



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”

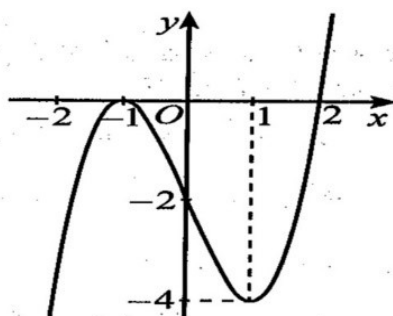
ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HK1 TOÁN 12 (Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 4)

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



Hình 1

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y						
	0		5		1	
						4

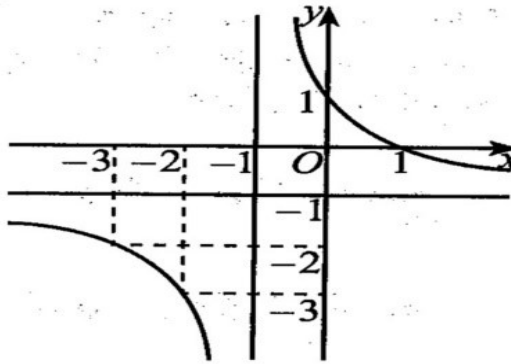
A. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 2. Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?



Hình 2

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

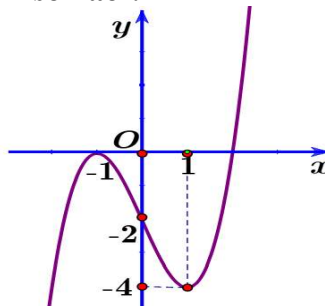
D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x - 2$

C. $y = x^3 - 3x - 2$

D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x - 2$

Lời giải

Chọn C

Cách 1 :

đồ thị đi lên nên $a > 0$ suy ra loại đáp án B

đồ thị cắt trục tung tại $(0; -2)$ suy ra loại đáp án A

đồ thị có 2 điểm cực trị $(0; -1)$ và $(1; -4)$ suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C

Cách 2 :

Từ đồ thị hàm số, ta thấy đây là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

+ Trên $(1; +\infty)$, đồ thị có hướng đi lên từ trái sang phải $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, do đó $a > 0$

+ Đồ thị cắt trục Oy tại $M(0; -2)$, do đó $d = -2$

+ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1; 0)$; $B(1; -4)$, do đó phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0 \text{ phải có hai nghiệm là } x = 1; x = -1 \text{ và } y(1) = -4; y(-1) = 0.$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ a + b + c + d = -4 \\ -a + b - c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3a + c = 0 \\ d = -2 \\ a + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = -2 \end{cases}$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i}$ là:

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(2; 3; 4)$. C. $(4; 3; 2)$. D. $(4; -3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u} = 2\vec{k} - 3\vec{j} + 4\vec{i} \Rightarrow \vec{u} = (4; -3; 2).$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$. Vectơ $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$ có tọa độ là:

- A. $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$. B. $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.
C. $(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$. D. $(x_1 - x_2; y_1 + y_2; z_1 - z_2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2).$$

Câu 7: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*.

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
...	...
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

Bảng 1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. $a_{m+1} - a_1$. B. $a_{m+1} - a_m$. C. $n_m - n_1$. D. $n - n_m$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $a_{m+1} - a_1$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi $\bar{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....	...	...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$.

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$.

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$.

$$D. s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}.$$

Lời giải

Chọn C

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 9: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$ và tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f(a) = m$ thì

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc chất điểm đạt được tại thời điểm $t = 2$.

A. $\frac{21}{4}$

B. $\frac{45}{4}$

C. 9

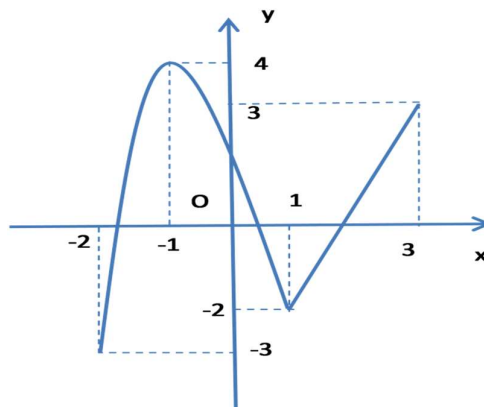
D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t$ suy ra $v(2) = 12$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của $2m - 3M$ bằng:

A. -13.

B. -18.

C. -16.

D. -15.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} m = \min_{[-2; 3]} f(x) = f(-2) = -3 \\ M = \max_{[-2; 3]} f(x) = f(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow 2m - 3M = -18$$

- Câu 12:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Độ dài vector $3\vec{a} + 5\vec{b}$ bằng:
- A. $5\sqrt{5}$. B. $\sqrt{124}$. C. 8. D. 124.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} (3\vec{a} + 5\vec{b})^2 &= 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124 \\ \Rightarrow |3\vec{a} + 5\vec{b}| &= \sqrt{124} \end{aligned}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$. Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
b) Hàm số đạt giá trị cực đại tại $x = 0$.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng -2 .
d) Phương trình $-x^4 + 2x^2 + m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khi $m \in (-1; 0)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Ta có BBT

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-3	-2	-3		$+\infty$

Do đó:

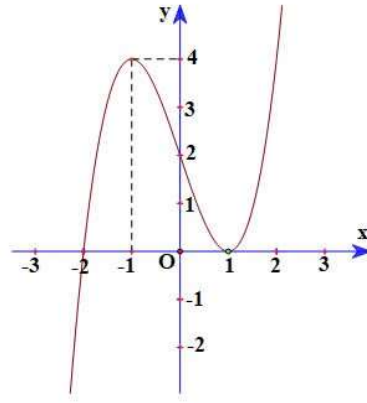
- a) Sai
b) Đúng
c) Sai
d) Đúng

$$\text{Từ } -x^4 + 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 2 = m - 2$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ và đường thẳng $y = m - 2$.

Từ BBT suy ra $m \in (-1; 0)$.

- Câu 2:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong hình bên dưới.



Xét tính Đúng, Sai của các mệnh đề sau:

e) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

f) $y_{CD} + y_{CT} = 4$.

g) Giá trị biểu thức $a + b - c + d = 6$.

h) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng.

Lời giải

A. Đúng. Vì nhìn đồ thị suy ra.

B. Sai. Vì $y_{CD} + y_{CT} = 4 + 0 = 4$

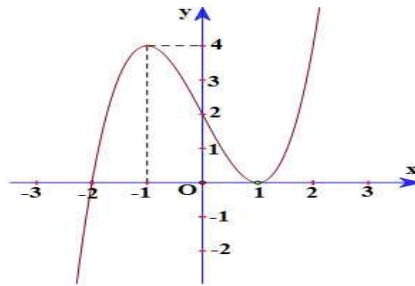
C. Đúng. Vì đồ thị hàm số đi qua 4 điểm $A(0; 2); B(1; 0); C(-1; 4); D(-2; 0)$

Thay tọa độ 4 điểm vào hàm số, Giải hệ phương trình ta được $a = 1; b = 0; c = -3; d = 2$

D. Sai. Vì:

$$\text{Ta xét phương trình: } f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:



+) Phương trình (1) có nghiệm $x_1 = -2$ và $x_2 = 1$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)(x-1)^2.$$

+) Phương trình (2) có nghiệm $x_3 = \alpha \in (-2; -1)$, $x_4 = 0$ và $x_5 = \beta > 1$

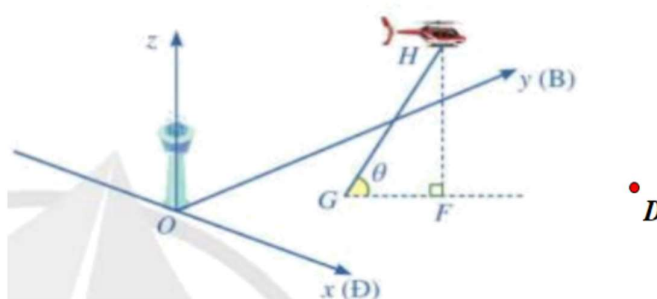
$$\Rightarrow f(x) - 2 = (x - \alpha)x(x - \beta).$$

$$\text{Do đó } g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x-1)^2(x+1)}{(x+2)(x-1)^2 \cdot (x-\alpha)x(x-\beta)} = \frac{x+1}{(x+2)(x-\alpha)x(x-\beta)}.$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 2. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vector $\vec{u}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{u} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150; 115; 0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Toạ độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là $M\left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$.
- Toạ độ điểm G là $\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$.
- Toạ độ của vector $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t; \frac{129}{2}-2t; -2t\right)$.
- Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0; y_0; z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0 + y_0 + z_0) = 4320$.



Lời Giải

- Gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{OM} = \left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$.

Khi đó vị trí máy bay H ở thời điểm t phút sau khi máy bay cất cánh là $M\left(1+t; \frac{1}{2}+2t; 2t\right)$.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

- Khi máy bay bắt đầu khởi hành, với $t = 0 \Rightarrow M \equiv G\left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

- Ta có $\overrightarrow{MD} = \left(149-t; \frac{229}{2}-2t; -2t\right)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

- Ta có $\overrightarrow{MG} = t\vec{u}$, $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Khoảng cách từ máy bay H đến D nhỏ nhất

$$\Leftrightarrow MG \perp MD \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overrightarrow{MD} = 0 \Leftrightarrow 149-t+229-4t-4t=0 \Leftrightarrow t=42$$

Suy ra $M\left(43; \frac{169}{2}; 84\right)$. Vậy $T = 20(x_0 + y_0 + z_0) = 4230$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3: Bảng thống kê sau đây cho biết tổng lượng khách hàng đến cửa hàng WINMART vào tháng 8 từ năm 2000 đến 2024 đặt ở Vĩnh Phúc.

143	273	543	343	423
584	296	477	403	202
638	339	413	530	252
303	243	524	614	414
188	389	557	434	289

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu nhóm đầu tiên là $[140; 240)$ với độ dài mỗi nhóm là 100 thì mẫu số liệu trên được chia thành 4 nhóm.
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 450 mm .
c) Theo mẫu số liệu ghép nhóm trên thì $\Delta_Q = \frac{4450}{21}$.
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên khoảng 130.

Lời giải

Từ bảng thống kê ban đầu, ta lập được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Lượng khách hàng	$[140; 240)$	$[240; 340)$	$[340; 440)$	$[440; 540)$	$[540; 640)$
Số tháng	3	7	7	3	5
Đại diện	190	290	390	490	590

- a) **Sai.** Nếu nhóm đầu tiên là $[140; 240)$ với độ dài mỗi nhóm là 100 thì mẫu số liệu trên được chia thành 5 nhóm.
b) **Sai.** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên: $R = 640 - 140 = 500\text{ mm}$
c) **Đúng.** Số năm được khảo sát là $n = 3 + 7 + 7 + 3 + 5 = 25$.
Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của cửa hàng WINMART được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; x_2; x_3 \in [140; 240)$$

$$x_4; \dots; x_{10} \in [240; 340)$$

$$x_{11}; \dots; x_{17} \in [340; 440)$$

$$x_{18}; x_{19}; x_{20} \in [440; 540)$$

$$x_{21}; \dots; x_{25} \in [540; 640)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [240; 340)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 240 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{7} (340 - 240) = \frac{2005}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [440; 540)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 440 + \frac{\frac{3.25}{4} - (3 + 7 + 7)}{3} (540 - 440) = \frac{1495}{3}$$

Ta có: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{4450}{21}$

d) Đúng Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{3.190 + 7.290 + 7.390 + 3.490 + 5.590}{25} = 390$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [3.190^2 + 7.290^2 + 7.390^2 + 3.490^2 + 5.590^2] - (390)^2 \approx 16800$$

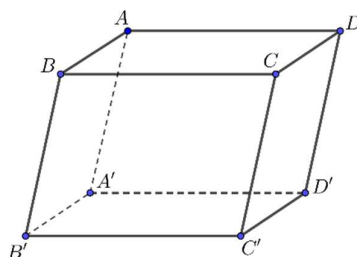
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{16800} \approx 129,6$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và tọa độ vectơ $\overrightarrow{AG} = (a;b;c)$. Tính $S = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 1



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y-3; z)$

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra } C(3; 3; 0).$$

Ta lại có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3-y'; -3-z')$

$$ADD'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } A'(0; 0; -3).$$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$$ABB'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -3 \end{cases}. \text{ Suy ra } B'(3; 0; -3).$$

$$G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases}.$$

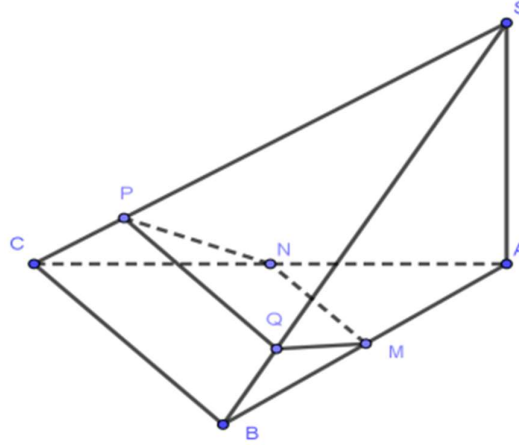
Suy ra $G(2; 1; -2)$.

Vậy $\overrightarrow{AG} = (2; 1; -2) \Rightarrow S = a + b + c = 2 + 1 - 2 = 1$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 2$, $BC = \sqrt{5}$, cạnh bên $SA = \sqrt{5}$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Diện tích của tứ giác $MNPQ$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 1,06



$$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$$

Do Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với SB cắt AC, SC, SB lần lượt tại N, P, Q nên $MN \parallel PQ \parallel BC$, do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang vuông tại M, Q .

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot MQ$$

$$+ \Delta ABC \text{ có } MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$+ \Delta MQB \sim \Delta SAB \Rightarrow \frac{MQ}{MB} = \frac{SA}{SB} \Rightarrow MQ = \frac{SA \cdot MB}{SB} = \frac{\sqrt{5}}{3};$$

$$QB = \sqrt{MB^2 - MQ^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow SQ = \frac{7}{3}.$$

$$\text{Có: } MN \parallel PQ \parallel BC \text{ nên } \frac{PQ}{BC} = \frac{SQ}{SB} \Rightarrow PQ = \frac{SQ \cdot BC}{SB} = \frac{7\sqrt{5}}{9}.$$

$$\text{Vậy } S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot MQ = \frac{115}{108}.$$

Câu 3: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Lời giải

Trả lời: 1200

Số tiền thu về khi bán x mét vải lụa là: $220x$. Lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa là:

$$L(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$$

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ với $x \in [1; 18]$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \in [1; 18] \\ x = -8 \notin [1; 18] \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	1	10	18	
y'		+	0	−
y			1200	
	−258			−1040

Vậy hộ làm nghề dệt này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 1200 nghìn đồng khi sản xuất 10 mét vải lụa trong một ngày.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Trả lời: 2

TH1: $m = 1$. Ta có: $y = -x + 4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m = 1$.

TH2: $m = -1$. Ta có: $y = -2x^2 - x + 4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = -1$.

TH3: $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m - 1)(4m + 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$$

$$\text{Suy ra } m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m .

Câu 5: Ông Thanh dự định sử dụng hết 7 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 1,68

Gọi chiều rộng của bể cá là $x \ (x > 0)$.

$$\text{Ông Thanh dùng hết } 7 \text{ m}^2 \text{ kính để làm bể cá nên } 2x^2 + 6xh = 7 \Rightarrow h = \frac{7 - 2x^2}{6x}.$$

$$\text{Do } x > 0 \text{ và } h > 0 \text{ nên } 0 < x < \sqrt{\frac{7}{2}}.$$

Thể tích bể cá $V = \frac{1}{3}(7x - 2x^3)$.

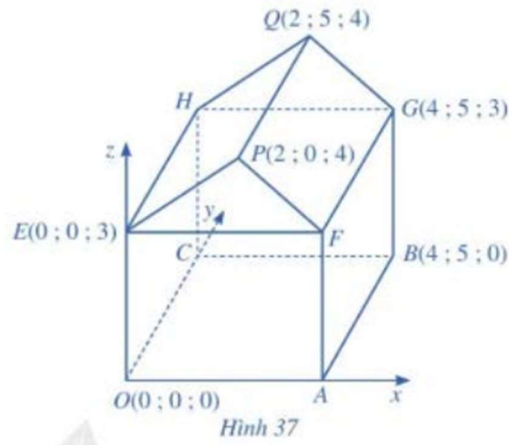
$$V' = \frac{1}{3}(7 - 6x^2), V' = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{6}}.$$

Bảng biến thiên của V :

x	0	$\sqrt{\frac{7}{6}}$	$\sqrt{\frac{7}{2}}$
v'	+	0	-
v		$\frac{7\sqrt{42}}{27}$	

Từ BBT suy ra bể cá có thể tích lớn nhất bằng $\frac{7\sqrt{42}}{27} \text{ m}^3$.

Câu 6: Hình 37 minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.



Lời giải

Trả lời: 26,6

Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Oxz) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1), \overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$.

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>