 \Rightarrow S = a + b = -2m^2 + 2024 < 2024$$

Lưu ý khi $m = 0$ thì hàm số không có cực trị.

a) Sai: (C) không có điểm cực trị khi $m = 0$

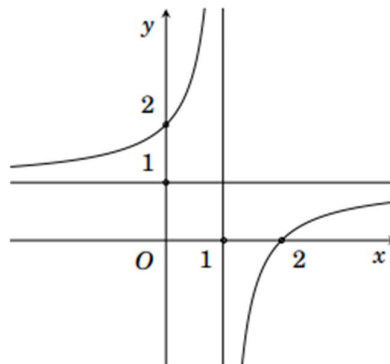
b) Đúng: Khi m thay đổi, (C) luôn có tâm đối xứng cố định.

c) Đúng: Khi m thay đổi, (C) luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm. (Hàm số bậc ba luôn cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm)

d) Sai: Khi (C) có 2 cực trị, đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của (C) có dạng $y = ax + b$. Đặt $S = a + b$ thì $S \leq 2024$ (dấu "=" không xảy ra)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

d) $T = a - 3b - 2c = -3$

Lời giải

a) Đúng: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$

b) Đúng: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$

c) Sai: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

d) Đúng: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$ nên $\frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = 1$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ nên $-\frac{c}{b} = 1$ mà $b = 1 \Rightarrow c = -1$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$ nên $\frac{a}{c} = 2$ mà $c = -1 \Rightarrow a = -2$

Vậy $T = a - 3b - 2c = -2 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) = -3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	$\frac{1}{2}$ ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ $\frac{1}{2}$

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$
- c) Đồ thị giao với trục hoành tại điểm có hoành độ nhỏ hơn 3
- d) $\begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$

Lời giải

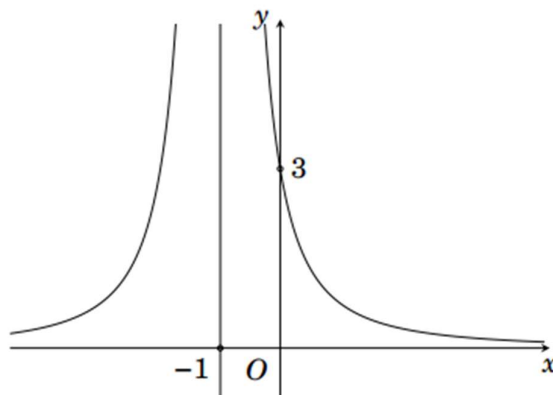
- a) Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ nên nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$
- b) Sai: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$
- c) Đúng: Đồ thị giao với trục hoành tại điểm thuộc nhánh trái của đồ thị, suy ra hoành độ giao điểm này nhỏ hơn 3

- d) Đúng: Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \\ -\frac{c}{b} = 3 \end{cases} \quad (1)$

Ta có: $y' = \frac{ac+b}{(bx+c)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{c}{b} \Leftrightarrow ac+b < 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{b}{2} \cdot (-3b) + b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận $x = -1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; -2]$ bằng 8



- a) $f'(0) = 3$
 b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
 c) Giá trị của $f(-3)$ bằng 8
 d) Giá trị của $f(2)$ bằng 4

Lời giải

- a) Đúng: Theo hình vẽ, đồ thị $f'(x)$ qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3$
 b) Sai: Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số đã cho $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 c) Sai: Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8$ suy ra $f(-3) \neq 8$
 d) Đúng: Ta có $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $f'(0) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 3$

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$ nên $-c + d = 0$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a + b}{-2c + d} = 8$

$$\text{Vậy ta có hệ phương trình } \begin{cases} ad - bc = 3d^2 \\ -c + d = 0 \\ b - 2a = 8(d - 2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a - b = 3d \\ b - 2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$$

Từ đó suy ra $f(x) = \frac{5dx + 2d}{dx + d} = \frac{5x + 2}{x + 1} \Rightarrow f(2) = 4$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$ có đồ thị là (C_m) với m là tham số

- a) Khi $m = 2$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$
 b) Khi $m = 2$ thì giao điểm của các đường tiệm cận có tọa độ $I(1; -1)$
 c) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; \sqrt{2})$ thì $m = 2$
 d) Với mọi giá trị của tham số m thì hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó

Lời giải

- a) Đúng: Khi $m = 2$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$
 b) Sai: Khi $m = 2$ thì giao điểm của các đường tiệm cận có tọa độ $I(-1; 1)$
 c) Đúng: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi và chỉ khi $m\left(-\frac{m}{2}\right) - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2 \neq 0$ đúng với mọi giá trị m .

Khi đó đường thẳng $-\frac{m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 2$ là giá trị cần tìm.

- d) Đúng: Ta có $y' = \frac{m^2 + 2}{(2x + m)^2} > 0, \forall x \neq -\frac{m}{2}$. Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$ có đồ thị (C) . Khi đó:

- a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$

- b) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$
 c) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$
 d) Đồ thị hàm số (C) nhận điểm $I(-2; 0)$ làm tâm đối xứng

Lời giải

- a) Sai: Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
 b) Đúng: Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$

Giới hạn, tiệm cận: Ta có $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x + 2} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x + 2} \right) = 0$$

- c) Đúng: Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} \right) = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} \right) = +\infty$$

- d) Đúng: Đồ thị hàm số (C) nhận điểm $I(-2; 0)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$ có đồ thị (C).

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$
 b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right]$ bằng $-\frac{19}{3}$
 d) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $2x + y = 0$

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-2x^2 + 4x}{(-x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$	-6	$-\infty$

- a) Sai: Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty, 0)$ và $(2; +\infty)$
 b) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$
 c) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right]$ bằng -7 đạt tại $x = \frac{3}{2}$
 d) Đúng: Ta có $2x + y = 0 \Rightarrow y = -2x$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1} - (-2x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{-x + 1} \right) = 0$ nên đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng $2x + y = 0$ hay $y = -2x$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng $(-2, -1)$ và $(-1, 0)$
- Hàm số có hai điểm cực trị.
- Đồ thị (C) không cắt trục Ox .
- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$

Lời giải

Ta có $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x + 1} = -x + 2 - \frac{1}{x + 1}$ có đạo hàm $y' = \frac{-x - 2}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	1	$-\infty$

a) Đúng: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng $(-2, -1)$ và $(-1, 0)$

b) Đúng: Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Sai: Mặt khác $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 1 = 0$ (*)

Vậy phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt. Hay (C) luôn cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

d) Đúng: Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = -x + 2$ nên đi qua điểm $A(1; 2)$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C).

- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
- Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

a) Đúng: Ta có $y = -x - 6 - \frac{14}{x - 3}$

Khi đó tiệm cận xiên là $y = -x - 6$ và có tiệm cận đứng là $x = 3$.

b) Đúng: Suy ra giao điểm 2 tiệm cận là $I(3, -9)$ là tâm đối xứng.

c) Đúng: Ta có: $y' = \frac{-x + 6x + 5}{(x - 3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0$ (*)

Phương trình (*) luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$ nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .

d) Sai: Ta có $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$. Phương trình luôn có 2 nghiệm (vì $(-1).4 < 0$)

Suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ có đồ thị là (C).

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm M . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$
- Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$				
y'		+	0	-		-	0	+	
y						$+\infty$		$+\infty$	
	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$		$\nwarrow$	5	$\nearrow$

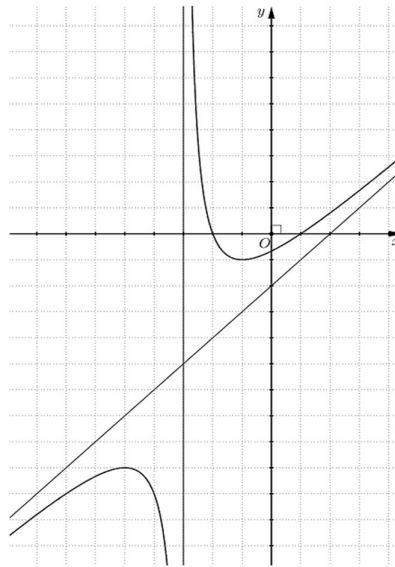
- Sai: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang
- Đúng: Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và $y'(0) = \frac{3}{4}$ nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$
- Sai: Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 3$ nên 2 điểm cực trị nằm cùng phía đối với Oy .
- Sai: Ta có $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ do đó giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $\left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; 0\right)$ và $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; 0\right)$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ (1) với m là số thực

- Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị
- Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 2$
- Khi $m = 1$ giao điểm của đường tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $I(3; -5)$
- Có 2 giá trị m để góc giữa hai tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45°

Lời giải

- Đúng: Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị
- Đúng: Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 2$
- Sai: Khi $m = 1 \Leftrightarrow y = x - 2 + \frac{4}{x + 3}$



d) Đúng: Ta có: $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m} = mx - 2 + \frac{6m - 2}{x + 3m}$

Nếu $m = \frac{1}{3}$ đồ thị hàm số không tồn tại hai tiệm cận

Nếu $m \neq \frac{1}{3}$, đồ thị hàm số có hai tiệm cận

$d_1 : x = -3m \Leftrightarrow x + 3m = 0$ và $d_2 : y = mx - 2 \Leftrightarrow mx - y - 2 = 0$

$\Rightarrow \vec{n}_1(1; 0); \vec{n}_2(m; -1)$ lần lượt là véc tơ pháp của d_1 và d_2 .

Góc giữa d_1 và d_2 bằng $45^\circ \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = x - \frac{1}{x+1}$

a) Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$

b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = 2x - 1$

c) Tồn tại hai tiếp tuyến của đồ thị vuông góc với nhau

d) Để đường thẳng $y = k$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $OA \perp OB$ khi đó k là nghiệm của phương trình $k^2 - k - 1 = 0$

Lời giải

a) Sai: $y = x - \frac{1}{x+1}$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Đạo hàm $y' = 1 + \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$: hàm số luôn luôn đồng biến, không có cực đại, cực tiểu.

• $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \pm\infty$: $x = -1$ là tiệm cận đứng

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = x$: $y = x$ là tiệm cận xiên

b) Đúng: $M(0; -1), y'(0) = 2$

Phương trình tiếp tuyến (T) tại M : $y = 2(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = 2x - 1$

c) Sai: Tiếp tuyến (T_1) của (C) tại $P(x_1, y_1)$ có hệ số góc $k_1 = y'_{x_1} = 1 + \frac{1}{(x_1 + 1)^2} > 0$

Tiếp tuyến (T_2) của (C) tại $Q(x_2, y_2)$ có hệ số góc $k_2 = y'_{x_2} = 1 + \frac{1}{(x_2 + 1)^2} > 0$

Do $y'_{x_1} > 0, y'_{x_2} > 0$ nên không thể có 2 tiếp tuyến của (C) vuông góc nhau

d) Đúng: $y = x - \frac{1}{x+1} = \frac{x^2 + x - 1}{x+1}$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = k$:

$$\frac{x^2 + x - 1}{x+1} = k \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - (k-1)x - (k+1) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Do vị trí của (C) trên hệ tọa độ Oxy có thể kết luận (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_A, x_B \neq -1$ và

$$\begin{cases} x_A + x_B = k - 1 \\ x_A \cdot x_B = -(k+1) \end{cases}; A(x_A; k), B(x_B; k)$$

$$\overline{OA} = (x_A, k), \overline{OB} = (x_B, k)$$

$$OA \perp OB \Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow x_A x_B + k^2 = 0 \Leftrightarrow -k - 1 + k^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2(m+1)x - 5}{x-1}$ có đồ thị (C) với m là tham số

a) Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = -x + 1$

b) Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số không cắt Ox .

b) Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $m > 4$

d) Tồn tại 1 điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho $x_M > 1$ và độ dài IM ngắn nhất (I là tâm đối xứng của (C)) khi đó tung độ $y_M < -4$

Lời giải

a) Đúng: Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = -x + 1$

b) Đúng: Khi $m = 0$: $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x-1} = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm $y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 4 \\ x = 3 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \pm\infty$; $x = 1$ là đường tiệm cận đứng; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -x + 1$: $y = -x + 1$ là tiệm cận xiên

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	4	$+\infty$	-4	$-\infty$

$x = 0 \Rightarrow y = 5$; $y = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x - 5 = 0$ (vô nghiệm)

Đồ thị hàm số không cắt Ox .

c) Sai: $y = \frac{-x^2 + 2(m+1)x - m - 5}{x-1}$; $y' = \frac{-x^2 + 2x - 2m - 2 + m + 5}{(x-1)^2} = \frac{-x^2 + 2x - m + 3}{(x-1)^2}$

Hàm số y có cực đại cực tiểu khi phương trình $-x^2 + 2x - m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - m + 3 = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$

Nghiệm $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -1 + 2 - m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 4$

Điều kiện sau cùng: $m < 4$

d) Đúng: $x_M > 1 \Rightarrow M$ thuộc nhánh bên phải của (C) nên $I(1;0)$

Toạ độ điểm $M\left(m; -m + 1 - \frac{4}{m-1}\right)$; $IM^2 = (m-1)^2 + \left[(-m+1)^2 + \frac{16}{(m-1)^2} + 8\right]$
 $= 2(m-1)^2 + \frac{16}{(m-1)^2} + 8 \geq 2\sqrt{2}(m-1) \cdot \frac{4}{(m-1)} + 8 \Rightarrow IM^2 \geq 8(\sqrt{2} + 1) \Rightarrow IM \geq \sqrt{8(\sqrt{2} + 1)}$

IM ngắn nhất khi $2(m-1)^2 = \frac{16}{(m-1)^2} \Leftrightarrow (m-1)^4 = 8 \Leftrightarrow m = 1 + \sqrt[4]{8} \Rightarrow y_M = -\sqrt[4]{8} - \frac{4}{\sqrt[4]{8}} < -4$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{-mx^2 + (4m-2)x + 1 - 4m}{x-1}$ có đồ thị là (C) với m là tham số

- Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị
- Khi $m = 1$ đồ thị hàm số không cắt trục Ox
- Khi $m < -1$ thì hàm số đạt cực đại và cực tiểu trong miền $x > 0$
- Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $x - y = 0$

Lời giải

a) Đúng: Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị

b) Đúng: Khi $m = 1$: $y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x-1} = -x + 1 - \frac{2}{x-1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

$y' = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow y = -2\sqrt{2} \end{cases}$

• $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} y = \pm\infty$: $x = 1$ là tiệm cận đứng; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -x + 1$: $y = -x + 1$ là tiệm cận xiên

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'		-	0	+	-
y	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$	$-2\sqrt{2}$	$-\infty$

$x = 0 \Rightarrow y = 3$; $y = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x - 3 = 0$ (vô nghiệm) nên đồ thị hàm số không cắt trục Ox

c) Đúng: $y = \frac{-mx^2 + (4m-2)x + 1 - 4m}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-mx^2 + 2mx - 4m + 2 - 1 + 4m}{(x-1)^2}$

Suy ra $y' = \frac{-mx^2 + 2mx + 1}{(x-1)^2}$. Dấu y' là dấu của tam thức $g(x) = -mx^2 + 2mx + 1$

$g(x)$ có $\Delta' = m^2 + m$; $g(1) = -m + 2m + 1 = m + 1$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

Lúc này hàm số đạt cực đại và cực tiểu tại $x = x_1, x = x_2$ và $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{m} \end{cases}$.

Giả sử $x_1 < x_2$

Theo yêu cầu bài toán: $\begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ -\frac{1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$

Giao với điều kiện $\Delta' > 0$ được $m < -1$

d) Đúng: $y'_x = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2}$. Đường thẳng $x - y = 0$ có hệ số góc $k = 1$

Để tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = x$ cần và đủ là $y'_x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ -x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán:

$(T_1): y = 1(x - 0) + 3 \Leftrightarrow y = x + 3$; $(T_2): y = 1(x - 2) - 3 \Leftrightarrow y = x - 5$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C)

a) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$

c) Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

c) Để phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 2$

Lời giải

a) Sai: Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4

b) Đúng: $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -3 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$

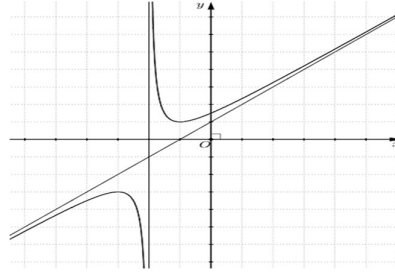
• $\lim_{x \rightarrow -2^\pm} y = \pm\infty$: $x = -2$ là tiệm cận đứng; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = x + 1 \Rightarrow y = x + 1$ là tiệm cận xiên

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$

Với $x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ đồ thị không cắt trục Ox

Đồ thị:



c) Đúng: Đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ có hệ số góc $k_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow$ tiếp tuyến của

(C) vuông góc với đường thẳng này có hệ số góc $k_2 = -3$

$$\text{Xét phương trình } y'_x = -3 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x^2 + 4x + 3 = -3x^2 - 12x - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ 4x^2 + 16x + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{7}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Tại $A\left(-\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}\right)$ có tiếp tuyến $(T_1): y = -3\left(x + \frac{5}{2}\right) - \frac{7}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 11$

Tại $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ có tiếp tuyến $(T_2): y = -3\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = -3x - 3$

d) Sai: $x^2 + 3x + 3 = m | x + 2 | \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ \frac{x^2 + 3x + 3}{|x + 2|} = m \end{cases} \Rightarrow$ Số giao điểm của đồ thị (C_1)

$$y = \frac{x^2 + 3x + 3}{|x + 2|} = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} & (1) \ x > -2 \\ -\left(\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}\right) & (2): \ x < -2 \end{cases}$$

(1): bên phải tiệm cận đứng: giữ nguyên (C)

(2): bên trái tiệm cận đứng: lấy đối xứng của (C) qua trục Ox (C_1) là đường có nét liền, đậm

Số giao điểm của (C_1) và đường thẳng $y = m$ là số nghiệm của phương trình.

Vị trí của đường thẳng $y = m$ để có 4 giao điểm với (C_1) là $m > 3$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothuacthuan