



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HK1 TOÁN 12 **(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 2)**

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Theo bảng xét dấu: $y' < 0 \forall x \in (-1; 1) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Mặt khác

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 3$$

$$y(2) = -1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$	$-\infty$	2	4	6

Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

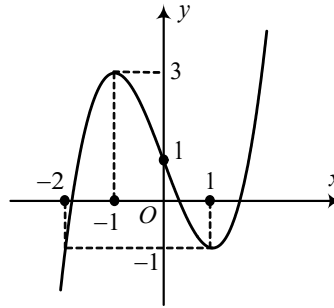
Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số không có một tiệm cận đứng nào.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+2025}$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

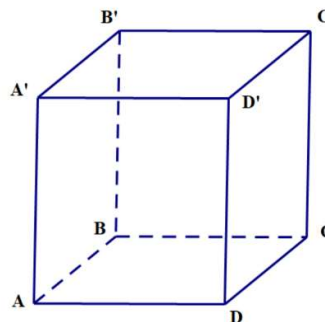
Lời giải

Chọn D

Đồ thị là hàm số bậc ba và có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại A, B.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x = 1, x = -1 \Rightarrow$ chọn D.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{AB'}$.

D. $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} = (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}) + (\overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}) + \overrightarrow{AA'}$.

$$= (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}) + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}.$$

$$\text{Cách 2: } \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'C}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

A. $m = -5$.

B. $m = 5$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 7: Một công ty thống kê tuổi của các nhân viên ở bảng sau:

Khoảng tuổi	[23; 26)	[26; 29)	[29; 32)	[32; 35)	[35; 38)
Tần số	24	57	42	29	8

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

A. 26,8

B. 4,8.

C. 5,0.

D. 5,1.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 38 - 23 = 15$ (tuổi).

Cỡ mẫu là $n = 160$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là tuổi của 160 nhân viên được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{40} + x_{41}) \in [26; 29)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 26 + \frac{\frac{160}{4} - 24}{57} \cdot (29 - 26) = \frac{510}{19} \approx 26,8.$$

Câu 8: Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9; 10)	[10; 11)	[11; 12)	[12; 13)	[13; 14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 1,45.

B. 1,46.

C. 1,47.

D. 1,44.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng thống kê cự li cú nhảy của các học sinh theo giá trị đại diện

Độ dài đại diện (m)	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cỡ mẫu $n = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 9,5 + 10 \cdot 10,5 + 6 \cdot 11,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 13,5}{40} = 10,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18.9,5^2 + 10.10,5^2 + 6.11,5^2 + 4.12,5^2 + 2.13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475 \approx 1,45.$$

Câu 9: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

- A. -1. B. $-\frac{10}{3}$. C. 1. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 10x + 3$. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo tính chất của hàm số bậc ba

ta suy ra hàm số đã đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = \frac{10}{3}$.

Câu 10: Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

- A. 0. B. -5. C. -1. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x - 3$ và đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ là :

$$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Từ đó ta có hoành độ điểm B là -1.

Câu 11: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 + \frac{2}{x^2}$ trên đoạn $[1; 2]$.

Giá trị $m + 2M$ bằng

- A. 36. B. 34. C. 35. D. 33.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = x^4 + \frac{2}{x^2}$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Ta có

$$f'(x) = 4x^3 - \frac{4}{x^3}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - \frac{4}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x^6 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1; 2] \\ x = -1 \notin [1; 2] \end{cases}$$

$$f(1) = 3; f(2) = \frac{33}{2}.$$

$$\text{Suy ra } M = \max_{[1; 2]} f(x) = \frac{33}{2}, m = \min_{[1; 2]} f(x) = 3.$$

Vậy $m + 2M = 36$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3; 0; 8)$ và $D(-5; -4; 0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. 6. D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow BD = 12 \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$.
- b) Điểm cực đại của hàm số là 4.
- c) $f(0) < f(2)$.
- d) Hàm số $y = |f(x)|$ có 5 cực trị.

Lời giải

- a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- b) **Sai.** Do hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
- c) **Sai.** Dựa vào BBT, hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$ nên $f(0) > f(2)$.
- d) **Đúng.** Dựa vào bảng biến thiên ta có: đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị $(-1; 4); (3; -2)$ nằm ở hai phía đối với trục hoành và cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt nên hàm số $y = |f(x)|$ có 5 cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- c) Hàm số có $y_{CD} + 3y_{CT} = -1$.
- d) Điểm $A(0; 4)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

$\Rightarrow$ **a đúng.**

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Rightarrow$ nghịch biến trên $(1;2)$ nên **b đúng.**

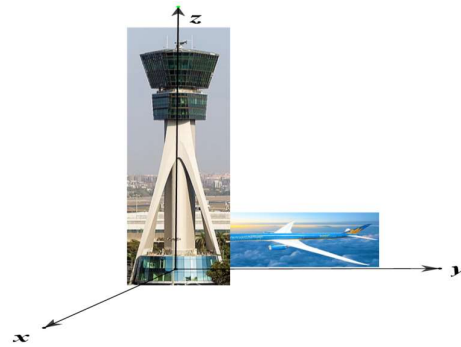
Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3 \Rightarrow$ sai.

$y_{CD} + 3y_{CT} = 3 - 3.1 = 0 \Rightarrow$ **c sai.**

Phương trình đi qua hai điểm cực trị là

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow -4x+4=2y-6 \Leftrightarrow 4x+2y-10=0 \Leftrightarrow 2x+y-5=0$. Nên điểm $A(0;4)$ không thuộc đường thẳng qua hai điểm cực trị $\rightarrow$ **d sai**

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 600 km được đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình bên) (đơn vị trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



cao 100
đặt trên
với vị trí
cho trục
trục Oz
trên mỗi
cách
với tháp

- a)** Tọa độ của radar đặt trên tháp $(0;0;0,1)$.
- b)** Tọa độ của máy bay trong hệ trục tọa độ đã chọn: $F(400;300;12)$.
- c)** Khoảng cách từ máy bay đến radar 264,85 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d)** Radar của trung tâm kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay tại vị trí F .

Lời giải

a. Đúng. Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,1)$.

b. Sai.

- Máy bay cách mặt đất 12 km, nghĩa là tọa độ trên trục z là 12 km.

- Máy bay cách 400 km về phía tây so với tháp, tức là tọa độ trên trục x sẽ là 400 km.

- Máy bay cách 300 km về phía bắc so với tháp, tức là tọa độ trên trục y sẽ là -300 km (do trục y hướng về phía nam).

Tọa độ của máy bay là: $(400;-300;12)$.

c. Sai

Vậy khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(400-0)^2 + (-300-0)^2 + (12-0,1)^2} \approx 500,14 \text{ (km)}$$

d. Sai. Vì $500,14 < 600$ nên ra đa của trung tâm kiểm soát có phát hiện được máy bay.

Câu 4: Thống kê điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12A trường THPT X người ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	2	7	8	3	10	5	3	2

a) Lớp 12A có tổng số học sinh là 40 học sinh.

b) Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra giữa HKI của lớp 12A là 5,725.

c) Một của mẫu số liệu là 6,58.

d) Biết rằng điểm kiểm tra giữa HKI môn Toán của lớp 12B có phương sai 5,32, do đó lớp 12B học đều hơn lớp 12A.

Lời giải

a) **Đúng.** Tổng số học sinh của lớp 12A là $2 + 7 + 8 + 3 + 10 + 5 + 3 + 2 = 40$ (học sinh).

b) **Đúng.** Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra giữa HKI của lớp 12A là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2,5 + 7 \cdot 3,5 + 8 \cdot 4,5 + 3 \cdot 5,5 + 10 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 3 \cdot 8,5 + 2 \cdot 9,5}{40}$$

$$= \frac{229}{40} = 5,725$$

c) **Sai.** Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [6;7)

Một của mẫu số liệu là :

$$M_0 = 6 + \frac{10-3}{(10-3) + (10-5)} \cdot (7-6) = 6 + \frac{7}{12} = \frac{79}{12} \approx 6,58$$

d) **Sai.** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm điểm thi giữa HKI môn Toán của lớp 12A là :

$$s_1^2 = \frac{2(\bar{x}-2,5)^2 + 7(\bar{x}-3,5)^2 + 8(\bar{x}-4,5)^2 + 3(\bar{x}-5,5)^2 + 10(\bar{x}-6,5)^2 + 5(\bar{x}-7,5)^2 + 3(\bar{x}-8,5)^2 + 2(\bar{x}-9,5)^2}{40}$$

$$= \frac{5639}{1600} \approx 3,52 < 5,32$$

Vậy sự biến động điểm số của lớp 12B nhiều hơn so với lớp 12B. Do đó lớp 12A học đều hơn so với lớp 12B

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;1)$, $B(3;-4;1)$. Điểm $M \in Oy$ sao cho $T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Lời giải

Trả lời: 0,67

Vì điểm $M \in Oy$ suy ra $M(0;b;0)$.

$$\text{Ta có } MA^2 = \left(\sqrt{2^2 + (3-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 2^2 + (3-b)^2 + 1^2 = 4 + (b-3)^2 + 1;$$

$$MB^2 = \left(\sqrt{3^2 + (-4-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 3^2 + (-4-b)^2 + 1^2 = 9 + (b+4)^2 + 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó ta có } 2MA^2 + MB^2 &= 2(4 + (b-3)^2 + 1) + (9 + (b+4)^2 + 1) \\ &= 2(4 + b^2 - 6b + 9 + 1) + (9 + b^2 + 8b + 16 + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 2(b^2 - 6b + 14) + (b^2 + 8b + 26) \\ &= 2b^2 - 12b + 28 + b^2 + 8b + 26 \\ &= 3b^2 - 4b + 54 \\ &= 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \left(b - \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b$$

$$\text{Nên } 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{3} \geq \frac{158}{3}.$$

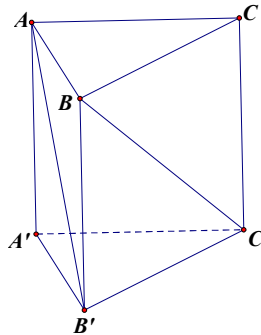
$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } b = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

$$\text{Vậy } T = 2MA^2 + MB^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } \frac{158}{3} \text{ khi } b = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu độ.

Lời giải

Trả lời: 60°



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\widehat{AB', BC'}) = 60^\circ.$$

Câu 3: Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi **A.** Người ta

xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 5

Tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm đồ chơi A bao gồm chi phí ban đầu là 50.000 USD và chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 5 USD

Vậy, biểu thức của $T(x) = 50000 + 5x$

Chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là:

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = \frac{50000 + 5x}{x} = \frac{50000}{x} + 5$$

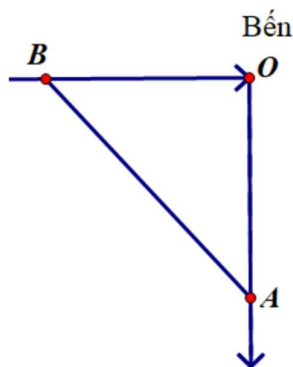
$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} M(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 5 \right) = 5$$

Khi x đủ lớn, chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là 5 USD

Câu 4: Một chiếc tàu rời bến lúc 1 giờ và chạy theo hướng nam với vận tốc 20 km/h. Một chiếc tàu khác đi theo hướng đông với vận tốc 15 km/h và cập bến nói trên lúc 2 giờ. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc tàu?

Lời giải

Trả lời: 12



Gọi khoảng cách hai tàu bằng AB, vị trí bến là O.

Trước 1 giờ, $AB > 15$ km; đúng 1 giờ, $AB = 15$ km.

Đúng 2 giờ, $AB = 20$ km; sau 2 giờ, $AB > 20$ km.

Vậy ta chỉ cần xét trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 2 giờ.

Gọi t là thời gian hai tàu đi kể từ lúc 1 giờ, $t \in [0; 1]$.

Ta có $OA = 20t$ (km); $OB = 15 - 15t$ (km).

Vậy khoảng cách hai chiếc tàu là $AB = \sqrt{(20t)^2 + (15 - 15t)^2}$ (km).

Xét hàm số $f(t) = 625t^2 - 450t + 225$ trên $t \in [0; 1]$, ta có $\min_{t \in [0; 1]} f(t) = 144$ đạt khi $t = 0,36$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc tàu là 12 km.

Câu 5: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt C, D sao cho trọng tâm ΔOCD thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - y - 4 = 0$, với O là gốc tọa độ.

Lời giải

Trả lời: -6.

Hoành độ hai điểm C, D là nghiệm của phương trình $2x + m = \frac{3x+2}{x-1}$

$$2x(x-1) + m(x-1) = 3x+2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x + mx - m = 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m-5)x - m - 2 = 0(*)$$

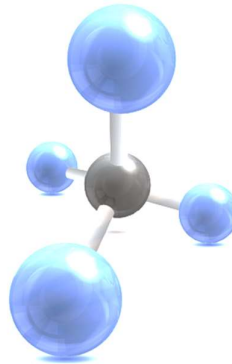
Ta có: $\Delta = m^2 - 2m + 41 > 0 \forall m$ và $2.1^2 + (m-5).1 - m - 2 = -5 \neq 0 \forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt và khác 1.

Khi đó phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_C, x_D thỏa mãn $x_C + x_D = -\frac{m-5}{2}$.

Gọi $A(x_C; 2x_C + m), B(x_D; 2x_D + m)$ thì trọng tâm của tam giác OCD là $G\left(\frac{x_C + x_D}{3}; \frac{2(x_C + x_D) + 2m}{3}\right)$.

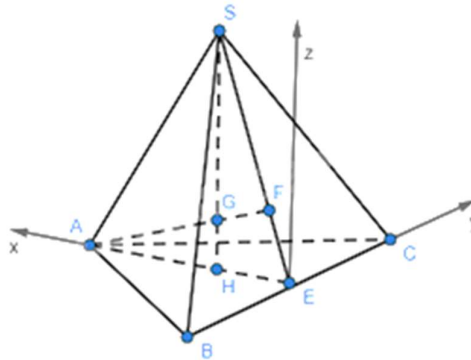
$$G \in \Delta \Leftrightarrow 2\left(\frac{x_C + x_D}{3}\right) - \left(\frac{2(x_C + x_D) + 2m}{3}\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow m = -6.$$

Câu 6: Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này theo đơn vị độ và làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Trả lời: 110



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overline{GA}, \overline{GS})$.

Ta có: $AE \perp BC, SH \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SH \perp AE \\ SH \perp BC \end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với với E trùng với gốc tọa độ O .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là 1

$$\text{Ta có: } SE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

$$HE = \frac{AE}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow H\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; 0\right)$$

$$SH = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow S\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

Lại có: $\frac{FE}{SE} = \frac{HE}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow FH \parallel SA$ và AF cắt SH tại G

$$\text{Suy ra } \frac{GH}{GS} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH = \frac{1}{4}SH = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{12} \Rightarrow G\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{\sqrt{6}}{12}\right).$$

Do đó:

$$\overrightarrow{GA} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{\sqrt{6}}{12}\right) \Rightarrow GA = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\overrightarrow{GS} = \left(0; 0; \frac{\sqrt{6}}{4}\right) \Rightarrow GS = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) = \frac{-\frac{\sqrt{6}}{12} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GS}) \approx 110^\circ.$$

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>