



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HK1 TOÁN 12 (Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 5)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

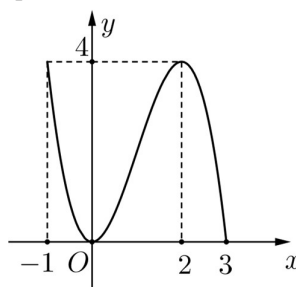
D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) > 0 \forall x \in (-\infty; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị là đường cong ở trong hình dưới đây.



Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Lúc đó hiệu số $M - m$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ ta có

Hàm số có giá trị lớn nhất $M = 4$ tại điểm $x = 2$;

Hàm số có giá trị nhỏ nhất $m = 0$ tại điểm $x = 0$.

Vậy $M - m = 4$.

Câu 3: Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = 2x + \frac{2}{x-1}$. **C.** $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. **D.** $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B

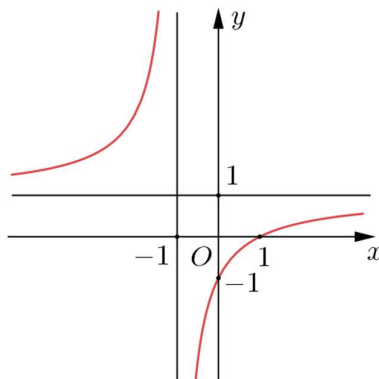
+ Ta thấy các hàm số ở phương án **A** và **D** là hàm số đa thức nên đồ thị không có tiệm cận đứng;

+ Ta thấy hàm số ở phương án **C** có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng;

+ Vậy đồ thị hàm số trong phương án **B** được chọn.

Thật vậy, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

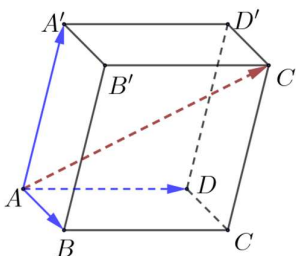
- A.** $x^3 - 1$. **B.** $x + \frac{1}{x}$. **C.** $\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $-x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình dáng của đồ thị ta thấy ngay $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



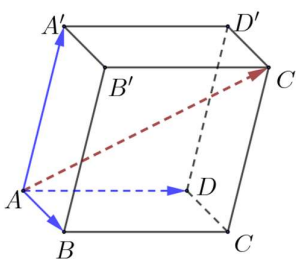
Vector $\overrightarrow{AC'}$ là kết quả của phép tính tổng nào sau đây?

- A.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải

Chọn C

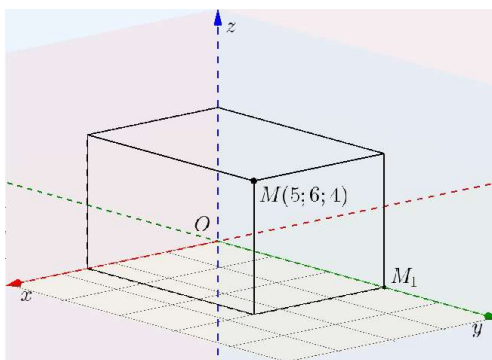
Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC'}$.



- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;6;4)$. Gọi M_1 là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oy , tọa độ điểm M_1 bằng
- A. $(0;-6;0)$. B. $(5;0;4)$. C. $(0;6;0)$. D. $(5;6;0)$.

Lời giải

Chọn C



Hình chiếu của $M(x_0; y_0; z_0)$ trên trục tung là điểm $M_1(0; y_0; 0)$.

Vì $M(5;6;4)$ nên $M_1(0;6;0)$.

- Câu 7:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[40; 47)	[47; 54)	[54; 61)	[61; 68)	[68; 75)	
Tần số	1	6	21	21	11	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 7. B. 60. C. 35. D. 20.

Lời giải

Chọn C

Đầu mút trái của nhóm đầu tiên là $a_1 = 40$, đầu mút phải của nhóm cuối cùng là $a_6 = 75$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng $R = a_6 - a_1 = 75 - 40 = 35$.

- Câu 8:** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)	
Giá trị trung bình	75	125	175	225	275	
Số ngày	5	10	9	4	2	$n = 30$

Phương sai của mẫu số liệu trên được thực hiện bởi phép tính

- A. $s^2 = 155$.

B. $s^2 = \frac{(75-155)^2 + (125-155)^2 + (175-155)^2 + (225-155)^2 + (275-155)^2}{30}$.

C. $s^2 = 5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2$.

D. $s^2 = \frac{5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155.$

Phương sai của mẫu số liệu trên được thực hiện bởi phép tính

$$s^2 = \frac{5(75-155)^2 + 10(125-155)^2 + 9(175-155)^2 + 4(225-155)^2 + 2(275-155)^2}{30}.$$

Câu 9: Hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0; 2).$

B. $(-\infty; -2).$

C. $(-2; 2).$

D. $(-\infty; +\infty).$

Lời giải

Chọn A

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

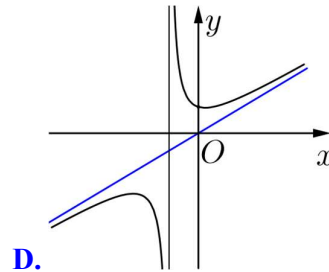
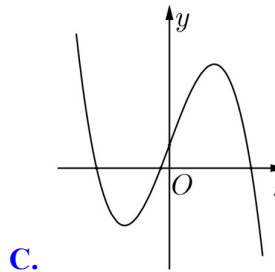
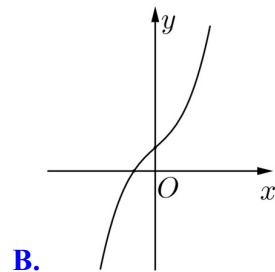
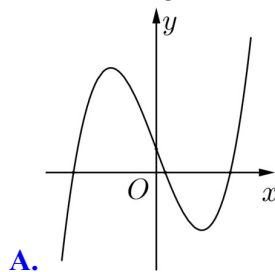
+ $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2};$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases};$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2).$

Câu 10: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là



Lời giải

Chọn A

+ Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ là hàm số bậc ba, có hệ số $a = \frac{1}{3} > 0$ nên phương án C và D bị loại.

+ Ta có $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x + 1$ có đạo hàm là

$$y' = x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Suy ra hàm số có 2 cực trị, phương án **B** bị loại.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$. Biết rằng $\min_{(4; +\infty)} f(x) = b$ tại $x = a$. Tỷ số $\frac{b}{a}$ bằng

A. 1,6.

B. 2.

C. 1,7.

D. 1,3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

$$\text{Có } f'(x) = \frac{(2x - 2)(x - 4) - (x^2 - 2x - 7)}{(x - 4)^2} = \frac{x^2 - 8x + 15}{(x - 4)^2}$$

$$\text{Có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 5.$$

Bảng biến thiên

x	4	5	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$		$+\infty$	$+\infty$

8

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$\min_{(4; +\infty)} f(x) = 8 \text{ tại } x = 5 \text{ suy ra } a = 5, b = 8.$$

$$\text{Vậy } \frac{b}{a} = 1,6.$$

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn vector $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$, $\vec{c} = (2; 2; 0)$ và $\vec{d} = 4\vec{j}$.

Vector có độ dài ngắn nhất là

A. $\vec{a}$.

B. $\vec{b}$.

C. $\vec{c}$.

D. $\vec{d}$.

Lời giải

Chọn B

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{10};$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{6};$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{8};$$

$$|\vec{d}| = 4|\vec{j}| = 4 \cdot 1 = 4.$$

Vậy $\bar{b}$ có độ dài ngắn nhất.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

- a)** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận đứng.
- b)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.
- c)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2025]$ là -1 .
- d)** Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị lần lượt là M, N . Đường thẳng đi qua hai điểm M, N trên có phương trình là $y = 3x - 4$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		0		0	
y	$-\infty$	-9	$+\infty$	-1	$+\infty$

a) Sai.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

b) Đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$.

c) Đúng.

Dựa vào bảng biến thiên, trên đoạn $[0; 2025]$ hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x = 1$.

d) Sai.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $M(-3; -9)$, $N(1; -1)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(-3; -9)$, $N(1; -1)$ là $y = 2x - 3$.

Ghi chú: Tìm đường thẳng đi qua hai điểm cực trị nhanh

Nếu đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị

đó có phương trình là $y = 2ax + b$.

Câu 2: Giả sử doanh số của một sản phẩm mới tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{10 + 4.e^{-t}}{1 + 4.e^{-t}},$$

$t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng ngày, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tốc độ bán hàng được tính theo công thức $f'(t) = \frac{36.e^{-t}}{(1+4.e^{-t})^2}$.

b) Doanh số bán hàng luôn tăng.

c) Doanh số tối đa 1 ngày là 10.

d) Sau khoảng 10 ngày thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{(10+4.e^{-t})'(1+4.e^{-t}) - (10+4.e^{-t})(1+4.e^{-t})'}{(1+4.e^{-t})^2}$$

$$f'(t) = \frac{(-4.e^{-t})(1+4.e^{-t}) - (10+4.e^{-t})(-4.e^{-t})}{(1+4.e^{-t})^2} = \frac{36.e^{-t}}{(1+4.e^{-t})^2}.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } f(t) = \frac{10+4.e^{-t}}{1+4.e^{-t}} = \frac{9}{1+4.e^{-t}} + 1.$$

Do e^{-t} là hàm nghịch biến trên $[0; +\infty)$ nên $f(t) = \frac{9}{1+4.e^{-t}} + 1$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

c) Sai.

$$\text{Ta có } f(t) = \frac{9}{1+4.e^{-t}} + 1 < \frac{9}{1+4.0} + 1 = 10, \text{ với mọi } t \in [0; +\infty).$$

d) Sai.

Đặt $x = e^{-t}$.

Do $t \in [0; +\infty)$ nên $x \in (0; 1]$

$$\text{Xét hàm số } y = g(x) = \frac{36x}{(1+4x)^2}.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{36.(1+4x)^2 - 36x.2.4.(1+4x)}{(1+4x)^4} = \frac{-576x^2 + 36}{(1+4x)^4}.$$

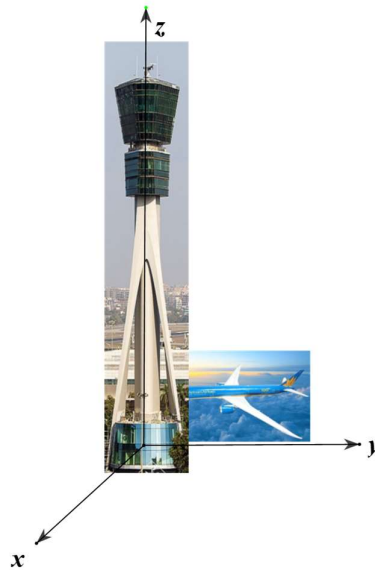
$$y' = 0 \Rightarrow \frac{-576x^2 + 36}{(1+4x)^4} = 0 \Rightarrow -576x^2 + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} & (n) \\ x = -\frac{1}{4} & (l) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{36.\frac{1}{4}}{\left(1+4.\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{9}{4}; g(1) = \frac{36.1}{(1+4.1)^2} = \frac{36}{25} \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{36x}{(1+4x)^2} = 0.$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in (0;1]} g(x) = g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{4}.$$

Do đó tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $e^{-t} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow t \approx 1,39$.

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên.



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10km, cách 80km về phía đông và 100km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(80;100;10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 128,45km.
- d) Biết máy bay di chuyển từ điểm A đến điểm $B(-200;-200;15)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 24 phút bay kể từ điểm A radar không còn phát hiện được máy bay.

Lời Giải

a) Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,08)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Vị trí điểm $A(-80;-100;10)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Gọi M là vị trí của Radar

Khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$MA = \sqrt{(-80-0)^2 + (-100-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 128,45. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}.$$

d) Gọi $N(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau t phút bay từ A ($t > 0$).

$$\overrightarrow{AB} = (-120; -100; 5).$$

$$\overrightarrow{AN} = (x+80; y+100; z-10).$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AN}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $A \rightarrow N$ gấp $\frac{t}{10}$ lần thời gian bay từ

$$A \rightarrow B \text{ nên } AN = \frac{t}{10} AB.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AN} = \frac{t}{10} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+80 = -12t \\ y+100 = -10t \\ z-10 = \frac{t}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12t-80 \\ y = -10t-100 \\ z = \frac{t}{2}+10 \end{cases} \Rightarrow N\left(-12t-80; -10t-100; \frac{t}{2}+10\right).$$

$$\text{Suy ra } MN = \sqrt{(12t+80)^2 + (10t+100)^2 + \left(\frac{t}{2}+10\right)^2} = \sqrt{\frac{977}{4}t^2 + 3930t + 16500}.$$

Do ra đã có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp nên Ra đã không phát hiện được máy bay khi khoảng cách từ ra đã đến máy bay lớn hơn 500km hay

$$MN > 500 \Rightarrow \frac{977}{4}t^2 + 3930t + 16500 > 250000$$

$$\Leftrightarrow \frac{977}{4}t^2 + 3930t - 233500 > 0 \text{ và } t > 0, \text{ suy ra } t > 23,903...$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Khảo sát tuổi thọ của một loại bóng đèn được hai phân xưởng A và B cùng sản xuất cho ở bảng sau:

Tuổi thọ	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)	[33; 36)	[36; 39)	
Số bóng đèn của phân xưởng A	4	8	10	6	2	$n_A = 30$
Số bóng đèn của phân xưởng B	5	7	9	7	2	$n_B = 30$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A là 15.

b) Khoảng tứ phân vị của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A và phân xưởng B lần lượt là $\frac{39}{7}$ và 4,9375.

c) Tuổi thọ trung bình của bóng đèn mà hai phân xưởng sản xuất là bằng nhau.

d) Nếu so sánh độ lệch chuẩn tuổi thọ bóng đèn mẫu số liệu của phân xưởng B đồng đều hơn mẫu số liệu của phân xưởng A.

Lời giải

a) **Đúng.**

Khoảng biến thiên của tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A là $R = 39 - 24 = 15$.

b) **Sai.**

Đối với mẫu số liệu phân xưởng A:

$$\text{Ta có } \frac{n}{4} = 7,5, \frac{3n}{4} = 22,5.$$

Gọi $x_1, x_1, \dots, x_{30}$ là tuổi thọ bóng đèn phân xưởng A được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_8 \in [27; 30)$, tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu $x_{23} \in [33; 36)$.

. Do đó

$$Q_1 = 27 + \frac{7,5-4}{8} \cdot 3 = 28,3125,$$

$$Q_3 = 33 + \frac{22,5-22}{6} \cdot 3 = 33,25.$$

$$\text{Do đó } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = 33,25 - 28,3125 = 4,9375.$$

Đối với mẫu số liệu phân xưởng B:

Ta có $\frac{n}{4} = 7,5$, $\frac{3n}{4} = 22,5$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là tuổi thọ bóng đèn phân xưởng B được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $x_8 \in [27; 30)$, tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu $x_{23} \in [33; 36)$. Do đó

$$Q_1 = 27 + \frac{7,5 - 5}{7} \cdot 3 = \frac{393}{14}, \quad Q_3 = 33 + \frac{22,5 - 21}{7} \cdot 3 = \frac{471}{14}.$$

$$\text{Do đó } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{471}{14} - \frac{393}{14} = \frac{39}{7}.$$

c) Đúng.

Giá trị đại diện	25,5	28,5	31,5	34,5	37,5	
Số bóng đèn của phân xưởng A	4	8	10	6	2	$n_A = 30$
Số bóng đèn của phân xưởng B	5	7	9	7	2	$n_B = 30$

$$\text{Số trung bình của phân xưởng A là } \bar{x}_A = \frac{25,5 \cdot 4 + 28,5 \cdot 8 + 31,5 \cdot 10 + 34,5 \cdot 6 + 37,5 \cdot 2}{30} = 30,9.$$

$$\text{Số trung bình của phân xưởng B là } \bar{x}_B = \frac{25,5 \cdot 5 + 28,5 \cdot 7 + 31,5 \cdot 9 + 34,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 2}{5 + 7 + 9 + 7 + 2} = 30,9.$$

d) Sai.

Phương sai của mẫu số liệu phân xưởng A là

$$s_A^2 = \frac{1}{30} (25,5^2 \cdot 4 + 28,5^2 \cdot 8 + 31,5^2 \cdot 10 + 34,5^2 \cdot 6 + 37,5^2 \cdot 2) - 30,9^2 = 11,04.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu phân xưởng A là $s_A = \sqrt{11,04} \approx 3,32$.

Phương sai của mẫu số liệu phân xưởng B là

$$s_B^2 = \frac{1}{30} (25,5^2 \cdot 5 + 28,5^2 \cdot 7 + 31,5^2 \cdot 9 + 34,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 2) - 30,9^2 = 12,24.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu phân xưởng B là $s_B = \sqrt{12,24} \approx 3,5$.

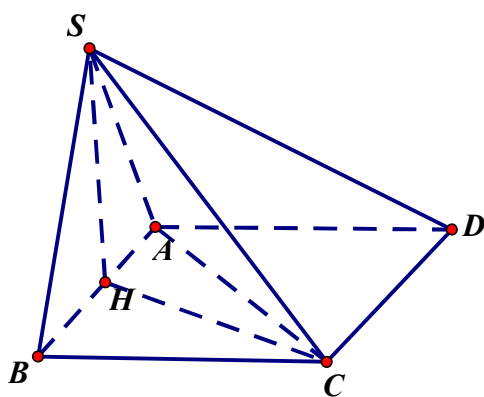
Vì $s_A < s_B$ nên tuổi thọ bóng đèn mẫu số liệu của phân xưởng A đồng đều hơn mẫu số liệu của phân xưởng B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Trả lời: 0,3



$$(SC, (ABCD)) = (SC, CH) = \widehat{SCH} = 60^\circ.$$

$$\cos(SB, AC) = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}$$

$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HB}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{SH} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SH} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC}$$

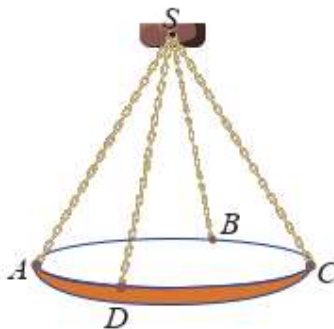
$$= \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} AB^2 = 2a^2$$

$$AC = a\sqrt{5}, CH = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}, SH = CH \cdot \tan \widehat{SCH} = a\sqrt{6}.$$

$$SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{6})^2 + a^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}}{SB \cdot AC} = \frac{2a^2}{a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{35}} \approx 0,3.$$

Câu 2: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có góc $\widehat{ASC} = 60^\circ$ như hình bên dưới.



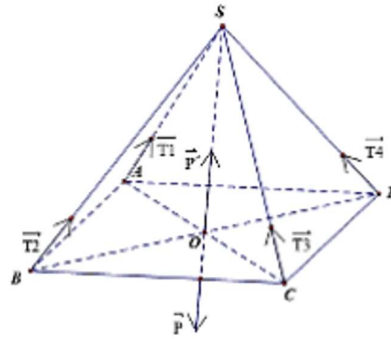
Sử dụng công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , $\vec{P}$ là trọng lực tác động lên chiếc đèn chùm. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, biết khối lượng của bốn đoạn xích là không đáng kể so với khối lượng đèn chùm.

Lời giải

Trả lời: 14,4

Ta có $\vec{P} = m\vec{g} \Rightarrow |\vec{P}| = m|\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50 \text{ (N)}.$

Vậy độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm là 50N.



Giả sử đèn chùm được minh họa như hình vẽ trên.

Vì đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{P}' = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} = -\vec{P}' \Leftrightarrow P = P'$

Có $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_3| = |\vec{T}_4| = |\vec{T}|$

Từ hình vẽ ta có: $P' = 4T \cos 30^\circ \Leftrightarrow T = \frac{P'}{4 \cos 30^\circ} = \frac{50}{2\sqrt{3}} = \frac{25\sqrt{3}}{3} \approx 14,4 \text{ (N)}.$

Câu 3: Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x) = 2x + 140 + \frac{1800}{x}$, ($x > 0$), trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất?

Lời giải

Trả lời: 30.

Ta có $f'(x) = 2 - \frac{1800}{x^2}$.

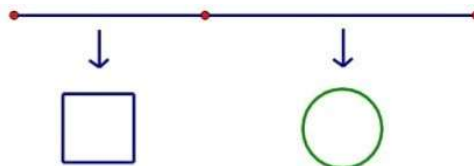
Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{1800}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30(N) \\ x = -30(L) \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	0	30	$+\infty$
y'		-	0
			+
y	$+\infty$		$+\infty$

Vậy, công ty cần sản xuất **30 sản phẩm** để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất.

Câu 4: Một sợi dây đồng dài $60dm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì $a + r$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 12,6

Chu vi hình vuông là $4a(dm)$

Diện tích hình vuông $a^2 (dm^2)$

Chu vi đường tròn là $2\pi r (dm)$

Diện tích hình tròn là $r^2\pi (dm^2)$

$$\text{Theo đề ta có: } 4a + 2\pi r = 60 \Leftrightarrow \pi r = 30 - 2a \Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}$$

$$\text{Điều kiện: } 0 < 4a < 60 \Leftrightarrow 0 < a < 15.$$

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S = a^2 + r^2\pi = a^2 + \left(\frac{30 - 2a}{\pi}\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{\pi}[(\pi + 4)a^2 - 120a + 900]$$

$$\text{Xét } f(a) = (\pi + 4)a^2 - 120a + 900 \text{ với } a \in (0, 15)$$

$$f'(a) = 2(\pi + 4)a - 120$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{\pi + 4}$$

$$f(a) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } a = \frac{120}{2(\pi + 4)} = \frac{60}{\pi + 4} \in (0, 15).$$

$$S \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi } a = \frac{60}{\pi + 4} \Rightarrow \pi r = 30 - 2 \cdot \frac{60}{\pi + 4} = \frac{30\pi}{\pi + 4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi + 4}$$

$$\text{Khi đó: } a + r = \frac{60}{\pi + 4} + \frac{30}{\pi + 4} = \frac{90}{\pi + 4} \approx 12,6.$$

Câu 5: Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích $200 m^2$ để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại sẽ tận dụng bức tường có sẵn như hình bên dưới. Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá $15 m$, hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất?



Trả lời: 10

Lời giải

Gọi $x (m)$ là chiều rộng của khu đất hình chữ nhật cần rào.

Theo đề bài, ta có $0 < x \leq 15$

Diện tích khu đất này là $200m^2$ nên chiều dài của khu đất là $\frac{200}{x}$ (m).

Tổng chiều dài lưới thép rào quanh khu đất là $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$ (m).

Xét hàm số: $L(x) = 2x + \frac{200}{x}$, $x \in (0; 15]$.

Ta có: $L'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$

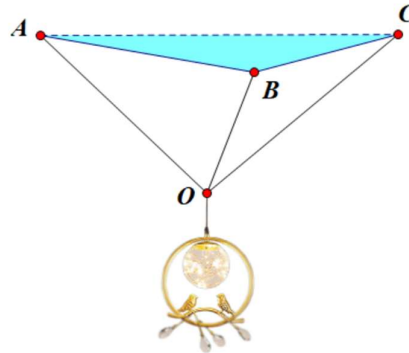
$L' = 0 \Leftrightarrow x = 10$.

Bảng biến thiên:

x	0	10	15
$L'(x)$	-	0	+
$L(x)$	$+\infty$	40	$\frac{130}{3}$

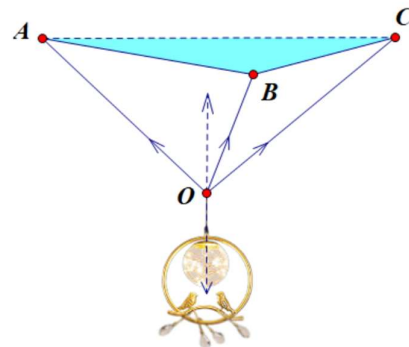
Dựa vào bảng biến thiên, chiều dài lưới thép ngắn nhất là 40 m khi chiều rộng khu đất này là $x = 10$ m.

Câu 6: Người ta treo một chiếc đèn trang trí có trọng lượng 200N lên trần nhà bằng ba sợi dây không dẫn, bằng nhau tại ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Mỗi sợi dây tạo với mặt phẳng trần nhà một góc 30° đèn được giữ ở trạng thái cân bằng. Hãy tính lực căng trong mỗi sợi dây.



Lời giải

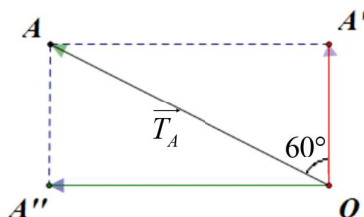
Trả lời: 133.



Lực căng trong ba sợi dây tạo thành một tam giác lực, và do tam giác ABC là tam giác đều, ba sợi dây bằng nhau tạo với mặt phẳng trần nhà góc 30° nên lực căng trong mỗi dây sẽ bằng nhau.

Gọi lực căng trong mỗi dây là $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$. Do đèn ở trạng thái cân bằng, các lực căng phải tạo ra một hợp lực bằng với trọng lượng của đèn, hướng thẳng lên trên.

Các lực căng $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$ đều phân tích được thành tổng hai thành phần lực thành phần ngang và thành phần đứng. Thành phần đứng của lực căng sẽ giúp cân bằng trọng lượng của đèn, và thành phần ngang sẽ triệt tiêu lẫn nhau do tam giác đều đối xứng.



Mỗi dây tạo với mặt phẳng trần nhà góc 30° , do đó thành phần đứng của lực căng trong mỗi dây là:

$$|\overline{OA'}| = |\overline{OA}| \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} T.$$

Tổng của ba thành phần đứng của lực căng phải cân bằng với trọng lượng của đèn nên suy ra

$$3T \cdot \frac{1}{2} = 200 \Rightarrow T = \frac{200}{\frac{3}{2}} \approx 133(N).$$

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>