



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

1000 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI (Chuẩn cấu trúc SGK mới)

BÀI

02

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

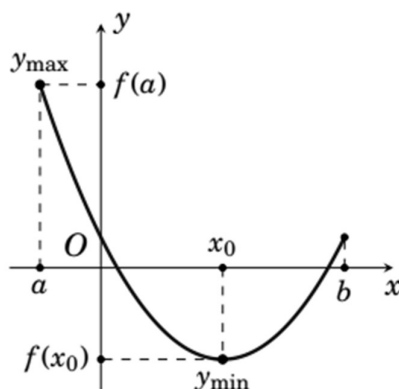
A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1

Định nghĩa giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Khi đó ta có:



- M là giá trị lớn nhất của hàm số nếu $\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = M \end{cases}$. Kí hiệu $\max_{x \in D} f(x) = M$
- m là giá trị nhỏ nhất của hàm số nếu $\begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in D \\ \exists x_0 \in D : f(x_0) = m \end{cases}$. Kí hiệu $\min_{x \in D} f(x) = m$

2

Một số lưu ý

- Khi yêu cầu tìm max min của hàm số mà không nói rõ xét trên tập nào thì ta hiểu là tìm max min trên miền xác định của hàm số đó.
- Để tìm max min của hàm số $y = f(x)$ trên miền D ta thường lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên D . Từ bảng biến thiên ta có thể kết luận:
Điểm ở vị trí cao nhất $\longrightarrow$ Kết luận max
Điểm ở vị trí thấp nhất $\longrightarrow$ Kết luận min
- Để tìm max min của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ ($f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$ có thể trừ một số hữu hạn các điểm và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm trong $(a; b)$) thì ta có thể giải theo các bước sau:

Bước 1: Giải phương trình $f'(x) = 0$ tìm các nghiệm $x_0 \in (a; b)$

Bước 2: Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó đạo hàm không xác định (nếu có)

Bước 3: Tính toán $f(a), f(x_0), f(x_i), f(b)$ (*)

Bước 4: Gọi M, m lần lượt là số lớn nhất và số nhỏ nhất của các kết quả tính toán ở bước (*) thì ta có thể kết luận:

$$M = \max_{[a; b]} f(x); \quad m = \min_{[a; b]} f(x)$$

- Ta có thể sử dụng các bất đẳng thức có sẵn để đánh giá biểu thức cần tìm max, min.

- Bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm a, b :

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$

- Bất đẳng thức Cauchy cho ba số không âm a, b, c :

$$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$

- Bất đẳng thức Cauchy cho n số không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a_1 = a_2 = \dots = a_n$

Dạng 1: Bài toán tìm max, min của hàm số $y=f(x)$ trên miền D

- Phương pháp giải:**

Bước 1: Tính y' . Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm $x_i \in D$ và tìm các điểm $x_j \in D$ mà tại đó y' không xác định.

Bước 2: Lập bảng biến thiên của hàm số trên D

Bước 3: Từ bảng biến thiên đưa ra kết luận:

Điểm ở vị trí cao nhất $\longrightarrow$ Kết luận max

Điểm ở vị trí thấp nhất $\longrightarrow$ Kết luận min

- Lưu ý:** Nếu D là đoạn $[a; b]$ và hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì ta có thể làm như sau:

Bước 1: Giải phương trình $f'(x) = 0$ rồi tìm các nghiệm $x_0 \in (a; b)$

Bước 2: Tìm các điểm $x_i \in (a; b)$ mà tại đó đạo hàm không xác định (nếu có)

Bước 3: Tính toán $f(a), f(x_0), f(x_i), f(b)$ (*)

Bước 4: Gọi M, m lần lượt là số lớn nhất và số nhỏ nhất của các kết quả tính toán ở bước (*) thì ta có thể kết luận:

$$M = \max_{[a; b]} f(x); \quad m = \min_{x \in D} f(x)$$

- Lưu ý quan trọng:**

- Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(a)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(b)$

- Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(a)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-4	2	0	4	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	-10	0	-4	10	

- a) $\min y = -4$ và $\max y = 10$.
 b) $\max y = 10$ và $\min y = -10$.
 c) $\max y = 0$ và $\min y = -4$.
 d) Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $(-4; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}, x \in (0; +\infty)$.

- a) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.
 b) Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $(0; +\infty)$.
 c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ và không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.
 d) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$	

- a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và có giá trị cực tiểu là $y = -2$.
 c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$.
 d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng -3 .

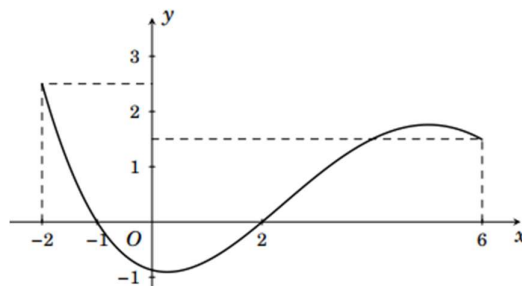
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$

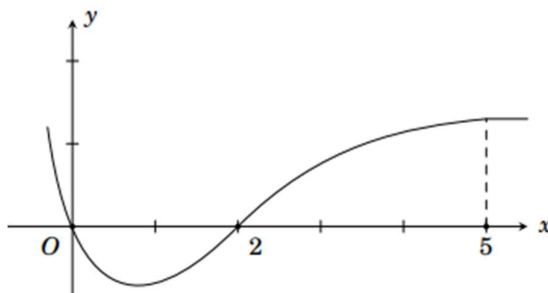
- a) Cực đại của hàm số là 4
 b) Cực tiểu của hàm số là 3
 c) $\max y = 4$
 d) $\min y = 3$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên.

- a) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-1)$
 b) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$
 c) $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$
 d) $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max\{f(-1); f(6)\}$



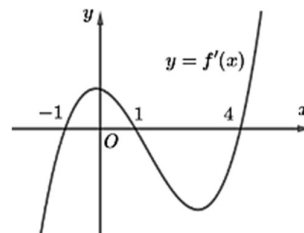
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$



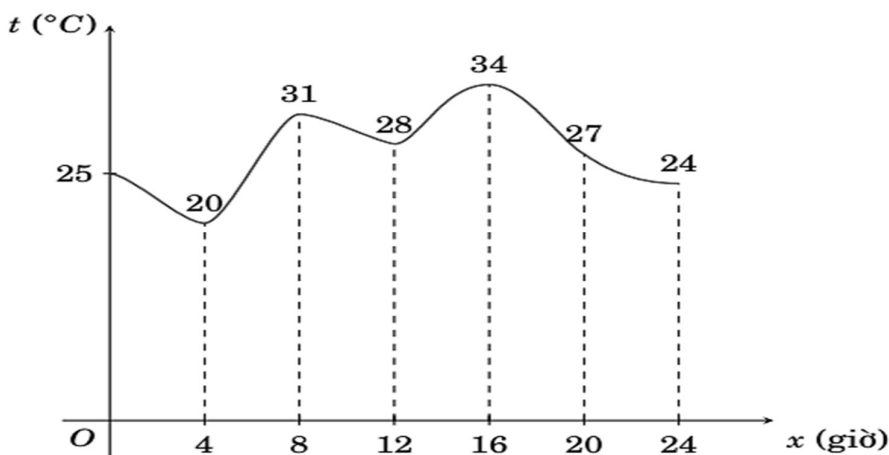
- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
 c) $\min_{[0; 5]} f(x) = f(0)$ và $\max_{[0; 5]} f(x) = f(5)$ d) $\min_{[0; 5]} f(x) = f(2)$ và $\max_{[0; 5]} f(x) = f(5)$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên.

- a) Hàm số có hai điểm cực trị
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
 c) $f(1) > f(2) > f(4)$
 d) Trên đoạn $[1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $f(1)$



Câu 8: Hình bên cho biết sự thay đổi của nhiệt độ ở một thành phố trong một ngày



- a) Nhiệt độ cao nhất trong ngày là 28°C
 b) Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 20°C
 c) Thời điểm nhiệt độ cao nhất trong ngày là lúc 16 giờ
 d) Thời điểm nhiệt độ thấp nhất trong ngày là lúc 4 giờ

Dạng 2: Bài toán tìm max, min của hàm số có chứa tham số

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$, với m là tham số

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
- b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$
- c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$
- d) Có duy nhất 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$, với m là tham số

- a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
- b) Khi $m = 0$ thì hàm số có hai điểm cực trị
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng $m - 2$
- d) Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Khi đó S có một phần tử

Câu 3: Cho hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$, với m là tham số

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0; 3]$ khi $m \leq 0$
- b) Khi $m \leq 0$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ là $3m + 9$
- c) Khi $\frac{9}{4} \leq m \leq 36$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ là $-m + 12\sqrt{m}$
- d) Có đúng một giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0; 3]$ bằng 20.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x + m}$, với m là tham số thực dương

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
- b) Trên đoạn $[2; 4]$ thì đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị dương
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 4]$ là $\min_{[2; 4]} y = y(2)$
- d) Chỉ có duy nhất một giá trị của tham số m để $\min_{[2; 4]} y = \frac{9}{5}$

Dạng 3: Bài toán tối ưu, thực tế liên quan đến max min

- **Bài toán chuyển động**
 - Gọi $s(t)$ là hàm quãng đường; $v(t)$ là hàm vận tốc; $a(t)$ là hàm gia tốc
 - Khi đó $s'(t) = v(t)$; $v'(t) = a(t)$
- **Bài toán thực tế - tối ưu**
 - Biểu diễn dữ kiện cần đạt max – min qua một hàm $f(t)$
 - Khảo sát hàm $f(t)$ trên miền điều kiện của hàm và suy ra kết quả.

Câu 1: Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$

- a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1 lít.
- b) Lượng xăng lớn nhất bơm vào bình xăng là 41,5 lít
- c) $V'(t) = 300(2t - 3t^2) + 4$, với $0 \leq t \leq 0,5$
- d) Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 30 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất

Câu 2: Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m³) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 100m³ sản phẩm. Gọi $C(x)$ là tổng chi phí để xí nghiệp sản xuất x (m³) sản phẩm trong một ngày và $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm.

- a) $C = 0,2x + 0,001x^2$ với $0 \leq x \leq 100$
- b) Tổng chi phí sản xuất 100m³ sản phẩm là 34 triệu đồng
- c) $\bar{C} = 0,001x + \frac{4}{x} + 0,2$ với $0 \leq x \leq 100$
- d) $\bar{C}$ có giá trị thấp nhất bằng 0,326 triệu đồng (kết quả làm tròn ba chữ số thập phân)

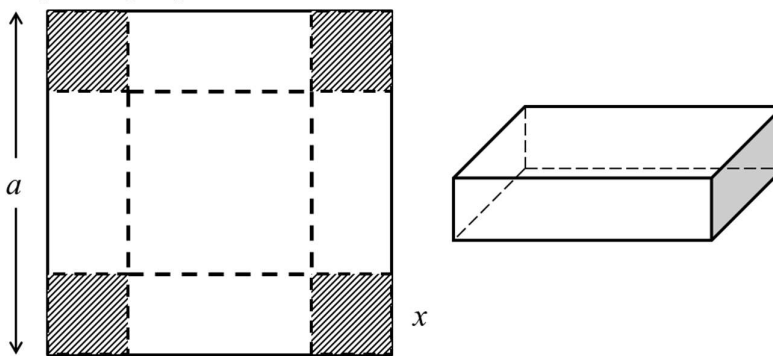
Câu 3: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thoả thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
- c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bằng công thức $-0,01x^3 + 15x - 100$.
- d) A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

- Câu 4:** Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: Nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam).
- Điều kiện xác định là $x \geq 0$
 - Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên nặng $x(108 - x^2)$
 - Để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên thì cần thả 16 con tôm giống
 - Lượng tôm nhiều nhất cuối vụ có thể thu hoạch được trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên là 432 (gam).

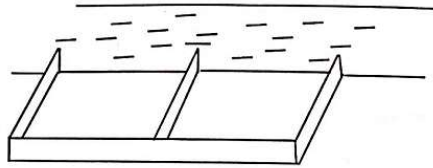
- Câu 5:** Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/ m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5 kg? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.
- Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là 1500 con.
 - Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là 1,5 (kg).
 - Tổng trọng lượng cá thu được ở vụ này là $F(x) = -0,0652x^2 + 16x + 1500$ (kg)
 - Vụ tới ông Thanh phải thả 488 con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

- Câu 6:** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.



- Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{12}$.
- Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\frac{a}{6}$.
- Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\frac{2a^3}{27}$.
- Thể tích hộp lớn nhất bằng $\frac{a^3}{27}$.

- Câu 7:** Một người nông dân có 15.000.000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$). Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).



- a) Số tiền phải làm là: $x.60000 + y.3.50000 = 15000000$ đồng.
- b) Diện tích đất: $S = x.y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = 250x - \frac{5}{2}x^2$
- c) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được $\max_{(0;+\infty)} S = 6250 \text{ (m}^2\text{)}$
- d) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được khi chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E là 50m

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan