



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

**1000 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI
(Chuẩn cấu trúc SGK mới)**

BÀI 02 GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-4	2	0	4
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-10	0	-4	10

- a) $\min y = -4$ và $\max y = 10$.
 b) $\max y = 10$ và $\min y = -10$.
 c) $\max y = 0$ và $\min y = -4$.
 d) Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $(-4; 4)$.

Lời giải

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất, ta thấy hàm số không có GTLN, NN trên $(-4; 4)$.

- a) Sai: $\min y = -4$ và $\max y = 10$.
 b) Sai: $\max y = 10$ và $\min y = -10$.
 c) Sai: $\max y = 0$ và $\min y = -4$.
 d) Đúng: Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $(-4; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}, x \in (0; +\infty)$.

- a) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.
 b) Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $(0; +\infty)$.
 c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ và không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.
 d) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $y = x + \frac{4}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = x + \frac{4}{x}, x \in (0; +\infty)$

x	0	2	$+\infty$
y'		0	
y	$+\infty$	4	$+\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.

- a) Đúng: Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.
- b) Sai: Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $(0; +\infty)$.
- c) Sai: Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ và không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$
- d) Sai: Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và có giá trị cực tiểu là $y = -2$
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$
- d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng -3 .

Lời giải

- a) Sai: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- b) Đúng: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và có giá trị cực tiểu là $y = -2$
- c) Đúng: Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$
- d) Đúng: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng -3 .

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

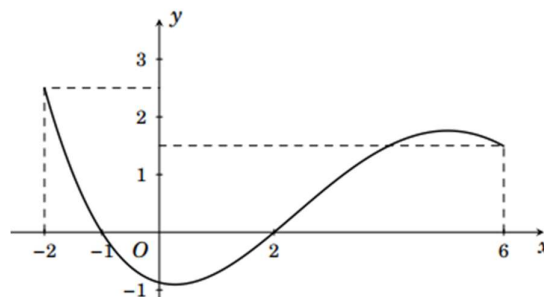
- a) Cực đại của hàm số là 4
- b) Cực tiểu của hàm số là 3
- c) $\max_{\mathbb{R}} y = 4$
- d) $\min_{\mathbb{R}} y = 3$

Lời giải

- a) Đúng: Cực đại của hàm số là 4
 b) Đúng: Cực tiểu của hàm số là 3
 c) Đúng: $\max_{\mathbb{R}} y = 4$
 d) Sai: Từ bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên.

- a) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-1)$
 b) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$
 c) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$
 d) $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max\{f(-1); f(6)\}$



Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	-2	-1	2	6		
y'		+	0	-	0	+
y			$f(-1)$		$f(6)$	
	$f(-2)$		$f(2)$			

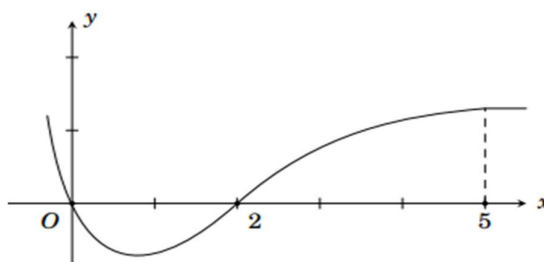
Hàm số đồng biến trên $(-2; -1)$ và $(2; 6)$ do $f'(x) > 0$ nên $f(-1) > f(-2)$ và $f(6) > f(2)$

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$ do $f'(x) < 0$ suy ra $f(-1) > f(2)$

Từ đó có thể suy ra được $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max\{f(-2); f(-1); f(2); f(6)\} = \max\{f(-1); f(6)\}$

- a) Sai: $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-1)$
 b) Sai: $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$
 c) Sai: $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$
 d) Đúng: $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max\{f(-1); f(6)\}$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
 c) $\min_{[0; 5]} f(x) = f(0)$ và $\max_{[0; 5]} f(x) = f(5)$ d) $\min_{[0; 5]} f(x) = f(2)$ và $\max_{[0; 5]} f(x) = f(5)$

Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[0; 5]$

x	0	2	3	5
$f'(x)$	-	0	+	+
$f(x)$	$f(0)$	$f(2)$	$f(3)$	$f(5)$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $\max_{[0;5]} f(x) = \max\{f(0); f(5)\}$

Theo bảng biến thiên thì $f(3) > f(2)$ nên $f(3) - f(2) > 0$

Theo giả thiết ta có $f(0) + f(3) = f(2) + f(5) \Leftrightarrow f(5) = f(0) - [f(3) + f(2)] > f(0)$

Suy ra $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$. Vậy $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

a) Sai: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

b) Đúng: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

c) Sai: $\min_{[0;5]} f(x) = f(0)$ và $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

d) Đúng: $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

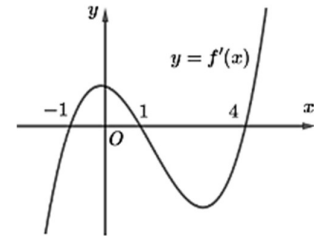
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.

a) Hàm số có hai điểm cực trị

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

c) $f(1) > f(2) > f(4)$

d) Trên đoạn $[1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $f(1)$



Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Khi đó $f'(x) < 0 \Leftrightarrow (-\infty; -1) \cup (1; 4)$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$							

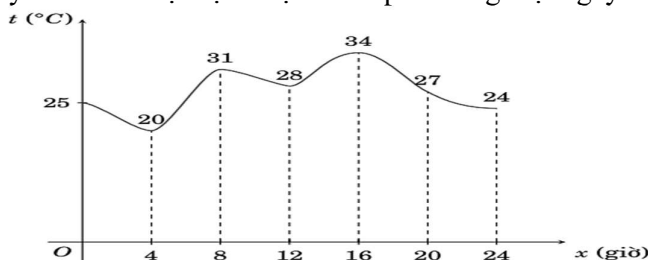
a) Sai: Hàm số có ba điểm cực trị

b) Sai: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ và $(4; +\infty)$

c) Đúng: $f(1) > f(2) > f(4)$

d) Đúng: Trên đoạn $[1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $f(1)$

Câu 8: Hình bên cho biết sự thay đổi của nhiệt độ ở một thành phố trong một ngày



- a) Nhiệt độ cao nhất trong ngày là 28°C
- b) Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 20°C
- c) Thời điểm nhiệt độ cao nhất trong ngày là lúc 16 giờ
- d) Thời điểm nhiệt độ thấp nhất trong ngày là lúc 4 giờ

Lời giải

- a) Sai: Nhiệt độ cao nhất trong ngày là 34°C
- b) Đúng: Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 20°C
- c) Đúng: Thời điểm nhiệt độ cao nhất trong ngày là lúc 16 giờ
- d) Đúng: Thời điểm nhiệt độ thấp nhất trong ngày là lúc 4 giờ

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$, với m là tham số

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
- b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
- c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$
- d) Có duy nhất 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Lời giải

- a) Sai: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$
- b) Đúng: Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Ta có $y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2} > 0, \forall m$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$

x	$-\infty$	m	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

- c) Sai: Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$
- d) Đúng: Có duy nhất 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $[0; 4]$ bằng -1 khi $\begin{cases} m < 0 \\ f(4) = -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} m < 0 \\ \frac{2 - m^2}{4 - m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, với m là tham số
- Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
 - Khi $m = 0$ thì hàm số có hai điểm cực trị
 - Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng $m - 2$
 - Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Khi đó S có một phần tử

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3$. Bảng biến thiên như sau:

x	0	1	2
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	m	$-2 + m$	$2 + m$

Trường hợp 1: $2 + m < 0 \Leftrightarrow m < -2$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2 + m) = 2 - m$

$$2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1 \text{ (loại)}$$

Trường hợp 2: $\begin{cases} 2 + m > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0$.

Khi đó $|m - 2| = 2 - m > 2 > 2 + m \Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = -(-2 + m) = 2 - m = 3 \Leftrightarrow m = -1$ (thỏa mãn)

Trường hợp 3: $\begin{cases} -2 + m < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Khi đó $|m - 2| = 2 - m < 2 < 2 + m \Rightarrow \max_{[0;2]} |f(x)| = 2 + m = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn)

Trường hợp 4: $-2 + m > 0 \Leftrightarrow m > 2$. Khi đó $\max_{[0;2]} |f(x)| = 2 + m = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (loại)

- Sai: Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$
- Đúng: Khi $m = 0$ thì hàm số có hai điểm cực trị
- Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng $m - 2$
- Sai: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Khi đó S có hai phần tử

Câu 3: Cho hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$, với m là tham số

- Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0; 3]$ khi $m \leq 0$
- Khi $m \leq 0$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ là $3m + 9$
- Khi $\frac{9}{4} \leq m \leq 36$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ là $-m + 12\sqrt{m}$
- Có đúng một giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng 20.

Lời giải

Ta có $y' = m - \frac{36}{(x+1)^2}$.

Với $m \leq 0$, hàm số nghịch biến trên $[0; 3]$ nên $\min_{x \in [0; 3]} y = y(3) = 3m + 9$

Suy ra $3m + 9 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{11}{3}$ (không thỏa mãn)

Với $m > 0$, ta có: $y' = \frac{m(x+1)^2 - 36}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x+1 = \pm \frac{6}{\sqrt{m}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \frac{6}{\sqrt{m}} \\ x = -1 - \frac{6}{\sqrt{m}} \text{ (loại)} \end{cases}$

Khi $0 \leq -1 + \frac{6}{\sqrt{m}} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{9}{4} \leq m \leq 36$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0	$-1 + \frac{6}{\sqrt{m}}$	3
y'	-	0	+
y	36	$-m + 12\sqrt{m}$	$3m + 9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\min_{x \in [0; 3]} y = y\left(-1 + \frac{6}{\sqrt{m}}\right) = -m + 12\sqrt{m} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 100 \text{ (loại)} \end{cases}$

Khi $-1 + \frac{6}{\sqrt{m}} > 3 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$, ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	0	3
y'	-	-
y	36	$3m + 9$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $\min_{x \in [0; 3]} y = y(3) = 3m + 9 = 20 \Leftrightarrow m = \frac{11}{9}$ (loại).

Vậy giá trị nhỏ nhất bằng 20 khi $m = 4$.

a) Đúng: Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0; 3]$ khi $m \leq 0$

b) Đúng: Khi $m \leq 0$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ là $3m + 9$

c) Đúng: Khi $\frac{9}{4} \leq m \leq 36$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ là $-m + 12\sqrt{m}$

d) Sai: Có đúng một giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng 20.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m}$, với m là tham số thực dương

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
- b) Trên đoạn $[2; 4]$ thì đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị dương
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $\min_{[2; 4]} y = y(2)$
- d) Chỉ có duy nhất một giá trị của tham số m để $\min_{[2; 4]} y = \frac{9}{5}$

Lời giải

- a) Sai: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$
- b) Đúng: Trên đoạn $[2; 4]$ thì đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị dương

Với $m > 0$ ta có $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0, \forall x \in [2; 4]$

Do đó $\min_{[2; 4]} y = y(2) = \frac{2m + 3}{m + 2} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow m = 3$

- c) Sai: Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $\min_{[2; 4]} y = y(4)$
- d) Đúng: Chỉ có duy nhất một giá trị của tham số m để $\min_{[2; 4]} y = \frac{9}{5}$ là $m = 3$

Câu 1: Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$

- a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1 lít.
- b) Lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là 41,5 lít
- c) $V'(t) = 300(2t - 3t^2) + 4$, với $0 \leq t \leq 0,5$
- d) Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 30 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất

Lời giải

- a) Sai: Số xăng trong bình ban đầu là $V(0) = 4$ lít
- b) Đúng: Lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là $V = V\left(\frac{1}{2}\right) = 41,5$ lít
- c) Sai: Xét hàm số $V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4$ với $0 \leq t \leq 0,5$
Đạo hàm $V'(t) = 300t(2 - 3t)$

d) Đúng: Cho $V'(t) = 0 \Leftrightarrow 300t(2 - 3t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [0; 0,5] \\ t = \frac{2}{3} \in [0; 0,5] \end{cases}$

Các giá trị $V(0) = 4; V\left(\frac{1}{2}\right) = 41,5$

Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 30 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

Câu 2: Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất $x(\text{m}^3)$ sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 100m^3 sản phẩm. Gọi $C(x)$ là tổng chi phí để xí nghiệp sản xuất $x(\text{m}^3)$ sản phẩm trong một ngày và $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm.

- a) $C = 0,2x + 0,001x^2$ với $0 \leq x \leq 100$
 b) Tổng chi phí sản xuất 100m^3 sản phẩm là 34 triệu đồng
 c) $\bar{C} = 0,001x + \frac{4}{x} + 0,2$ với $0 \leq x \leq 100$
 d) $\bar{C}$ có giá trị thấp nhất bằng 0,326 triệu đồng (kết quả làm tròn ba chữ số thập phân)

Lời giải

a) Sai: Tổng chi phí (triệu đồng) để xí nghiệp sản xuất $x(\text{m}^3)$ sản phẩm trong một ngày là :

$$C = C(x) = 4 + 0,2x + 0,001x^2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

b) Đúng: Thay $x = 100$ vào hàm $C(x)$ ta thu được kết quả là 34 triệu đồng

c) Đúng: Chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm là

$$\bar{C} = \bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{4 + 0,2x + 0,001x^2}{x} = 0,001x + \frac{4}{x} + 0,2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

d) Đúng: Ta có $\bar{C}'(x) = 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4000 \Leftrightarrow x = 20\sqrt{10} \in (0; 100]$

$$\bar{C}(20\sqrt{10}) = \frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5} \approx 0,326$$

Bảng biến thiên

x	0	$20\sqrt{10}$	100
$\bar{C}'(x)$	-	0	+
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5}$	0,34

Từ bảng biến thiên, ta thấy chi phí trung bình thấp nhất là $\bar{C}(20\sqrt{10}) \approx 0,326$ (triệu đồng/ m^3 sản phẩm), đạt được khi $x = 20\sqrt{10} \approx 63 \text{ m}^3$.

Câu 3: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
 b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
 c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bằng công thức $-0,01x^3 + 15x - 100$.
 d) A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

- a) Đúng: Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là $C(10) = 10 + 30.10 = 400$ triệu.
 b) Sai: Số tiền mà A thu được (gọi là doanh thu) từ việc bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B là:

$$R(x) = x.P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 45x - 0,001x^3 \text{ triệu đồng}$$

Thay $x = 10$ ta được $R(10) = 449$ triệu đồng

- c) Đúng: Lợi nhuận (triệu đồng) mà A thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

- d) Đúng: Xét hàm số $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ với ($0 \leq x \leq 100$) ta có:

$$P'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \in [0; 100]$$

Ta có $P(0) = -100$; $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$; $P(100) = 400$

Bảng biến thiên

x	0	$50\sqrt{2}$	100
y'		+	-
y	100	$500\sqrt{2} - 100$	400

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{[0; 100]} P = P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 667$

Vậy A thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm cho B mỗi tháng và lợi nhuận lớn nhất thu được khoảng 607 triệu đồng.

Câu 4: Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: Nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam).

- a) Điều kiện xác định là $x \geq 0$
 b) Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên nặng $x(108 - x^2)$
 c) Để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên thì cần thả 16 con tôm giống
 d) Lượng tôm nhiều nhất cuối vụ có thể thu hoạch được trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên là 432 (gam).

Lời giải

- a) Đúng: Điều kiện xác định là $x \geq 0$
 b) Đúng: Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên nặng $x(108 - x^2)$
 c) Sai: Xét hàm số $f(x) = 108x - x^3$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có

$$f'(x) = 108 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow 108 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 < 0 \end{cases}$$

x	0	6	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	–
$f(x)$			$f(6)$	

Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 108x - x^3$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 6$.

Vậy nên thả 6 con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ thì cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

d) Đúng: Lượng tôm nhiều nhất cuối vụ có thể thu hoạch được trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên là $f(6) = 108.6 - 6^3 = 432$ (gam).

Câu 5: Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5 kg? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

- Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là 1500 con.
- Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là 1,5 (kg).
- Tổng trọng lượng cá thu được ở vụ này là $F(x) = -0,0652x^2 + 16x + 1500$ (kg)
- Vụ tới ông Thanh phải thả 488 con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

Lời giải

a) Sai: Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là $50.20 = 1000$ con.

b) Đúng: Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là: $\frac{1500}{1000} = 1,5$ (kg).

c) Sai: Gọi số cá giống cần thả ít đi trong vụ này là: x (con), ($x > 0$)

Theo đề bài cứ giảm 8 con thì mỗi con tăng thêm 0,5 (kg/con)

Vậy giảm x con thì mỗi con tăng thêm $0,0625x$ (kg/con).

Tổng số lượng cá thu được ở vụ này được tính bằng công thức:

$$F(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500.$$

Bài toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $F'(x) = -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = 488$

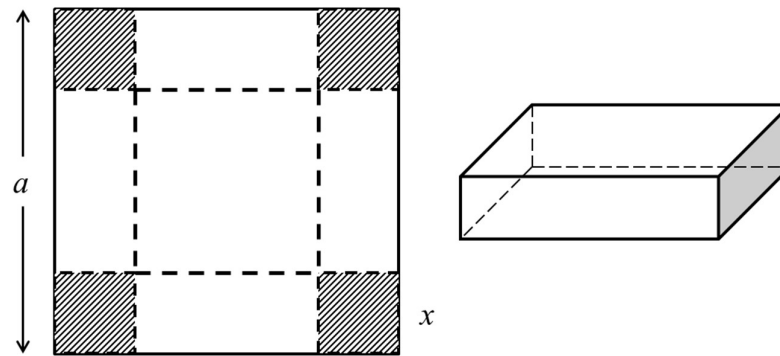
Bảng biến thiên như sau:

x	0	488	1000
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	$F(max)$		

Vậy ông thanh phải thả số cá giống trong vụ tới là: $1000 - 488 = 512$ con.

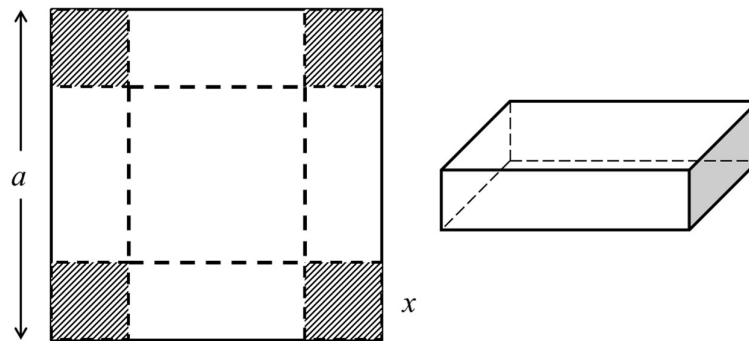
d) Sai: Vụ tới ông Thanh phải thả 512 con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

Câu 6: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.



- a) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{12}$.
- b) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{6}$.
- c) Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{27}$.
- d) Thể tích hộp lớn nhất bằng $\frac{a^3}{27}$.

Lời giải



Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông bị cắt $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a-2x)^2 \left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

$$V'(x) = (a-2x)^2 + x \cdot 2(a-2x) \cdot (-2) = (a-2x)(a-6x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{6} \left(0 < x < \frac{a}{2}\right).$$

Bảng biến thiên:

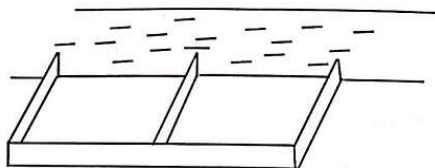
x	0	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{2}$
$V'(x)$		+	0
$V(x)$	0	$\frac{2a^3}{27}$	0

Vậy $\max_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} V(x) = V\left(\frac{a}{6}\right) = \frac{2a^3}{27}$.

- a) Sai: Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{12}$.

- b) Đúng: Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{6}$.
- c) Đúng: Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{27}$.
- d) Sai: Thể tích hộp lớn nhất bằng $\frac{a^3}{27}$.

Câu 7: Một người nông dân có 15.000.000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$). Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).



- a) Số tiền phải làm là: $x.60000 + y.3.50000 = 15000000$ đồng.
- b) Diện tích đất: $S = x.y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = 250x - \frac{5}{2}x^2$
- c) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được $\max_{(0; +\infty)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$
- d) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được khi chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E là 50m

Lời giải

- a) Sai: Số tiền phải làm là: $x.3.50000 + y.60000 = 15.000.000 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2}$.
- b) Đúng: Diện tích đất: $S = x.y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = 250x - \frac{5}{2}x^2$
- c) Đúng: Ta có: $S' = 250 - 5x$; $S' = 0 \Leftrightarrow 250 - 5x \Leftrightarrow x = 50$.
- Bảng biến thiên:

x	0	50	$+\infty$
$S'(x)$		+	0
$S(x)$	0	6250	$-\infty$

- d) Đúng: Từ bảng biến thiên có $\max_{(0; +\infty)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$ khi $x = 50$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668
zalo.me/84869998668
2. Facebook thầy:
<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>
3. Fanpage thầy:
<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>
4. Tiktok thầy:
https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan