



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HK1 TOÁN 12 (Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 9)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

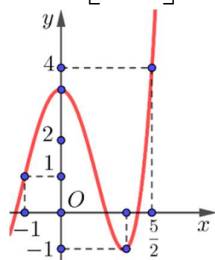
- A. 0 B. 2 C. -4 D. 3

Lời giải

Chọn C

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 3; y_{CT} = -4$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A. $M = 4, m = 1$. B. $M = 4, m = -1$. C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$. D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, $\max_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = 4; \min_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

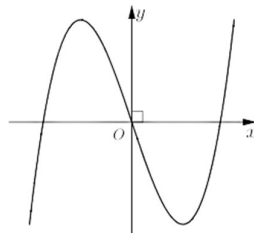
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



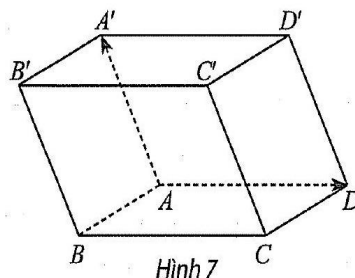
- A. $y = x^3 - 3x$.
- B. $y = -x^3 + 3x$.
- C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy, đồ thị này là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O , do đó $y = x^3 - 3x$ thỏa mãn.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.



Hình 7

Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AD'}$.
- B. $\overrightarrow{AB'}$.
- C. $\overrightarrow{AC'}$.
- D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc cộng vector, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vector $\vec{a}$ bằng

- A. $\sqrt{6}$.
- B. $\sqrt{14}$.
- C. 2.
- D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

Câu 7: Bảng dưới thống kê khối lượng một số quả táo được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng.

Khối lượng	$[80;82)$	$[82;84)$	$[84;86)$	$[86;88)$	$[88;90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** 10 gam. **B.** 12 gam. **C.** 2 gam. **D.** 20 gam.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$ gam.

Câu 8: Một mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Tần số	4	8	13	6	4

Phương sai của mẫu số liệu là

- A.** 21,01. **B.** 20,01. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn A

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	$[1;5)$	$[5;9)$	$[9;13)$	$[13;17)$	$[17;21)$
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19
Tần số	4	8	13	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu là: $\bar{x} = \frac{1}{35} \cdot (3 \cdot 4 + 7 \cdot 8 + 11 \cdot 13 + 15 \cdot 6 + 19 \cdot 4) \approx 10,77$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{35} (4 \cdot 3^2 + 8 \cdot 7^2 + 13 \cdot 11^2 + 6 \cdot 15^2 + 4 \cdot 19^2) - 10,77^2 \approx 21,01.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 3)$.

Câu 10: Công suất P của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

- A. 72. B. 12. C. $-\frac{1}{192}$. D. $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $P = 12I - 0,5I^2$ với $I \geq 0$ có đạo hàm $P' = 12 - I$; $P' = 0 \Leftrightarrow I = 12$.

Bảng biến thiên:

I	0	12	$+\infty$
$P'(I)$		0	
		+	-
$P(I)$		72	

Công suất tối đa của mạch điện là 72(W) đạt được khi cường độ dòng điện là 12(A).

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $S = M + m$.

- A. $\frac{7}{3}$. B. 1. C. $\frac{10}{3}$. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Để thấy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Ta có: $y(0) = 1$; $y(1) = \frac{7}{3}$; $y(3) = 1$; $y(4) = \frac{7}{3}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} M = \max_{[0;4]} y = y(1) = y(4) = \frac{7}{3} \\ m = \min_{[0;4]} y = y(0) = y(3) = 1 \end{cases} \Rightarrow S = M + m = \frac{7}{3} + 1 = \frac{10}{3}.$$

Câu 12: Cho ba điểm $A(3; 1; 0)$; $B(2; 1; -1)$; $C(x; y; -1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

- A. $(4; 1 + \sqrt{2}; -1)$; $(4; 1 - \sqrt{2}; -1)$. B. $(4; 1; -1)$.
C. $(2; 1; -1)$. D. $(2; -1; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; -1) \Rightarrow AB^2 = 2; \overrightarrow{AC} = (x-3; y-1; -1) \Rightarrow AC^2 = (x-3)^2 + (y-1)^2 + 1$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông cân tại } A \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AC^2 = AB^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1(x-3) + 0(y-1) + 1 = 0 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $C(4;1;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;7)$.
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;3]$ bằng -1 .
- d) Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là 5.

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có: $f(0) = 1$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là đúng.

b) **Sai.** Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -26 \\ x = -1 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$			6		-26	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$ là sai.

c) **Sai.** Ta có $f(-2) = -1$; $f(-1) = 6$; $f(3) = -26$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng 6, tại $x = -1$ nên câu này sai.

d) **Đúng.** Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là bằng tổng số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành và số cực trị của hàm số.

Từ bbt ta thấy đồ thị hàm số có 2 cực trị và cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khác 2 cực trị đó. Vậy số cực trị cần tìm là 5. Do đó câu này đúng.

Câu 2: Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C).

- b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x = -1$.
- b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.
- d) Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

Lời giải

a) **Sai.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = +\infty$$

Và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = -\infty$

Nên đồ thị hàm số trên không có tiệm cận ngang.

b) Sai.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 4)) = 0$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x - 4$.

c) Đúng.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$. Giải $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+
y			-11		$+\infty$		1	$+\infty$

Diagram showing the behavior of the function: Arrows indicate the function increases from $-\infty$ to -11 at $x = -4$, decreases from -11 to $-\infty$ as $x \rightarrow -1^-$, increases from $+\infty$ to 1 at $x = 2$, and increases from 1 to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$

d) Sai.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$. Giải $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

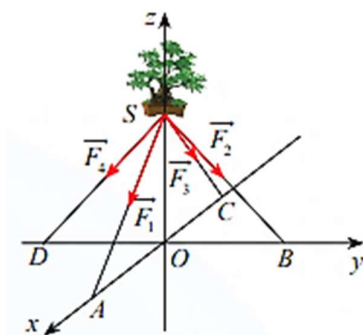
x	$-\infty$	-4		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+
y			-11		$+\infty$		1	$+\infty$

Diagram showing the behavior of the function: Arrows indicate the function increases from $-\infty$ to -11 at $x = -4$, decreases from -11 to $-\infty$ as $x \rightarrow -1^-$, increases from $+\infty$ to 1 at $x = 2$, and increases from 1 to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Từ BBT suy ra đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-4; -11), B(2; 1)$

Vậy đường thẳng qua 2 điểm cực trị là $\frac{x - 2}{2 - (-4)} = \frac{y - 1}{1 - (-11)} \Leftrightarrow \frac{x - 2}{6} = \frac{y - 1}{12}$
 $\Rightarrow 12x - 24 = 6y - 6 \Leftrightarrow y = 2x - 3$

Câu 3: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30; 0; 0), B(0; 30; 0), C(-30; 0; 0), D(0; -30; 0)$. Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như.



- a) Độ dài vector $\overrightarrow{SA}$ là $30\sqrt{3}$.
- b) Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
- c) Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$.
- d) Biết $\overrightarrow{F_1} = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Lời giải

Theo hình vẽ tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có $\overrightarrow{SA} = (30; 0; -30), \overrightarrow{SB} = (0; 30; -30), \overrightarrow{SC} = (-30; 0; -30), \overrightarrow{SD} = (0; -30; -30)$,

a) Sai. Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{3}$.

b) Đúng. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

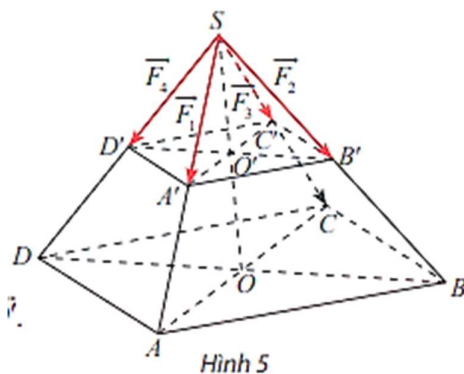
c) Đúng. Các vector $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

d) Sai. Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Ta có:

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}.$$

Ta có $|\vec{F}| = 80$, suy ra $|\overrightarrow{SO'}| = SO' = 20$.



Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO'\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = \frac{2}{3}SA$,

suy ra $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{SA'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20)$ nên $a + b - c = 40$.

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250(km).
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Lời giải

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

b) **Đúng.** Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; \dots; x_5 \in [50;100)$, $x_6; \dots; x_{15} \in [100;150)$, $x_{16}; \dots; x_{24} \in [150;200)$, $x_{25}; \dots; x_{28} \in [200;250)$, $x_{29}; x_{30} \in [250;300)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100;150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10}(150 - 100) = 112,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150;200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9}(200 - 150) = \frac{575}{3}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$.

c) **Sai.** Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155$

d) **Đúng.** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5 \cdot 75^2 + 10 \cdot 125^2 + 9 \cdot 175^2 + 4 \cdot 225^2 + 2 \cdot 275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u} = (1; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; m)$. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hai véc to $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 60° . Số phần tử của S là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 - 2 \cdot m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6(1+m)^2}}$$

Theo giả thiết cho ta được:

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1 - 2m}{\sqrt{6(1+m)^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 - 4m = \sqrt{6(1+m)^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4m \geq 0 \\ 6(1+m)^2 = (2 - 4m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m = \frac{7 + 3\sqrt{6}}{5} \Leftrightarrow m = \frac{7 - 3\sqrt{6}}{5} \\ m = \frac{7 - 3\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases}$$

Vậy $M(0;0;0), M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 1,79

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$, $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{x^2 + 4x - 9}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{13} \\ x = -2 - \sqrt{13} \end{cases}$$

Với $x = -2 - \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 - 2\sqrt{13} \Rightarrow A(-2 - \sqrt{13}; -4 - 2\sqrt{13})$.

Với $x = -2 + \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 + 2\sqrt{13} \Rightarrow B(-2 + \sqrt{13}; -4 + 2\sqrt{13})$.

Ta có bảng biến thiên

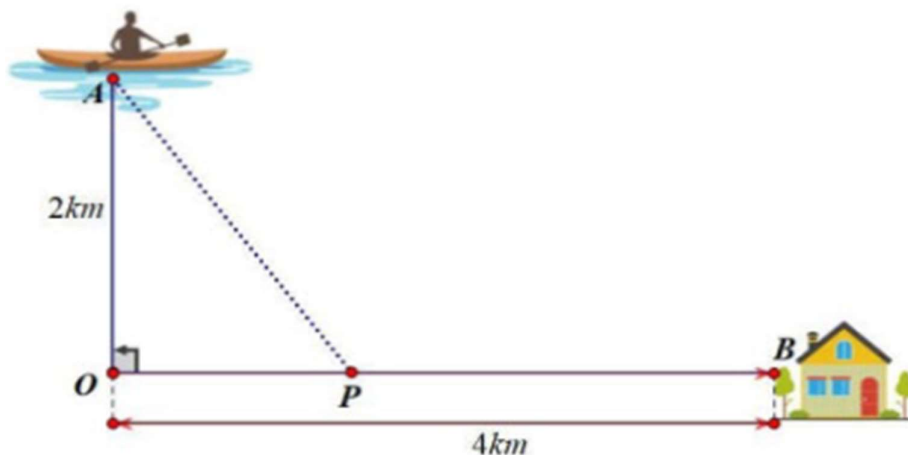
x	$-\infty$	$-2-\sqrt{13}$	-2	$-2+\sqrt{13}$	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$ CD	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$ CT	$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$		$-\infty$				

Suy ra: A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số, khi đó

$$\Delta \equiv AB: y = 2x - 4 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$$

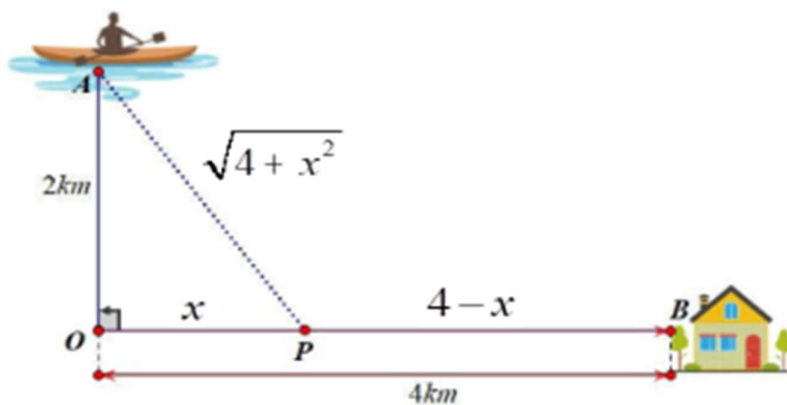
Vậy $d_{(O,\Delta)} = \frac{4}{\sqrt{5}} \simeq 1.79$.

Câu 4: Anh Tư đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2km , anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4km . Biết rằng anh Tư chèo thuyền với vận tốc 6km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10km/h . Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Tư đi từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



Lời giải

Trả lời: 40



Đặt $OP = x (0 < x < 4) \Rightarrow BP = 4 - x; AP = \sqrt{4 + x^2}$

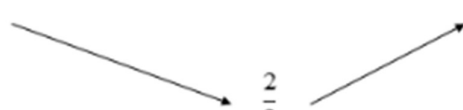
Khoảng thời gian để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t = t_{AP} + t_{PB} = \frac{\sqrt{4+x^2}}{6} + \frac{4-x}{10} (h) \Rightarrow t' = \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10}$$

$$t' = 0 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{10} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{4+x^2} = 5x \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 4 \\ 4x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

BBT:

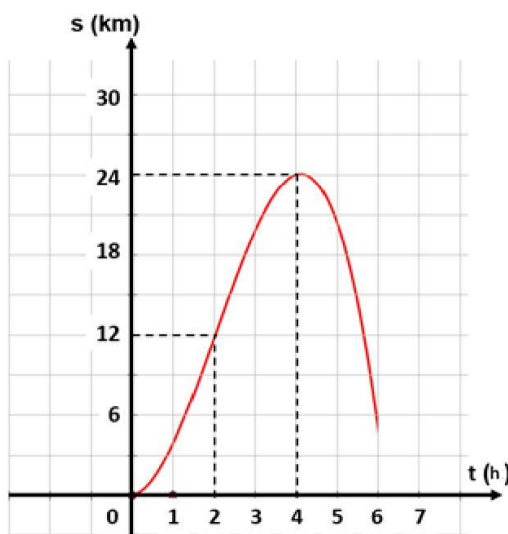
x	0	$\frac{3}{2}$	4	
$t'(x)$		—	0	+
$t(x)$				



Từ BBT suy ra khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là:

$$t_{\min} = \frac{2}{3} (h) = \frac{2}{3} \cdot 60 (phút) = 40 (phút)$$

Câu 5: Thầy Toán tham dự giải “Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC” năm 2024.



Quãng đường thầy Toán đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ có đồ thị như hình trên. Khi đó, vận tốc tối đa của thầy Toán đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 9

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm: $O(0;0)$, $A(2;12)$, $B(4;24)$ và nhận $B(4;24)$ làm 1 điểm cực trị.

$$\text{Ta có: } s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \Rightarrow s'(t) = 3at^2 + 2bt + c$$

Khi đó ta có hệ sau:
$$\begin{cases} s(0) = 0 \\ s(2) = 12 \\ s(4) = 24 \\ s'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = 12 \\ 64a + 16b + 4c + d = 24 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{9}{2} \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

Nên: $s(t) = -\frac{3}{4}t^3 + \frac{9}{2}t^2 \Rightarrow v(t) = s'(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$.

Thầy Toán dừng đi bộ khi: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{4}t^2 + 9t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ trên $[0; 4]$.

Ta có: $v'(t) = -\frac{9}{2}t + 9 \Rightarrow v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Khi đó: $v(0) = 0, v(2) = 9, v(4) = 0$

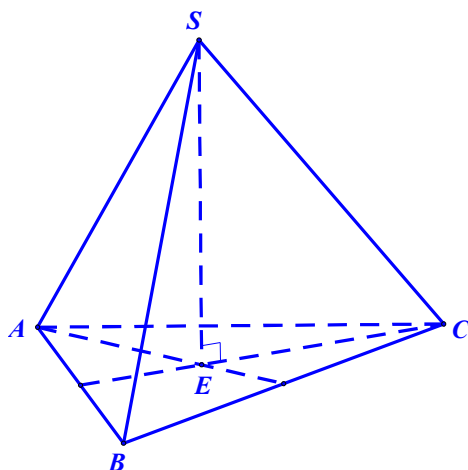
Vậy vận tốc lớn nhất mà thầy Toán đạt được là $9(km/h)$ tại thời điểm $t = 2(h)$.

Câu 6: Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây dày mỗi sợi dài $60cm$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá $15N$, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là



Lời giải

Trả lời: 3,82



Ta thấy đầu dây và các điểm tiếp xúc tạo thành một hình chóp tam giác đều $S.ABC$, có đáy là một tam giác đều cạnh a .

$$\text{Gọi } E \text{ là tâm của tam giác } ABC \Rightarrow AE = r = 20 \Rightarrow \sin \widehat{ASE} = \frac{AE}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \widehat{ASE} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Do } F_{SE} = F_{SA} \cdot \cos \widehat{ASE} \Rightarrow F_{SE} \leq 15 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Mặt khác } \vec{F_{SA}} + \vec{F_{SB}} + \vec{F_{SC}} = 3\vec{F_{SE}} \Rightarrow P = 3F_{SE} \leq 3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

Khi đó, trọng lượng của các chậu hoa không được vượt quá $30\sqrt{2} - 5 \approx 37,43$

Vậy khối lượng ổi đa của chậu hoa là $m \leq 3,82$.

----- Hết -----

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>