



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

Bài toán 01: Vecto trong không gian (Chuẩn cấu trúc SGK mới 2025)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

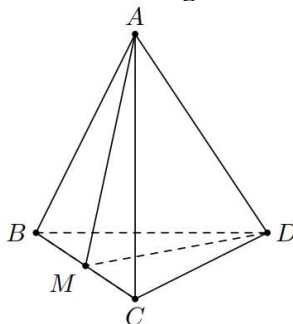
A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

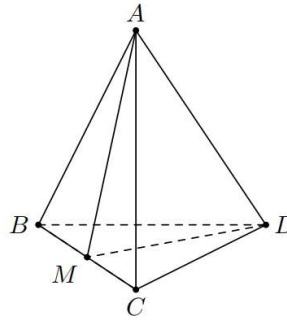
A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$.

Lời giải



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned}\text{Mặt khác } \overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})\end{aligned}$$

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

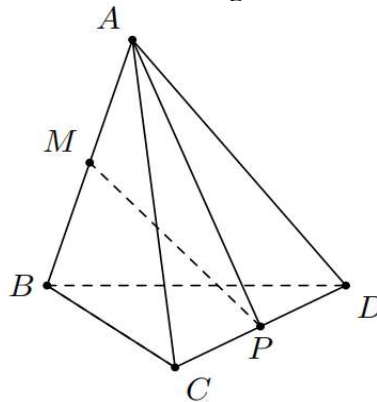
A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Lời giải



$$\text{Vì } M, P \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) \\ &= -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})\end{aligned}$$

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

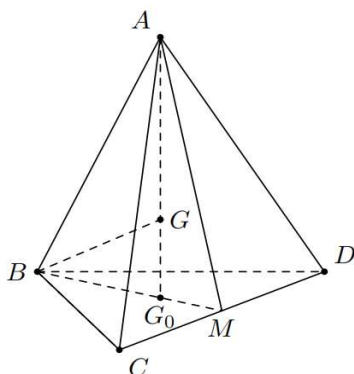
A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$.

B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$.

C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$.

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$.

Lời giải

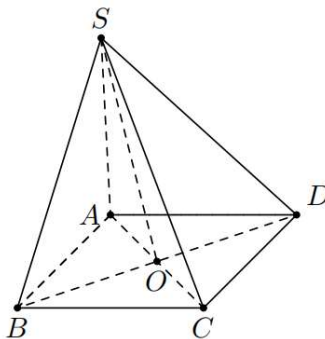


Vì G_0 là giao điểm của AG và mặt phẳng $(BCD) \Rightarrow G_0$ là trọng tâm tam giác BCD .
 $\Rightarrow \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} + \overrightarrow{G_0D} = \vec{0}$ mà $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_0} + \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} + \overrightarrow{G_0D} = \vec{0}$
 Suy ra $\Rightarrow \overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG_0} = \vec{0} \rightarrow \overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{GG_0}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải

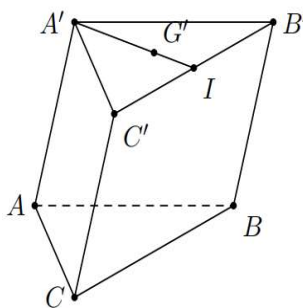


Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{b} + \vec{d} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng?

- A. $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. B. $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. C. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$. D. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'G'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'})$

$$= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}).$$

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

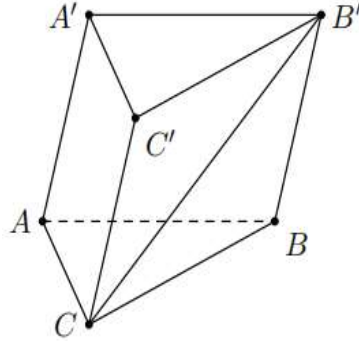
A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



Vì $BB'C'C$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'}$
 $= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Lời giải

Vì M là trung điểm $BB' \rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khi đó:

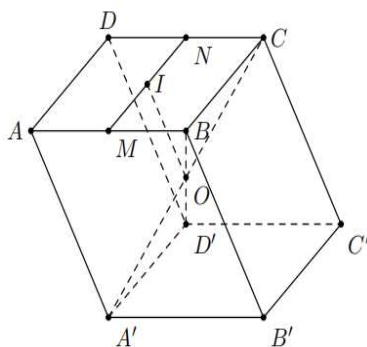
A. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

B. $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

D. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{ON} \end{cases}$.

Vì I là trung điểm $MN \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow 2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$
 $= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DB'} \right) = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

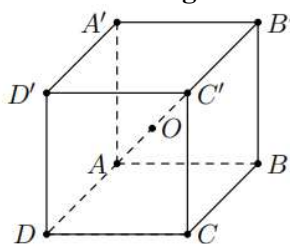
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \vec{d} = \vec{c} - \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Lời giải



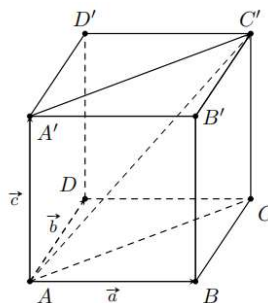
Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

Mặt khác O là trung điểm $AC' \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

- Câu 13:** Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?
A. N là trung điểm BD . **B.** N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.
C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. **D.** $N \equiv A$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DC}$.

Suy ra N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CDBN$.

- Câu 14:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm được xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào đúng?
A. M là tâm mặt đáy $ABCD$.
B. M là tâm mặt đáy $A'B'C'D'$.
C. M là trung điểm đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.
D. tập hợp điểm M là đoạn thẳng nối hai tâm của hai mặt đáy.

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D' \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \\ \overrightarrow{O'A'} + \overrightarrow{O'B'} + \overrightarrow{O'C'} + \overrightarrow{O'D'} = \vec{0} \end{cases}$

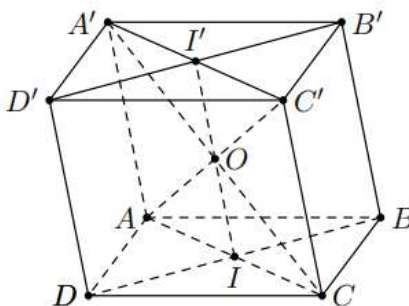
$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{MO} \\ \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'} = 4\overrightarrow{MO'} + \overrightarrow{O'A'} + \overrightarrow{O'B'} + \overrightarrow{O'C'} + \overrightarrow{O'D'} = 4\overrightarrow{MO'} \end{cases}$

$\Rightarrow 4\overrightarrow{MO} + 4\overrightarrow{MO'} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MO'} = \vec{0} \Rightarrow M$ là trung điểm của OO' .

- Câu 15:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** M là trung điểm BB' . **B.** M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
C. M là trung điểm CC' . **D.** M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Lời giải



Gọi I, I' lần lượt là tâm các mặt đáy $ABCD, A'B'C'D' \Rightarrow O$ là trung điểm II' .

Mặt khác $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{IB}$.

Suy ra M là trung điểm BB' .

Câu 16: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng?

- A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$.
D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui.

Lời giải

Xét $m = n = p = 0$ ta luôn có $m + n + p = 0$ và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ nhưng không thể suy ra được $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Xét $m + n + p \neq 0$ thì chắc chắn có một trong ba số m, n, p khác 0.

Giả sử $m \neq 0 \rightarrow m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a} = -\frac{n}{m}\vec{b} - \frac{p}{m}\vec{c} \rightarrow \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 17: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vector $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.
B. $\vec{x}, \vec{a}$ cùng phương.
C. $\vec{x}, \vec{b}$ cùng phương.
D. $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đôi một cùng phương.

Lời giải

Giả sử ba vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng khi đó $\rightarrow x = m\vec{y} + n\vec{z}$.

$$\Leftrightarrow 2\vec{a} + \vec{b} = m\vec{a} - (m + 3n)\vec{b} - (m + 2n)\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m + 3n = -1 \\ m + 2n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -1 \end{cases}$$

Vậy $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng.

Câu 18: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng.
B. $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$ và $\vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}$ đồng phẳng.
C. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng.
D. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

Ta có $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $\exists m, n : \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

$$\text{Với } \begin{cases} \vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} \\ \vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c} \\ \vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c} \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = \frac{4}{3}\vec{y} + \frac{5}{3}\vec{z} \rightarrow \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \text{ đồng phẳng.}$$

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây là sai?

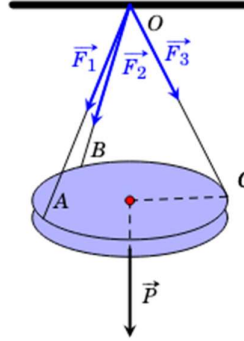
- A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vector đó bằng $\vec{0}$.
B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vector đó cùng phương.
C. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vector $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.
D. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Lời giải

Giả sử cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và gọi M là trung điểm $C'D'$ khi đó:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AM}$ không đồng phẳng với $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$.

Câu 20: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 15 \text{ (N)}$. Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



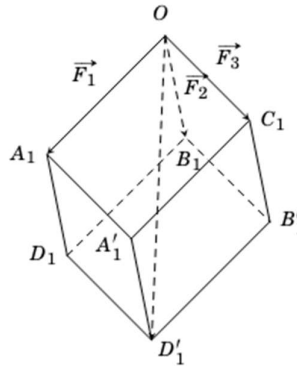
A. $14\sqrt{3} \text{ N}$.

B. $15\sqrt{3} \text{ N}$.

C. $17\sqrt{3} \text{ N}$.

D. $16\sqrt{3} \text{ N}$.

Lời giải

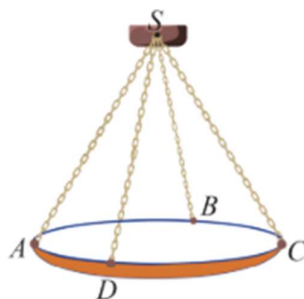


Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, D'_1 sao cho $OA_1 D_1 B_1 \cdot C_1 A'_1 D'_1 B'_1$ là hình hộp (như hình bên). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}$.

Mặt khác, do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 15 \text{ (N)}$ nên hình hộp $OA_1 D_1 B_1 \cdot C_1 A'_1 D'_1 B'_1$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thể hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo OD_1 của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD_1}| = 15\sqrt{3} \text{ N}$

Câu 21: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



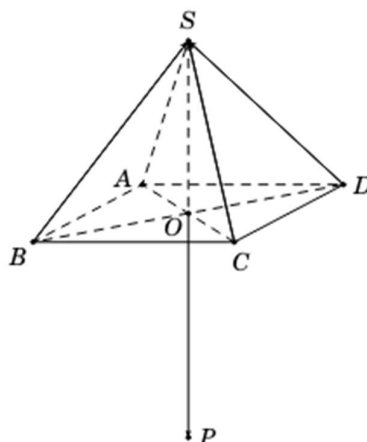
A. $\frac{15\sqrt{3}}{3}$ N.

B. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ N.

C. $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

D. $\frac{30\sqrt{3}}{3}$ N.

Lời giải



Ta có $\vec{P} = m\vec{g}$ nên $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50$ N.

Vậy độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm là 50 N.

Gọi O là trọng tâm của chiếc đèn chùm cũng là chân đường cao hình chóp đều S.ABCD.

Vẽ $\vec{OP}$ biểu diễn trọng lực tác động lên đèn chùm với $OP \perp (ABCD)$.

Khi đó lực căng mỗi sợi xích sẽ là $\vec{AS}, \vec{BS}, \vec{CS}, \vec{DS}$.

Chiếc đèn chùm đứng yên nên $\vec{AS} + \vec{BS} + \vec{CS} + \vec{DS} + \vec{OP} = \vec{0}$.

$$\text{Suy ra } \vec{OP} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 4\vec{SO} \Rightarrow SO = \frac{1}{4}OP = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

Tam giác SAC cân tại S có $\cos \widehat{OSA} = \frac{SO}{SA}$

$$\text{Suy ra lực căng của mỗi sợi dây xích là: } SA = \frac{SO}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{25}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

Câu 22: Theo định luật II Newton (*Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60*) thì gia tốc của một vật cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực



xuất
có

(N).

Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

A. 10 N.

B. 15 N.

C. 20 N.

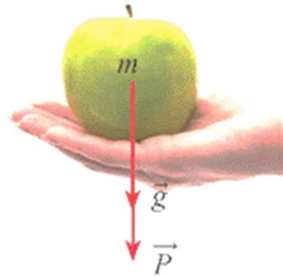
D. 25 N.

Lời giải

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$ suy ra $|\vec{F}| = m|\vec{a}| = 0,5 \cdot 50 = 25(\text{N})$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng 0,5 kg một gia tốc 50 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là 25 N.

Câu 23: Nếu một vật có khối lượng $m(\text{kg})$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



A. 1,029 N.

B. 1,433 N.

C. 2,096 N.

D. 1,477 N.

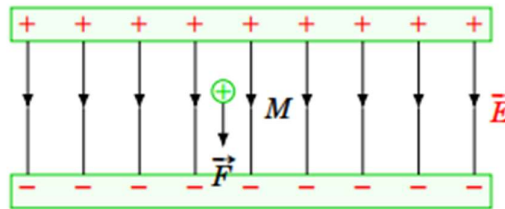
Lời giải

Đổi $105 \text{ g} = 0,105 \text{ kg}$.

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo là:

$$|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 0,105 \cdot 9,8 = 1,029 \text{ N}$$

Câu 24: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9} \text{ C}$ và độ lớn điện trường $E = 10^5 \text{ (N/C)}$



A. 10^{-4} N .

B. $2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

C. 10^{-2} N .

D. $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$.

Lời giải

Độ lớn của lực tĩnh điện là $|\vec{F}| = q|\vec{E}| = 10^{-9} \cdot 10^5 = 10^{-4} \text{ N}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian, cho tứ diện ABCD có trọng tâm G.

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
 b) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$
 c) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$
 d) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Lời giải

a) Đúng: Theo công thức vì G là trọng tâm tứ diện $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) Đúng: Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OG} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DG}) \\ &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \end{aligned}$$

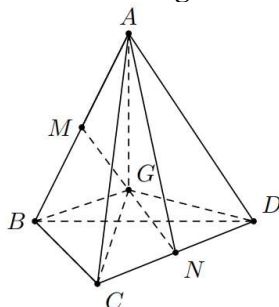
c) Đúng: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BG}$

d) Sai: $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}(4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$
 $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN

- a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$
 b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$
 c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$
 d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Lời giải



a) Đúng: Vì M, N lần lượt là trung điểm $AB, CD \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} \end{cases}$

Mặt khác G là trung điểm $MN \rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

b) Đúng: Khi đó $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{MG}$

c) Sai: Để chứng minh được $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$. Do đó: $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

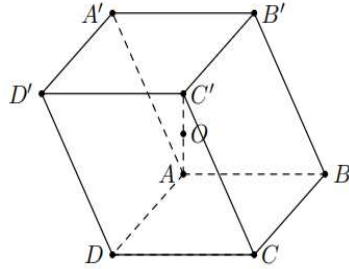
Câu 3: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O .

- a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.

- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.
d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.

Lời giải

- a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$
b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$. Do đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$.



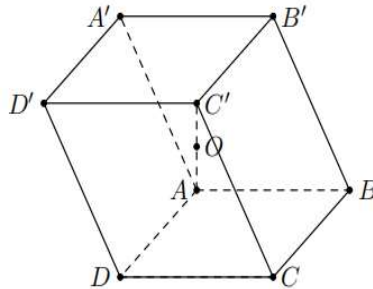
- c) Sai: Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'} \end{cases}$ mà $\overrightarrow{AB'} \neq \overrightarrow{AD'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} \neq \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

- d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{AC'}$
Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

Câu 4: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'A'}$.
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{DC}$.
c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.
d) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

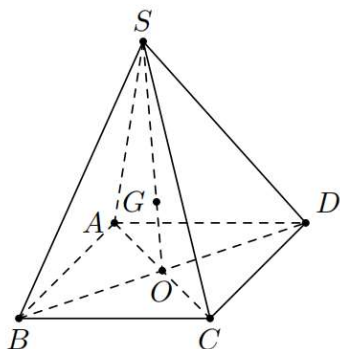


- a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{B'D'}$ mà $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$
b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{DC}$
c) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
d) Sai: Vì $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{BD'} \neq \overrightarrow{BC}$

Câu 5: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

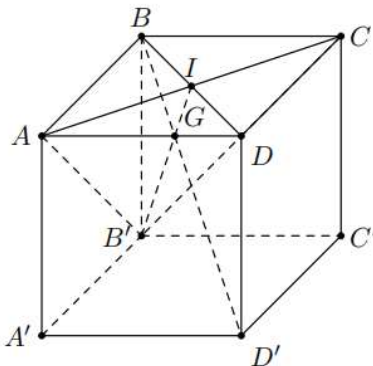
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{SO}$
b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
c) $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$.
d) $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.

Lời giải



- a) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$
 b) Đúng: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
 c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$; $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ nên $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$
 d) Sai: Ta có $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$

Câu 6: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ (tham khảo hình vẽ).



- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
 b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
 c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'}$.
 d) $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$.

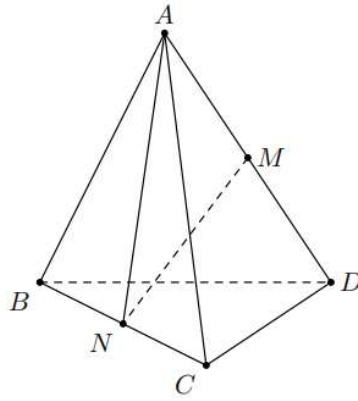
Lời giải

- a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$
 b) Sai: G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$
 d) Sai: Ta có $\triangle BIG \sim \triangle D'B'G \Rightarrow \frac{BG}{D'G} = \frac{BI}{D'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BG}{BD'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$

Câu 7: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, BC

- a) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
 b) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
 c) $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
 d) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

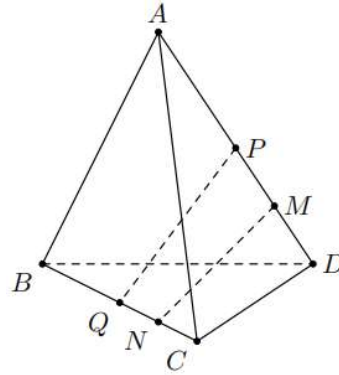
Lời giải



- a) Đúng: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng
- b) Đúng: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng vì MN không nằm trong (ABC)
- c) Sai: $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng sai vì AN không nằm trong (MNC)
- d) Đúng: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}) \Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Câu 8: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = 3MD$ và $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm AD và BC .

- a) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$
- b) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$
- c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BN}$
- d) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.



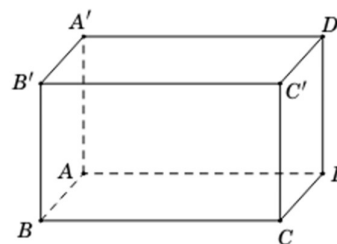
Lời giải

- a) Sai: Để chứng minh được $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ nên A sai
- b) Đúng: Theo giả thuyết ta có M, N là trung điểm của PD, QC
- c) Đúng:
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BN} \end{cases}$$
- d) Đúng: Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MD} + 3\overrightarrow{DB} + 3\overrightarrow{BN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$$
 không đồng phẳng.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $AA' = 2a$. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$
- b) $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$
- c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{5}$
- d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = 2\sqrt{2}a$

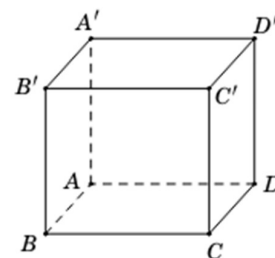


Lời giải

- a) Sai: $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{CD'}$ không đối nhau nên $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} \neq \vec{0}$
- b) Đúng: $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau nên $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$
- c) Sai: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$
- d) Đúng: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = 2\sqrt{2}a$

Câu 10: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a

- a) $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'D}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD}$
- c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = a\sqrt{2}$
- d) $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = a$

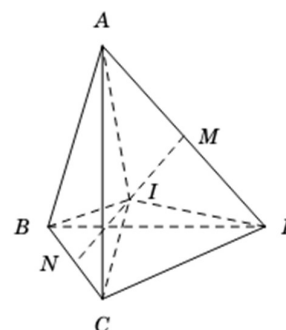


Lời giải

- a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{B'B} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{B'B} + (-\overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D}$.
- b) Sai: Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$
- c) Sai: $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}| = |\overrightarrow{BD'}| = BD' = a\sqrt{3}$
- d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'C}$. Do đó $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{C'A}| = C'C = a$

Câu 11: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN .

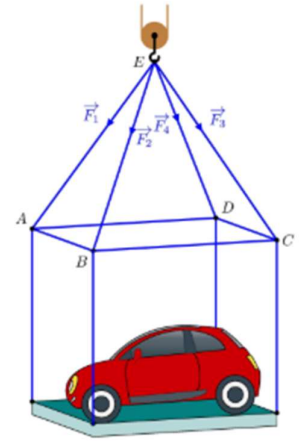
- a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$
- d) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$



Lời giải

- a) Sai: Sử dụng quy tắc ba điểm và quy tắc hiệu, ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
- b) Đúng: Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$.
Do đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
- c) Đúng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MN}$
- d) Đúng: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$

Câu 12: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N



a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8141 \text{ N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị)

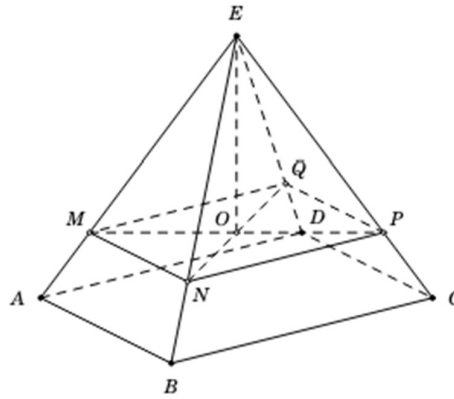
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 16282 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho

$$\vec{EM} = \vec{F}_1, \vec{EN} = \vec{F}_2, \vec{EP} = \vec{F}_3, \vec{EQ} = \vec{F}_4.$$

Do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N nên $EM = EN = EP = EQ = 4700$.



a) Sai: Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{EM} + \vec{EN} = 2\vec{EH}$, với H là trung điểm của MN

$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{EP} + \vec{EQ} = 2\vec{EK}$, với K là trung điểm của PQ suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

b) Đúng: Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{EM} + \vec{EP} = 2\vec{EO}$, với O là trung điểm của MP

$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{EN} + \vec{EQ} = 2\vec{EO}$, với O là trung điểm của MP suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) Đúng: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |2\vec{EO}| = 2EO$. Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng 60° nên góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng 60° hay $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

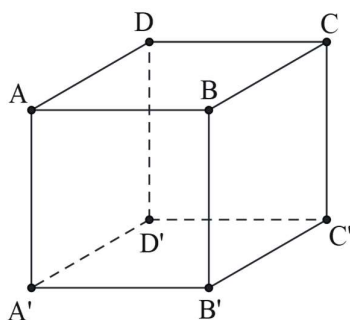
Xét $\triangle EMO$ có $EM = 4700$, $\widehat{SMO} = 60^\circ$ suy ra $EO = EM \sin 60^\circ = 2350\sqrt{3}$.

d) Đúng: Từ đây ta tính được $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2EO = 8141 \text{ N}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $\vec{AN} = -4\vec{AB} + k\vec{AA'} - 2\vec{AD}$ ($k \in \mathbb{R}$) và $\vec{AM} = 2\vec{AB} + \vec{AA'} - 3\vec{AD}$. Tìm giá trị k thích hợp để $\vec{AN} \perp \vec{AM}$

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AB = AA' = AD$

Các vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{AD}$ đôi một vuông góc với nhau.

Do đó: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = 0$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$; $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

Để $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ thì $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow (-4\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'} - 2\overrightarrow{AD}) \cdot (2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}) = 0$

$$\Leftrightarrow -8\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + 12\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{AA'} \cdot (2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}) - 2\overrightarrow{AD} \cdot (2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -8(\overrightarrow{AB})^2 - 0 + 0 + 2k\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AA'} - 3k\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} + 6\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$$

$$\Leftrightarrow -8(\overrightarrow{AB})^2 - 0 + 0 + 0 + k(\overrightarrow{AA'})^2 - 0 - 0 - 0 + 6(\overrightarrow{AD})^2 = 0$$

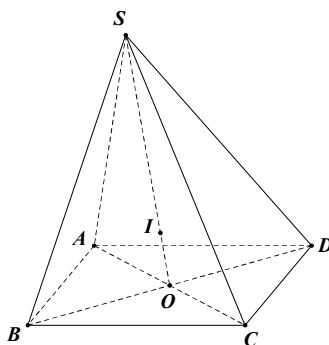
$$\Leftrightarrow -8AB^2 + kAA'^2 + 6AD^2 = 0 \text{ (mà } AB = AA' = AD)$$

$$\Leftrightarrow -8AB^2 + kAB^2 + 6AB^2 = 0 \Leftrightarrow (-8 + k + 6)AB^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + k + 6 = 0 \Leftrightarrow k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2.$$

Vậy giá trị k thích hợp để $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ là $k = 2$.

Câu 2: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SI} = 4\overrightarrow{IO}$.

$$\text{Suy ra: } P = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IS})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID})^2$$

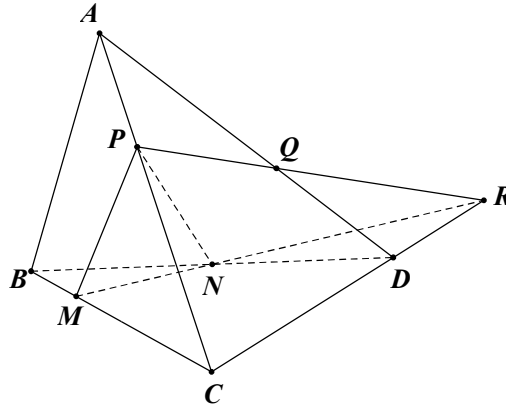
$$= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IS} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID})$$

$$= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IS} + 4\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

$$= 5MI^2 + IS^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2. \text{ Vậy } P_{\min} \text{ khi } M \equiv I \Rightarrow \frac{SM}{SO} = \frac{4}{5}.$$

Câu 3: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$ có các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD và AC sao cho $BC = 4BM, AC = 3AP, BD = 2BN$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng AD tại điểm Q .
Tính tỉ số $\frac{AQ}{AD}$.

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}, \overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{AD} = k\vec{c}$

Theo đề bài, ta có: $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}; \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}); \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\vec{b}$.

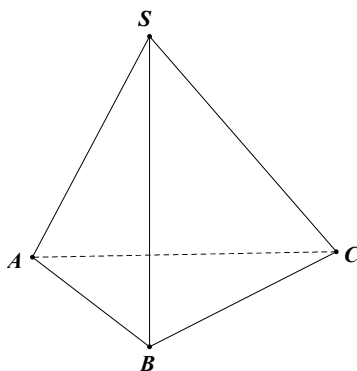
$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \\ \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{12}\vec{b} \\ \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b} + k\vec{c} \end{cases}$$

$$\text{Vì } M, N, P, Q \text{ đồng phẳng nên } x\overrightarrow{MN} + y\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,25x + 0,75y = 0,75 \\ 0,25x - \frac{1}{12}y = 0,25 \\ 0,5x = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{3}{5} \\ k = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{AQ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AD} \Rightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{3}{5}.$$

Câu 4: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Hãy tính $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Lời giải



Ta có: $BC^2 = SB^2 + SC^2 (2.2^2 = 2^2 + 2^2) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S .

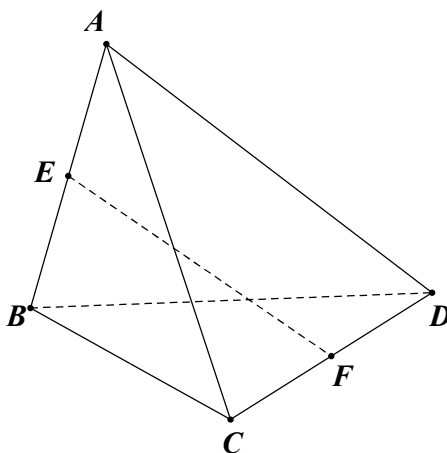
Mặt khác: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC} = -2.2 \cdot \cos 60^\circ = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 5: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD . Cho $AB = 2a, CD = 2b, EF = 2c$. Với M là một điểm tùy ý, biết tổng $MA^2 + MB^2 = k \cdot ME^2 + l \cdot a^2$. Tính $k + l$.

Lời giải

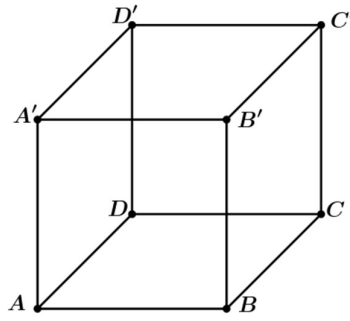


Áp dụng công thức độ dài đường trung tuyến, ta có:

$$ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2} = 2ME^2 + 2a^2. \text{ Vậy } k + l = 2 + 2 = 4.$$

Câu 6: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l \cdot \overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k + l$ có giá trị là bao nhiêu?

Lời giải



Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{MA'} = k \cdot \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AM} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{-k(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}}{1 - k}$.

Mặt khác: $\overrightarrow{NC} = l \cdot \overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} - l\vec{b}}{1 - l}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \left(-\frac{k}{1 - k} - \frac{1}{1 - l}\right)\vec{a} + \left(-\frac{k}{1 - k} - 1\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{1 - k} - \frac{1}{1 - l}\right)\vec{c}$.

Hơn nữa: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Vì $MN \parallel BD'$ nên $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{BD'} \Leftrightarrow \frac{3k + 1}{1 - k} = -2 \Leftrightarrow k = -3 \Rightarrow l = -1$. Vậy $k + l = -4$.

Câu 7: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm tam giác BDA_1 và CB_1D_1 . Biết $\overrightarrow{AC_1} = a\overrightarrow{AG_1} + b\overrightarrow{AG_2}$. Tính $a + b$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1B}$; $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1D}$; $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AG_1} + \overrightarrow{G_1A_1}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_1}$ mà $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$ suy ra $\overrightarrow{AC_1} = 3\overrightarrow{AG_1}$ (1)

Ta lại có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2C}$; $\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2B_1}$; $\overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{G_2D_1}$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB_1} + \overrightarrow{AD_1} = 3\overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = 3\overrightarrow{AG_2}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AC_1} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG_1} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AG_2}$. Suy ra $a + b = \frac{9}{4}$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{SA_1^2} + \frac{1}{SB_1^2} + \frac{1}{SC_1^2}.$$

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của $S.ABC$ khi đó $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GS} = \vec{0}$.

Từ đó $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$ (1).

Do A_1, B_1, C_1 thuộc các tia SA, SB, SC nên $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SA_1}$ cùng hướng, $\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SB_1}$ cùng hướng, $\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SC_1}$ cùng

hướng, từ đó $\frac{\overrightarrow{SA}}{SA} = \frac{\overrightarrow{SA_1}}{SA_1}, \frac{\overrightarrow{SB}}{SB} = \frac{\overrightarrow{SB_1}}{SB_1}, \frac{\overrightarrow{SC}}{SC} = \frac{\overrightarrow{SC_1}}{SC_1}$.

Vậy (1) tương đương với $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4} \left(\frac{SA}{SA_1} \overrightarrow{SA_1} + \frac{SB}{SB_1} \overrightarrow{SB_1} + \frac{SC}{SC_1} \overrightarrow{SC_1} \right)$ (2)

Do G, A_1, B_1, C_1 thuộc một mặt phẳng nên từ (2) ta có $\frac{1}{4} \left(\frac{SA}{SA_1} + \frac{SB}{SB_1} + \frac{SC}{SC_1} \right) = 1$

Hay $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$ trong đó $x = SA_1, y = SB_1, z = SC_1$.

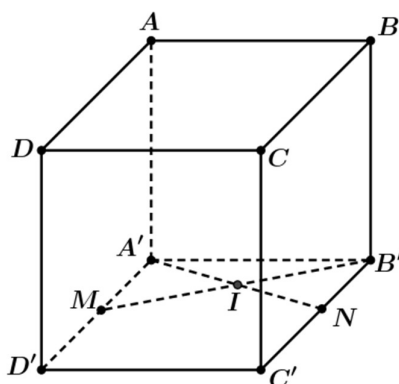
Vậy bài toán quy về tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ trong điều kiện $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$ và

$0 < x < 3; 0 < y < 4; 0 < z < 5$. Ta có $16 = \left(\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} \right)^2 \leq (3^2 + 4^2 + 5^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right)$.

Suy ra $P = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq \frac{8}{25}$

Câu 9: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi N là điểm thỏa $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NB'}$, M là trung điểm của $A'D'$, I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Biết $\overrightarrow{AI} = a\overrightarrow{AA'} + b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AD}$. Tính $a + b + c$.

Lời giải



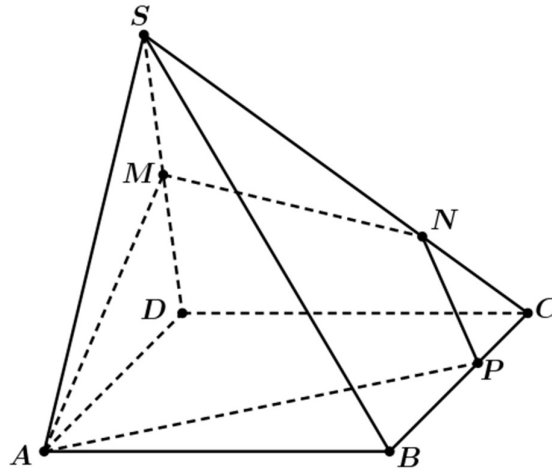
Ta có tam giác $IA'M$ đồng dạng với tam giác INB' nên suy ra:

$$\frac{IA'}{IN} = \frac{A'M}{B'N} = \frac{\frac{1}{2}A'D'}{\frac{1}{3}A'D'} = \frac{3}{2} \Rightarrow A'I = \frac{3}{5}A'N$$

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{A'N} = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'N}) = \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$$

$$= \overrightarrow{AA'} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}. \text{ Suy ra } a + b + c = \frac{9}{5}$$

Câu 10: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M và N là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MS} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P . Tính tỉ số $\frac{SP}{SC}$.



Lời giải

Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{y}$, $\overrightarrow{AS} = \vec{z}$ và $\overrightarrow{SP} = k\overrightarrow{SC}$.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AS}) = \frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{z}$; $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \vec{x} + \frac{2}{3}\vec{y}$.

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SP} = \overrightarrow{AS} + k\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AS} + k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS}) = \overrightarrow{AS} + k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS}) = k\vec{x} + k\vec{y} + (1-k)\vec{z}$

Vì 3 véc tơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AP}$ đồng phẳng nên $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AM} + n\overrightarrow{AN}$.

Khi đó: $k\vec{x} + k\vec{y} + (1-k)\vec{z} = m\left(\frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{z}\right) + n\left(\vec{x} + \frac{2}{3}\vec{y}\right) = n\vec{x} + \left(\frac{m}{2} + \frac{2n}{3}\right)\vec{y} + \frac{m}{2}\vec{z}$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} n = k \\ \frac{m}{2} + \frac{2n}{3} = k \\ \frac{m}{2} = 1 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = k \\ 1 - k + \frac{2k}{3} = k \\ \frac{m}{2} = 1 - k \end{cases}, \text{ từ phương trình } 1 - k + \frac{2k}{3} = k \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy } \frac{SP}{SC} = \frac{3}{4}.$$

-----HẾT-----

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan