



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

1000 CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI
(Chuẩn cấu trúc SGK mới)

BÀI

01

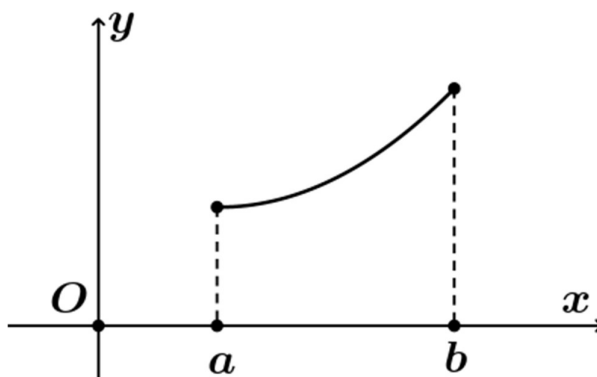
TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

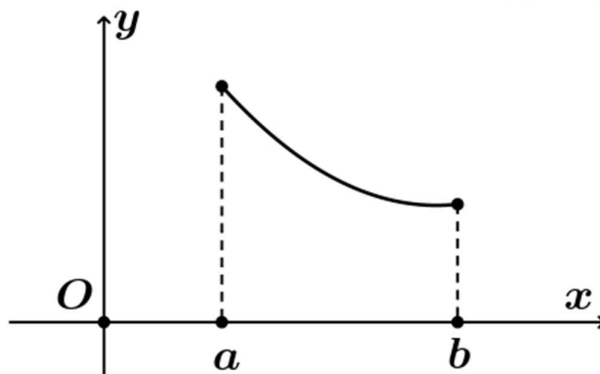
1 Tính đơn điệu của hàm số

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K với K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng



Hình 1. Hàm số đồng biến trên $(a; b)$

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị của hàm số đi lên từ trái sang phải (Hình 1)



Hình 2. Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

- Nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải (**Hình 2**)
- Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là đơn điệu trên K .
- Khi xét tính đơn điệu mà không chỉ rõ tập K thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

Liên hệ giữa đạo hàm và tính đơn điệu:

Định lí 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên K thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên K thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

Chú ý: Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên tập K hoặc nghịch biến trên tập K thì hàm số $y = f(x)$ còn được gọi là đơn điệu trên tập $K \subset \mathbb{R}$.

Định lí 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $K \subset \mathbb{R}$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Nếu $f'(x) \geq 0$ (hoặc $f'(x) \leq 0$) với mọi x thuộc K và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K .

2 Cực trị của hàm số

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và điểm $x_0 \in (a; b)$.

- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \subset (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \subset (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 .

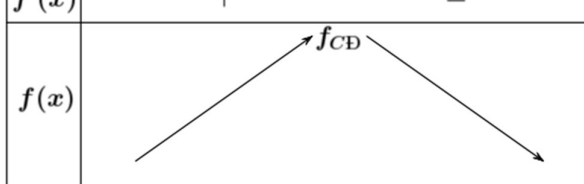
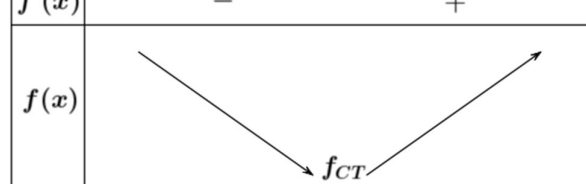
Ghi chú:

- Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số, kí hiệu f_{CD} hay y_{CD} , còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực tiểu của hàm số, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số, kí hiệu f_{CT} hay y_{CT} , còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị cực đại (còn gọi là cực đại) và giá trị cực tiểu (còn gọi là cực tiểu) được gọi chung là giá trị cực trị (hay cực trị) của hàm số.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và có điểm cực trị là $x_0 \in (a; b)$ thì $f'(x_0) = 0$

Định lí: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

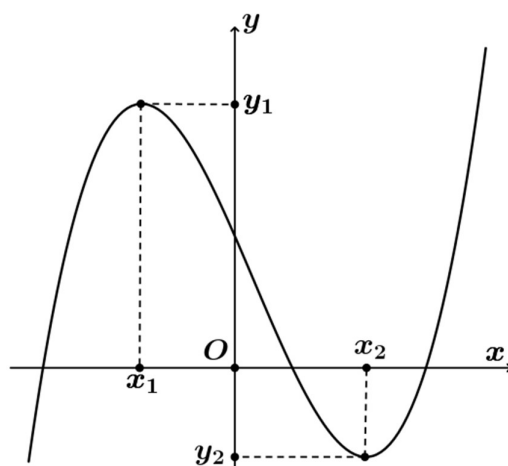
- Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Nhận xét: Định lí trên có thể hiểu một cách đơn giản như sau: Điều kiện đủ để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại một điểm x_0 là đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi x qua x_0 với $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$.

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$	x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-	$f'(x)$	-		+
$f(x)$				$f(x)$			

Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không tồn tại.

Các tên gọi từ đồ thị hàm số:



- $(x_1; y_1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số trong đó: x_1 là điểm cực đại của hàm số; y_1 là giá trị cực đại của hàm số.
- $(x_2; y_2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số trong đó: x_2 là điểm cực tiểu của hàm số; y_2 là giá trị cực tiểu của hàm số.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Tìm khoảng đơn điệu, cực trị của hàm số cho trước

Để xét tính đồng biến, nghịch biến, cực trị của hàm số $y = f(x)$, ta có thể thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x)$.
- **Bước 2:** Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- **Bước 3:** Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4:** Căn cứ vào bảng biến thiên, nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến, cực trị của hàm số.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

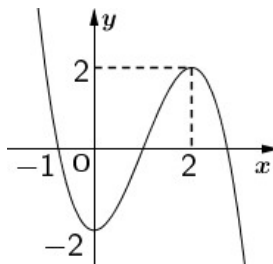
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$

- a) Tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- c) Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
- b) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$
- c) Với mọi $x \in (0; 2)$ thì hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương
- d) Hàm số $y = f(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
- b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên
- c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$
- d) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- c) Đạo hàm của hàm số luôn nhỏ hơn 0 với mọi $x \neq 1$.
- d) Hàm số đã cho không có cực trị.

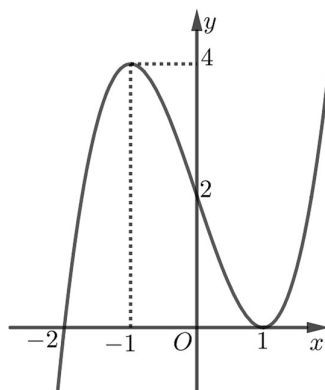
Câu 6: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- b) Hàm số không có cực trị.
- c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- d) Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{1}{2}$.

- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0) = 0$.
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(\pm 1) = 1$.
- c) Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực đại của hàm số là $y(\pm 1) = \frac{1}{2}$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0) = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và giá trị cực đại là $y_{CD} = 4$
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và giá trị cực tiểu là $y_{CT} = 0$
- c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	2	$-\infty$	$-\infty$

- a) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- c) Giá trị cực đại của hàm số bằng 2 .
- d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 10: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

- Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 6t + 9$.
- Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.
- Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.
- Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1; 3)$.

Dạng 2: Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên một khoảng cho trước

- Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Trong trường hợp hệ số a có chứa tham số thì ta kiểm tra thêm trường hợp $a = 0$

- Xét hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đạo hàm $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$, với $ad-bc \neq 0, c \neq 0$.

Hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' > 0, \forall x \neq -\frac{d}{c} \Leftrightarrow ad-bc > 0$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' < 0, \forall x \neq -\frac{d}{c} \Leftrightarrow ad-bc < 0$$

- Xét hàm phân thức $y = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ có đạo hàm $y' = \frac{adx^2+2aex+be-dc}{(dx+e)^2}$, với $ad \neq 0$

Hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' \geq 0, \forall x \neq -\frac{e}{d} \Leftrightarrow adx^2+2aex+be-dc \geq 0, \forall x \neq -\frac{e}{d}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' \leq 0, \forall x \neq -\frac{e}{d} \Leftrightarrow adx^2+2aex+be-dc \leq 0, \forall x \neq -\frac{e}{d}$$

Câu 1: Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 - (m+1)x + 1$, với m là tham số

- Hàm số là hàm số bậc ba khi $m \neq 0$
- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
- Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m < -\frac{3}{4}$ hoặc $m \geq 0$.
- Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $-\frac{3}{4} \leq m < 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$, với m là tham số

- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
- Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = -m$ và $x_2 = -m - 2$
- Không tồn tại giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$ khi và chỉ khi $m \geq -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x+5}{x+m}$, với m là tham số.

- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
- Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $m \geq 5$.
- Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $m < 5$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -8)$ khi và chỉ khi $(5; 8)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x+2}$

- Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm và hai nghiệm này là nguyên dương
- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-5; -2)$ và $(-2; +\infty)$
- Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{\cot^2 x - 2m \cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m}$, với m là tham số

- Nếu đặt $t = \cot x$ thì bài toán trở thành tìm tham số m nguyên để hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $(0; 1)$.
- Tập xác định của hàm số $y = f(t)$ là $\mathbb{R}$
- Hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $f'(t) > 0, \forall t \in (0; 1)$
- Có 2026 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2024]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Dạng 3: Tìm tham số m để hàm số có cực trị hoặc đạt cực trị tại điểm cho trước

- Tìm m để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 cho trước ($f(x)$ có đạo hàm tạo điểm x_0)

Giải điều kiện $y'(x_0) = 0$ để tìm m

Lập bảng biến thiên với m vừa tìm được và chọn giá trị m nào thỏa mãn yêu cầu.

- Biện luận cực trị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$

Tính đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ với $\Delta_{y'} = b^2 - 3ac$

Nếu $\begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$ thì hàm số có hai điểm cực trị

Nếu $\Delta_{y'} \leq 0$ hoặc suy biến $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$ thì hàm số không có cực trị

Chú ý:

- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y' = 0$ thì $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a}$

Hệ thức 1: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$

Hệ thức 2: $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2$

Hệ thức 3: $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2)$

- Các công thức tính toán thường gặp

Độ dài $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$

Khoảng cách từ M đến Δ : $d(M, \Delta) = \frac{|Ax_M + By_M + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, với $\Delta: Ax + By + C = 0$

Tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} |a_1 b_2 - a_2 b_1|$, với $\overrightarrow{AB} = (a_1; b_1)$, $\overrightarrow{AC} = (a_2; b_2)$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$, với m là tham số

- Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $-2 < m < 2$
- Hàm số có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $m = 0$ hoặc $m = 2$
- Hàm số không có cực trị khi và chỉ khi $m \leq -2$ hoặc $m \geq 2$
- Hàm số có hai điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$ và chỉ khi $0 < m < 2$

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$, với m là tham số

- Hàm số luôn có hai điểm cực trị với mọi m
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ khi $m = 2$
- Khi đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng $2\sqrt{5}$
- Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số luôn thuộc đường thẳng cố định với hệ số góc $k = -3$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$

- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$
- Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên dương phân biệt
- Hàm số đã cho có hai điểm cực trị và hai điểm cực trị này nằm về hai phía của trục tung
- Khi đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = x + 1$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2mx + m + 2}{x - m}$, với m là tham số

- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{m\}$
- Có hai giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ khi $m = \frac{1}{2}$
- Khi đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = 2x - 2m$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan