



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

1000 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Chuẩn cấu trúc SGK mới)

BÀI

03

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A

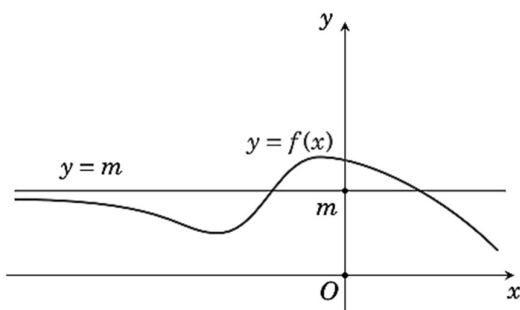
LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Đường tiệm cận ngang (TCN)

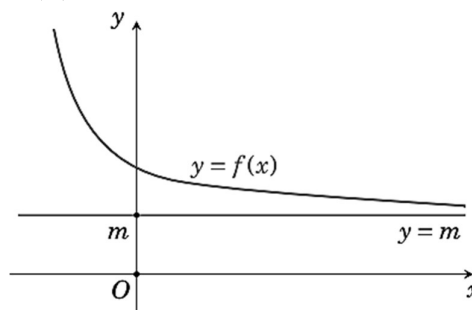
Định nghĩa: Đường thẳng $y = m$ được gọi là một **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = m \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$$

Đường thẳng $y = m$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như hình vẽ dưới đây



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = m$



b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$

Các bước tìm đường tiệm cận ngang:

Bước 1: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

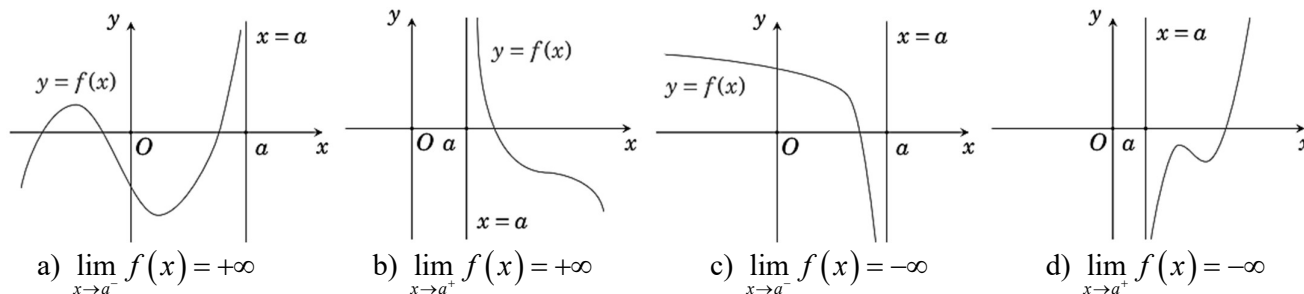
Bước 2: Xem ở “vị trí” nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận có tiệm cận ngang ở “vị trí” đó

2 Đường tiệm cận đứng (TCD)

Định nghĩa: Đường thẳng $x = a$ gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

Đường thẳng $x = a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như hình vẽ dưới đây



Các bước tìm đường tiệm cận đứng:

Bước 1: Tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$

Bước 2: Tính giới hạn một bên tại $x = x_0$.

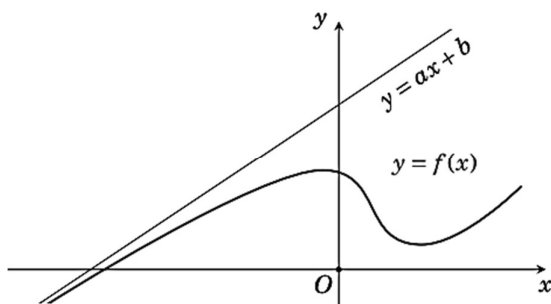
Nếu xảy ra $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$ thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

3 Đường tiệm cận xiên (TCX)

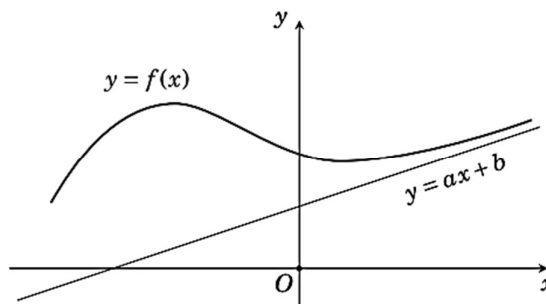
Định nghĩa: Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như hình bên dưới:



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$



b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$

Các bước tìm đường tiệm cận xiên: ta xác định hệ số của a và b trong các trường hợp sau

Bước 1: Tính $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$

Bước 2: Tính $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Bài toán tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$. Để tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số thì ta làm như sau:

- Các bước tìm đường tiệm cận ngang:**

Bước 1: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Bước 2: Xem ở “vị trí” nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận có tiệm cận ngang ở “vị trí” đó

- Các bước tìm đường tiệm cận đứng:**

Bước 1: Tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$

Bước 2: Tính giới hạn một bên tại $x = x_0$.

Nếu xảy ra $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$ thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

- Lưu ý:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ luôn có TCD: $y = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	2	$+\infty$	2	$+\infty$

- $f(-5) < f(4)$
- Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$
- Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{5-4x}{2x+3}$ có đồ thị là (C)

- Hàm số đã cho không có cực trị
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$
- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$
- Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{4-x^2}$ có đồ thị là (C)

- Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$
- Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang, trong đó có một đường là đường thẳng có phương trình $y = -1$.
- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$
- Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	—		— 0 +	
y	3	$+\infty$	$-\infty$	5

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang là $y = 3$
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có hai đường tiệm cận đứng

Dạng 2: Bài toán tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$. Để tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì ta làm như sau:

- **Các bước tìm đường tiệm cận đứng:**

Bước 1: Tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$

Bước 2: Tính giới hạn một bên tại $x = x_0$.

Nếu xảy ra $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$ thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

- **Các bước tìm đường tiệm cận xiên:** ta xác định hệ số của a và b trong các trường hợp sau

Bước 1: Tính $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$

Bước 2: Tính $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

- **Lưu ý:**

- Nếu $a = 0$ thì tiệm cận xiên chính là tiệm cận ngang
- Đối với hàm số phân thức $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ta có thể chia đa thức để biến đổi về dạng

$$f(x) = a'x + b' + \frac{e}{mx + n} \text{ với } e \neq 0$$

Suy ra $y = a'x + b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C)

- a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.
- c) Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị nằm trên parabol $y = x^2$.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị vuông góc với đường thẳng $x + y - \pi = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ có đồ thị là (C)

- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- Đường tiệm cận xiên của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
- Giao điểm của hai tiệm cận nằm trên trục hoành.
- Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y = 0$.

Câu 3: Cho hàm số (C): $y = f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ biết đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là đường thẳng

$$\Delta: y = ax + b$$

- Giao điểm của Δ và trục Ox có hoành độ lớn hơn 2.
- Giao điểm của Δ và tiệm cận đứng của (C) có tọa độ là $(-3; -9)$.
- Gọi $A = \Delta \cap Ox$, $B = \Delta \cap Oy$ thì ta có $S_{OAB} > 3$.
- Giá trị lớn nhất của hàm số $y = ax + b$ trên $[0; 3]$ là 4.

Câu 4: Cho hàm số (C): $y = f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 12}$ và điểm $M \in (C)$ với $x_M < 0$

- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận xiên đều là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Xét $\Delta_1: y = ax + b$ ($b > 0$) là tiệm cận xiên của (C) điểm $(1; 4) \in \Delta$.
- Xét $\Delta_2: y = ax + b$ ($b < 0$) là tiệm cận xiên của (C) khi đó $d_{\max}(M, \Delta_2) < 2$.
- Hoành độ giao điểm của hai đường tiệm cận xiên bằng -2 .

Câu 5: Cho hàm số $(C_1): f(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}$ và $(C_2): g(x) = \frac{2x^2 - 3x - 1}{2x - 1}$ biết đồ thị hàm số (C_1) có tiệm cận

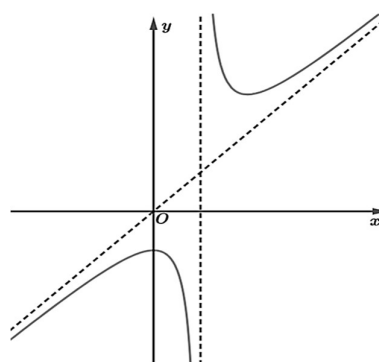
đứng và tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = x_0$, $y = y_0$; (C_2) có tiệm cận xiên là đường thẳng

$$\Delta: y = ax + b$$

- Giá trị của biểu thức $S = x_0 + 2y_0 + 3b = 8$.
- Đồ thị hàm số (C_2) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- Giao điểm của ba đường tiệm cận ở đề bài tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.
- Đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có chung đường tiệm cận đứng.

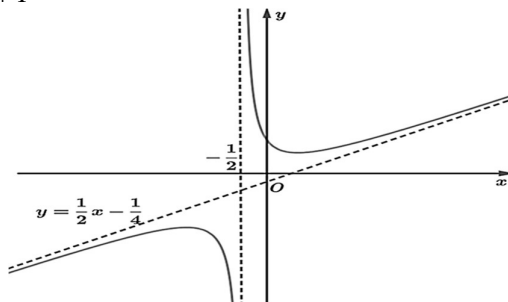
Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

- Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 1$.
- Đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).



Dạng 3: Bài toán về đường tiệm cận của đồ thị hàm số có chứa tham số

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{nx^2 + 1}{mx + 1}$ ($mn \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ:



a) $\frac{n}{m} = -\frac{1}{4}$.

b) $m = -\frac{1}{2}$.

c) $m + n = 3$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x \right] = 0$.

Câu 2: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{(m+1)x^2 + (2m+1)x + m+2}{x+1}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1; 2)$ khi $m = \frac{1}{2}$

c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $d: 3x + 4y - 5 = 0$ khi $m = 1$

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) luôn thuộc Parabol (P): $y = -x^2$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$, với m là tham số

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $m > 0$

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $m \neq 0$

d) Tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{2} \right\}$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (3m^2 - 2)x - 2}{x + 3m}$ có đồ thị là (C) với m là tham số

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận khi $m \neq \frac{1}{3}$

b) Khi $m = 1$ thì đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$

c) Biết đồ thị (C) có hai đường tiệm cận và khi $m = \pm 2$ thì góc tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng 45° .

d) Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị (C) có đường tiệm cận xiên cắt các trục toạ độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4. Khi đó tổng bình phương các phần tử của tập S bằng 4.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan