



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN ”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HK1 TOÁN 12 (Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 8)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

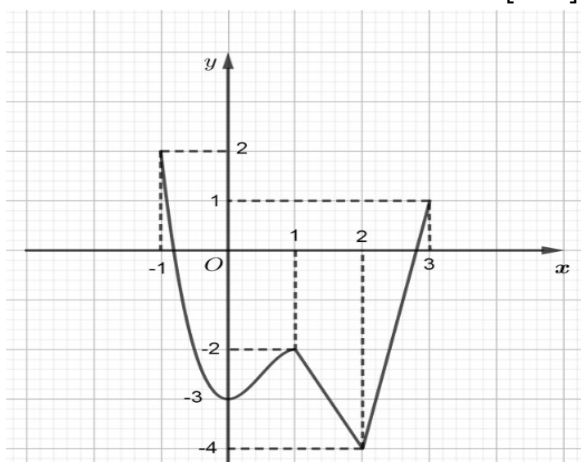
- A. $(-3; -1)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(-2; -1)$. D. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là

A. 2.

B. -6.

C. -5.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} m = \min_{[-1;3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = -2$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	-1	1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

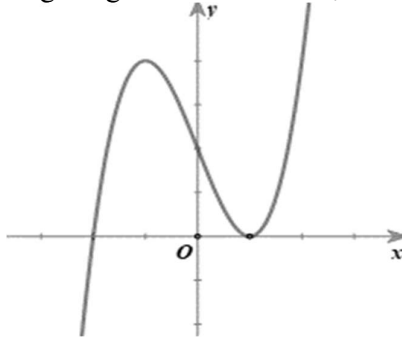
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ là TCN.

Vậy đồ thị hàm số có 2 TCN.

Câu 4: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x + 2$

B. $y = x^2 + 1$

C. $y = x^3 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 5: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ ngược cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn D

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ \rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1$.

Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;3)$.

CÂU 7: GIẢ SỬ KẾT QUẢ KHẢO SAT KHU VỰC A VỀ ĐỘ TUỔI KẾT HÔN CỦA MỘT SỐ PHỤ NỮ VỪA LẬP GIA ĐÌNH ĐƯỢC CHO Ở BẢNG SAU:

Tuổi kết hôn					
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Hãy tìm khoảng biến thiên mẫu số liệu ghép nhóm khu vực A

A. 15. **B.** 12. **C.** 5,17. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là:

$R = 34 - 19 = 15$.

CÂU 8: ĐO CHIỀU CAO CỦA 500 HỌC SINH TRONG MỘT TRƯỜNG THPT TA THU ĐƯỢC KẾT QUẢ NHƯ SAU:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:

A. $s_x = 161,4$ **B.** $s_x = 3,85$.
C. $s_x = 8,2$ **D.** $s_x = 14,48$

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500}(152.25 + 156.50 + 160.200 + 164.175 + 168.50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= f_1(c_1 - \bar{x})^2 + f_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_k(c_k - \bar{x})^2 \\
 &= \frac{1}{500} \left[25(152 - 161,4)^2 + 50(156 - 161,4)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + 200(160 - 161,4)^2 + 175(164 - 161,4)^2 + 50(168 - 161,4)^2 \right] \\
 &= 14,84 \\
 \Rightarrow \text{Độ lệch chuẩn: } s_x &= \sqrt{s_x^2} = \sqrt{14,84} = 3,85
 \end{aligned}$$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$.

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -3
- B. Cực tiểu của hàm số bằng 1
- C. Cực tiểu của hàm số bằng 2
- D. Cực tiểu của hàm số bằng -6

Lời giải

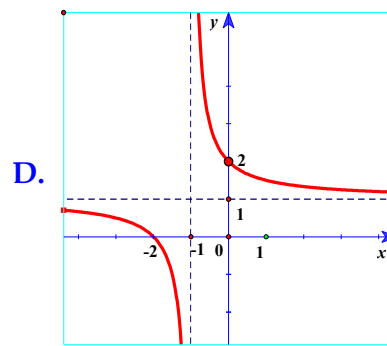
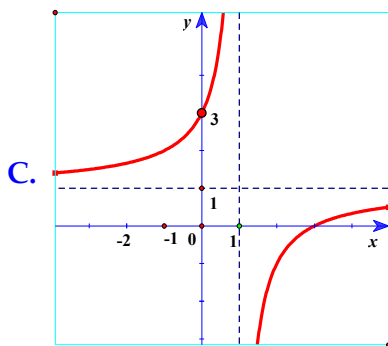
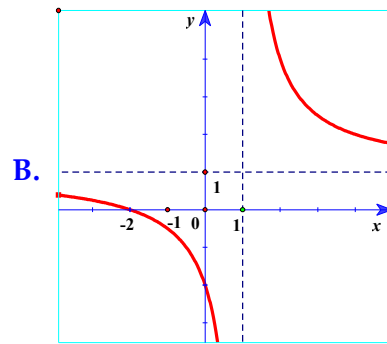
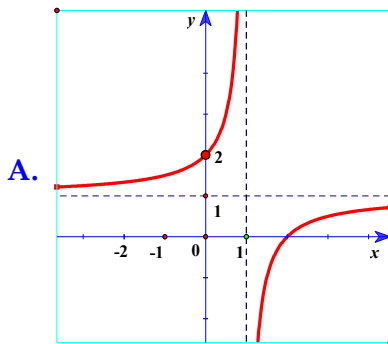
Chọn C

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên từ đó chọn C

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Lời giải

Chọn A

- Câu 11:** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t \geq 0$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của vật tăng?
- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-4; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vận tốc của chuyển động tại thời điểm t bằng đạo hàm cấp một của phương trình chuyển động tại thời điểm t .

$$v(t) = S'(t) = \left(\frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2 \right)' = t^2 - 6t + 5$$

Xét hàm $v(t) = t^2 - 6t + 5$ với $t \geq 0$

$$v'(t) = 2t - 6$$

$$2t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$$

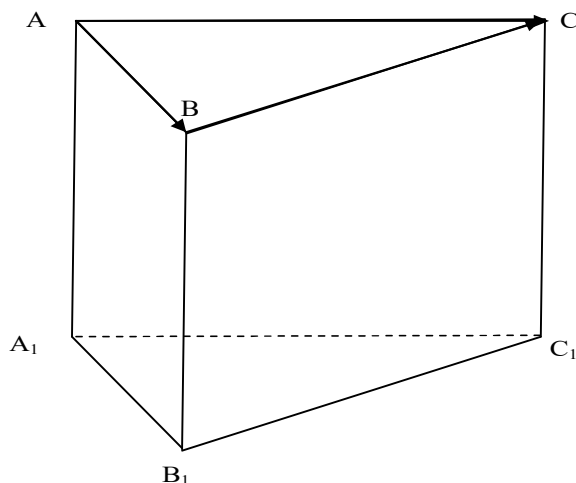
Lập bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên ta có trong khoảng thời gian $(3; +\infty)$ thì vận tốc của vật tăng

- Câu 12:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$, trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

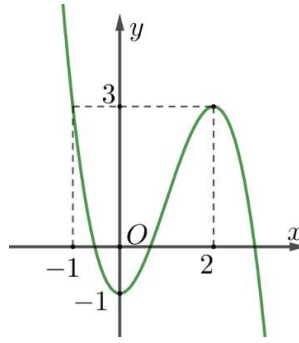
Chọn C



+ Dễ thấy: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} + \vec{d} - \vec{c} = \vec{0}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.
 c) Phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm.
 d) Phương trình $f(f(x)) = 4$ có sáu nghiệm.

Lời giải

- a) Chọn Đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

- b) Chọn Sai.

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

- c) Chọn Đúng.

Từ đồ thị ta có

$$f(x) = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = a \in (-1; 0) \\ x = b \in (0; 2) \\ x = c \in (2; 3) \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm.

- d) Phương trình $f(f(x)) = 2$ có sáu nghiệm.

$$f(f(x)) = 2$$

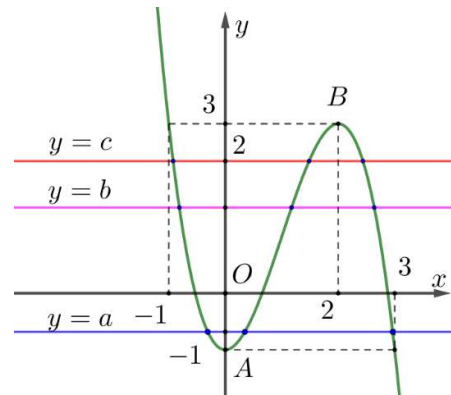
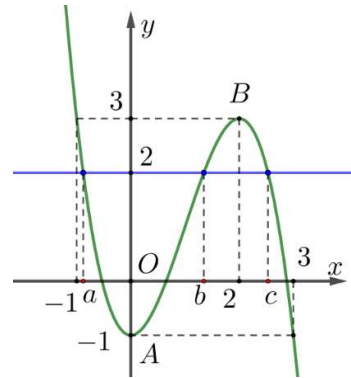
$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = a \in (-1; 0) \\ f(x) = b \in (0; 2) \\ f(x) = c \in (2; 3) \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = a \in (-1; 0)$ có ba nghiệm

Phương trình $f(x) = b \in (0; 2)$ có ba nghiệm

Phương trình $f(x) = c \in (2; 3)$ có ba nghiệm

Phương trình $f(f(x)) = 2$ có chín nghiệm.



Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ (C) với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2		$+\infty$		2

- a) Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
- b) $\max_{x \in [4; 10]} y = f(10)$
- c) $a + b = -3$.
- d) Có 2 giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm A, B mà $AB = \sqrt{10}$.

Lời giải

- a) **Đúng.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) **Sai.** Do hàm số nghịch biến trên $[4; 10]$ nên $\max_{x \in [4; 10]} y = f(4)$.

c) **Sai.** Dựa vào BBT, đồ thị hàm số đã cho có:

Tiệm cận đứng $x = -b = 1 \Rightarrow b = -1$.

Tiệm cận ngang $y = a = 2$

Suy ra $a + b = 1$

d) **Đúng.** Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) :

$$\frac{2x-1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (m-1)x + m-1 = 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại 2 điểm A, B phân biệt khi phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt khác 1.

$$\begin{cases} \Delta = (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1 - (m-1) + m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 > 0 \\ 1 \neq 0, \forall m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$$

Khi đó $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$ và $x_1 + x_2 = m-1; x_1 \cdot x_2 = m-1$

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 10 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 5 \Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-1) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -1 \\ m-1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$$

Vậy $m = 0$ hay $m = 6$.

Câu 3: Một máy bay xuất phát từ mặt đất theo phương, vận tốc không đổi và tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Ra đa phát hiện máy bay đi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút.

- a) Quãng đường di chuyển của máy bay từ A đến B bằng 149 km
- b) Độ cao của máy bay tại vị trí A bằng 943 km
- c) Sau 10 phút tiếp theo máy bay sẽ đạt độ cao lớn nhất. Khi đó độ cao lớn nhất bằng 620 km
- d) Tọa độ của máy bay sau 15 phút quan sát của Ra đa bằng $(1010; 575; 8,5)$



Lời giải

a) $|\overline{AB}| = 149$

b) Độ cao tại vị trí A là $h = OA \cdot \sin 30^\circ = 472$

c) Giả sử 10 phút tiếp theo máy bay tới vị trí D.

Ta có $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $AD = 2AB = 298$, $OD = OA + AD = 1241$

Độ cao tại vị trí D là $h = OD \cdot \sin 30^\circ = 621$

d) Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 15 phút quan sát của Ra đa. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overline{AB}$ và $\overline{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

Do đó $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{8-7}{2} \right) = (70; 25; 0,5)$.

Mặt khác, $\overline{BC} = (x-940; y-550; z-8)$ nên
$$\begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 0,5 \end{cases}$$

Từ đó
$$\begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases}$$
 và vì vậy $C(1010; 575; 8,5)$.

Vậy toạ độ của máy bay sau 15 phút quan sát là $(1010; 575; 8,5)$.

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau

Độ dài quãng đường					
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

Lời giải

a) **Đúng.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$.

b) **Đúng.** Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; \dots; x_5 \in$, $x_6; \dots; x_{15} \in$, $x_{16}; \dots; x_{24} \in$,

$x_{25}; \dots; x_{28} \in$, $x_{29}; x_{30} \in (250; 300)$.

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường					
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5 \times 75 + 10 \times 125 + 9 \times 175 + 4 \times 225 + 2 \times 275}{30} = 155.$$

c) Sai. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5 \times 75^2 + 10 \times 125^2 + 9 \times 175^2 + 4 \times 225^2 + 2 \times 275^2] - 155^2 = 3100$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68$.

d) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\text{là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3.30}{4} - (5+10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 2), B(3; 1; -1), C(2; 2; 0)$. Điểm M có tọa độ $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $P = 3a - 2b + c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: 4

Gọi I là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ khi đó

$$3(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OI}) + 2(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OI}) - (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OI}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}}{4} \Rightarrow I\left(\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}; 1\right)$$

$$|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} + 4\overrightarrow{MI}| = 4MI$$

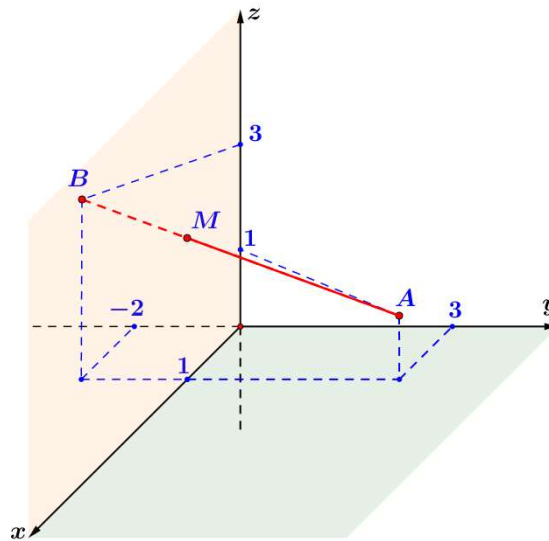
Do đó $|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất, hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) . Suy ra $M\left(0; -\frac{3}{2}; 1\right)$. Vậy $P = 3.0 - 2.\left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = 4$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 1), B(1; -2; 3)$. Biết điểm $M(x; 0; z)$ thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxz) sao cho $MA + MB$ ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $P = 3z - x^2$.

Lời giải

Trả lời: 9

Nhận xét: Hai điểm A, B nằm về hai phía đối với mặt phẳng tọa độ (Oxz) .



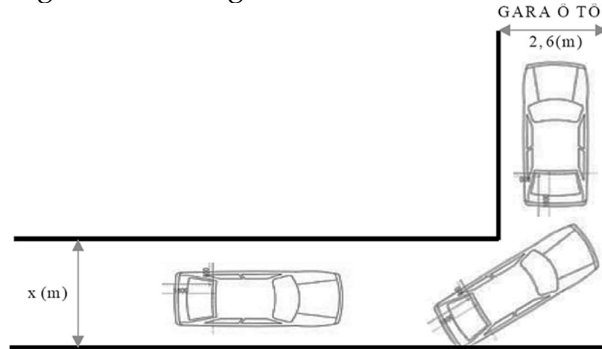
Do vậy với $M \in (Oxz)$, để $MA + MB$ ngắn nhất thì A, B, M thẳng hàng.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}$ cùng hướng.

$$\overrightarrow{AB} = (0; -5; 2); \overrightarrow{AM} = (x - 2; -3; z - 1).$$

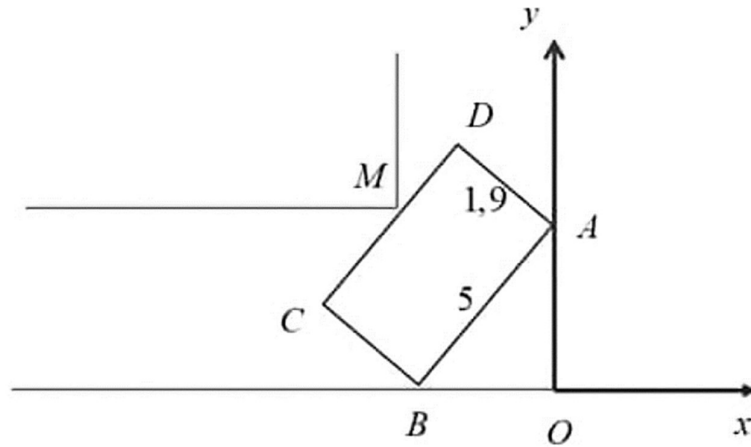
$$\text{Từ đó ta có: } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ \frac{z - 1}{2} = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ z = \frac{13}{3} \end{cases}. \text{ Vậy } P = 3z - x^2 = 3 \cdot \frac{13}{3} - 2^2 = 9.$$

Câu 7: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA Ô TÔ nhà cô Hiền. Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ô tô là $5\text{m} \times 1,9\text{m}$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 (m), chiều rộng 1,9 (m). Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu để ô tô có thể đi vào GARA được?



Lời giải

Trả lời: 3,7



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó $M(-2, 6; x)$.

Gọi $B(-a; 0)$ suy ra $A(0; \sqrt{25-a^2})$. Phương trình $AB: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 = 0$.

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình $CD: \frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - T = 0$.

Mà khoảng cách giữa AB và CD bằng 1,9 m nên

$$\frac{|T-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Rightarrow T = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M, O nằm khác phía đối với bờ là đường thẳng CD .

$$\text{Suy ra: } \frac{-2,6}{-a} + \frac{x}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-a^2}}{a}$$

Để cho nhanh, chúng ta dùng chức năng **TABLE** trong máy tính:

$$f(X) = \sqrt{25-X^2} + \frac{9,5}{X} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-X^2}}{X} \text{ với STEP} = \frac{5}{29}; \text{START} = 0; \text{END} = 5.$$

Thấy giá trị lớn nhất của $f(X) = \sqrt{25-X^2} + \frac{9,5}{X} - \frac{2,6 \times \sqrt{25-X^2}}{X}$ xấp xỉ 3,698.

Vậy chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên gần nhất với giá trị $x = 3,7$ (m)

Câu 8: Một công ty sản xuất bồn chứa nước hình trụ loại 2000l kín hai đáy bằng inox. Biết rằng đơn giá của vật liệu làm hai mặt đáy bằng đơn giá của vật liệu để làm mặt xung quanh của bồn. Để chi phí nhỏ nhất thì bán kính đáy của bồn là bao nhiêu mét?

Lời giải

Trả lời: 0,68

Đổi $2000l = 2m^3$

Gọi r (m) là bán kính đáy của hình trụ, h (m) là chiều cao của hình trụ.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.

Do thể tích của hình trụ là $2m^3$ nên ta có: $V = \pi r^2 h = 2$, hay $h = \frac{2}{\pi r^2}$.

Do đó, diện tích toàn phần của hình trụ là: $S = 2\pi r^2 + \frac{4}{r}, r > 0$.

Ta cần tìm r sao cho S đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có:

$$S' = 4\pi r - \frac{4}{r^2} = \frac{4\pi r^3 - 4}{r^2}; S' = 0 \Leftrightarrow \pi r^3 = 1 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}.$$

Bảng biến thiên:

r	0	$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$	$+\infty$
$S'(r)$		0	
	-		+
$S(r)$	$+\infty$	$S\left(\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}\right)$	$+\infty$

Vậy cần sản xuất các hộp đựng hình trụ có bán kính đáy $r = \sqrt[3]{\frac{1}{\pi}} \approx 0,68(m)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -mx + 1$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) ?

Lời giải

Trả lời: -14

Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2} = -mx + 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = (-mx + 1)(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow (m+1)x^2 + (2m+1)x + 1 = 0$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm thuộc hai nhánh của (C) thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 < -2 < x_2$.

Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt, theo định lí Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m+1}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{1}{m+1} \end{cases}$$

Do vậy, phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < -2 < x_2$ thì

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ (2m+1)^2 - 4(m+1) = 4m^2 - 3 > 0 \\ x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \end{cases}$$

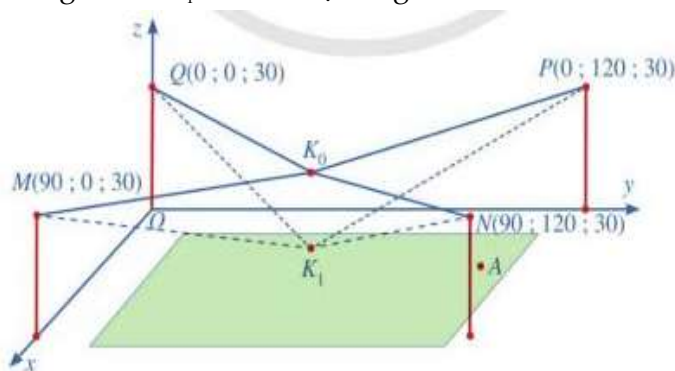
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{m+1} + 2\left(-\frac{2m+1}{m+1}\right) + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3}{m+1} < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee m > \frac{\sqrt{3}}{2} \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1$$

Kết hợp với điều kiện $m \in [-5; 5]$, ta suy ra: $m \in \{-5; -4; -3; -2\}$

Vậy theo yêu cầu đề bài, ta được: $-5 + (-4) + (-3) + (-2) = -14$.

Câu 10: Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90; 0; 30)$, $N(90; 120; 30)$, $P(0; 120; 30)$, $Q(0; 0; 30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19.

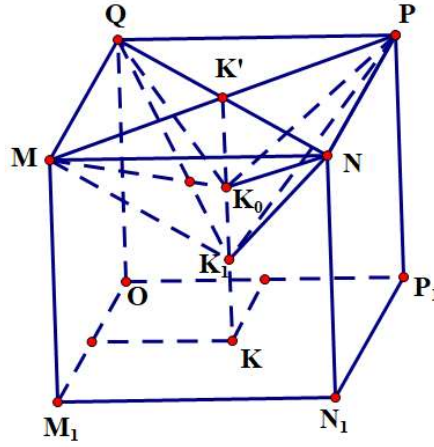


Hình 34

Biết rằng vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là $(a; b; c)$; $a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu

Lời giải

Trả lời: -6



Gọi M_1, N_1, P_1, K lần lượt là hình chiếu của M, N, P, K_0 lên mặt phẳng (Oxy) .

Ta thấy $MNPQ.M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật. Gọi K' là giao hai đường chéo MP và NQ .

Khi đó $K'Q = K'P = K'N = K'M$. Vì $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$ và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm K_0 xuống điểm K_1 nên các điểm K', K_0, K_1, K thẳng hàng.

Khi đó, các điểm K', K_0, K_1, K có hoành độ và tung độ bằng nhau.

Theo bài ra, cao độ của K_0 và K_1 lần lượt là 25 và 19. Giả sử $K_0(x; y; 25)$ và $K_1(x; y; 19)$.

Ta có $MNPQ.M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật nên $K'K = OQ$, suy ra cao độ của K' bằng 30.

Do đó, $K'(x; y; 30)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OK'} = 30\vec{k} - (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) = -x\vec{i} - y\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{K'Q} = (-x; -y; 0).$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{NK'} &= \overrightarrow{OK'} - \overrightarrow{ON} = (x\vec{i} + y\vec{j} + 30\vec{k}) - (90\vec{i} + 120\vec{j} + 30\vec{k}) = (x - 90)\vec{i} + (y - 120)\vec{j} \\ \Rightarrow \overrightarrow{NK'} &= (x - 90; y - 120; 0). \end{aligned}$$

Vì K' là giao hai đường chéo của hình chữ nhật $MNPQ$ nên K' là trung điểm của NQ .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{K'Q} = \overrightarrow{NK'} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = x - 90 \\ -y = y - 120 \\ 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 60 \end{cases}.$$

Do vậy, $K_0(45; 60; 25); K_1(45; 60; 19)$ nên ta có

$$\overrightarrow{K_0K_1} = \overrightarrow{OK_1} - \overrightarrow{OK_0} = (45\vec{i} + 60\vec{j} + 19\vec{k}) - (45\vec{i} + 60\vec{j} + 25\vec{k}) = -6\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{K_0K_1} = (0; 0; -6).$$

Do đó, $a + b + c = -6$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>