



TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”

ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TỰ
VẤN NHÉ!

200 CÂU TRẮC NGHIỆM CỰC TRỊ HÀM SỐ (Chuẩn Cấu Trúc Form SGK mới 2025)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘	-4	↗ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$							

$-\infty$

$\nearrow$

2

$\searrow$

-3

$\nearrow$

$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

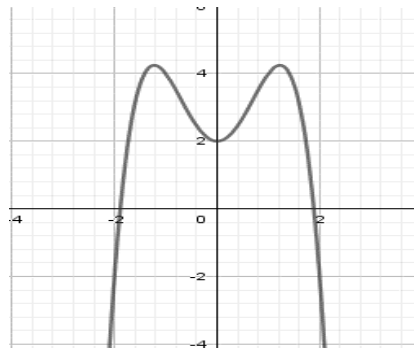
- A.** 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 4: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



- A.** 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$-\infty \nearrow 3 \searrow 0 \nearrow +\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

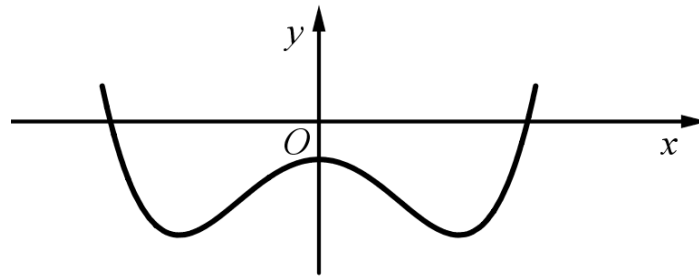
- A.** $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$ **B.** $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$
C. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$ **D.** $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CB} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3**B.** 0**C.** 1**D.** 2**Lời giải****Chọn A**

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

A. $x = -2$.**B.** $x = 3$.**C.** $x = 1$.**D.** $x = 2$.**Lời giải****Chọn B**

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$.**B.** $x = -2$.**C.** $x = 1$.**D.** $x = 3$.**Lời giải**

Chọn D Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x = 3$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1 ; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 12: Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần từ (-) sang (+) khi qua các điểm $x = -1$; $x = 1$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1

B. 3

C. 2

D. 5

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Do $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt và $f'(x)$ đổi dấu qua ba nghiệm này nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	
y							

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	+	0	-	

Suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 17: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2019)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1008 B. 1010 C. 1009 D. 1011

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2019) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ \dots\dots \\ x=2019 \end{cases}$$

$f'(x) = 0$ có 2019 nghiệm bội lẻ và hệ số a dương nên có 1010 cực tiểu

Câu 18: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-1 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$					$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = (x-2)(x^2-3)^2(x^2+3) = (x-2)(x-\sqrt{3})^2(x+\sqrt{3})^2(x^2+3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+\sqrt{3})^2(x-\sqrt{3})^2(x^2+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	-	0	+
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 21: Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - x - 2$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Có $f'(x) = x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$. Ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị là $x = -1$.

Vậy tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng -1 .

Câu 22: Tìm giá trị cực đại y_{CS} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $y_{\text{CS}} = -1$

B. $y_{\text{CS}} = 4$

C. $y_{\text{CS}} = 1$

D. $y_{\text{CS}} = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = +\infty$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4

Câu 23: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1

B. 3

C. 0

D. 2

Lời giải

Chọn C

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -3
 B. Cực tiểu của hàm số bằng 1
 C. Cực tiểu của hàm số bằng -6
 D. Cực tiểu của hàm số bằng 2

Lời giải

Chọn D

□ **Cách 1.**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

□ **Cách 2.**

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=1 \end{cases}$$

$$y'' = \frac{8}{(x+1)^3}. \text{ Khi đó: } y''(1) = \frac{1}{2} > 0; y''(-3) = -\frac{1}{2} < 0.$$

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 25: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

- A. 5. B. 1. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

$$\text{Khi đó: } x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5.$$

Câu 26: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

A. $y_{CT} = -6$

B. $y_{CT} = -1$

C. $y_{CT} = -2$

D. $y_{CT} = 1$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-6		-2		$-\infty$

Vậy $y_{CD} = y(1) = -2$; $y_{CT} = y(-1) = -6$.

Câu 27: Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Suy ra đồ thị có hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị có tung độ là số dương.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

B. $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$

C. $y = x^2 - 2x + 1$

D. $y = -x^3 + x + 1$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ không có cực trị.

Câu 29: Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m$ ($m \in \mathbb{R}$) đạt cực tiểu tại điểm:

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^3 - x^2 - 5x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y							$+\infty$

$f(3)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 30: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là:

A. $M(-1; -1)$.

B. $N(0; 1)$.

C. $P(2; -1)$.

D. $Q(1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$y'' = -6x; y''(1) = -6 < 0; y''(-1) = 6 > 0$$

Do đó hàm số đạt cực đại tại $x = 1; y(1) = 3$. Vậy chọn đáp án $Q(1; 3)$.

Câu 31: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

A. $(-1; -8)$

B. $(0; -5)$

C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$

D. $(1; 0)$

Lời giải

Chọn A

$$y' = -3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$y'' = -6x + 2.$$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Ta có: $y''(-1) = 8 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; $y_{CT} = y(-1) = -8$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1; -8)$.

Câu 32: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 + 2x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$y'' = 2x + 2; y''(-3) = -4 < 0; y''(1) = 4 > 0.$$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 33: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$.

A. -6 .

B. 1 .

C. 2 .

D. -3 .

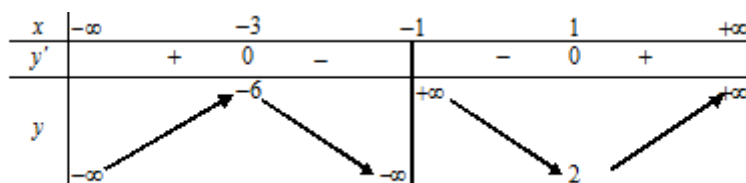
Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$



Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy giá trị cực tiểu bằng 2 .

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 B. Hàm số có hai cực trị $y_{CD} < y_{CT}$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 D. Giá trị cực tiểu bằng -2 .

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			-2		6	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$, giá trị cực tiểu bằng 6 và giá trị cực đại bằng -2 .

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 7}{x - 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .
 B. Cực tiểu của hàm số bằng -1 .
 C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .
 D. Cực tiểu của hàm số bằng 3 .

Lời giải

Chọn A

Ta có.

$$y' = \frac{2x - 4}{x - 1} - \frac{x^2 - 4x + 7}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}.$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & y = -6 \\ x = 3 & y = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		0	$+$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 2$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+8}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là 2.

B. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 4$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là -4.

D. Điểm cực đại của hàm số $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } y'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 8}{(x^2 + 8)^2}, y'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Dễ thấy $y'(x)$ cùng dấu với $-x^2 - 2x + 8$.

Khi đó $x = 2$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 37: Cho hàm số $y = x \ln x$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = e$.

B. Hàm đạt cực đại tại $x = e$.

C. Hàm đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.

D. Hàm đạt cực đại tại $x = \frac{1}{e}$.

Lời giải

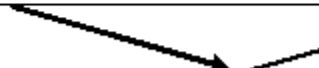
Chọn C

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

$$y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}.$$

Bảng biến thiên.

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$	
y'		- 0 +		
y				

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.

Câu 38: Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số $y = e^{\frac{x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{2}}$.

- A. $x_{CD} = 1$. B. Không có cực đại. C. $x_{CD} = \frac{2}{3}$. D. $x_{CD} = 0$.

Lời giải

Chọn C

□ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

□ Đạo hàm: $y' = (3x^2 - 5x + 2)e^{\frac{x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$.

□ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

□ Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{2}{3}$.

Câu 39: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^2 \ln x$ là?

- A. $y_{CT} = -\frac{1}{e}$. B. $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$. C. $y_{CT} = \frac{1}{2e}$. D. $y_{CT} = \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (0; +\infty)$; $y' = x(2 \ln x + 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Xét bảng sau:

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
y'		-	0	+	
y					

Từ bảng trên ta được $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.
D. Hàm số không có điểm cực trị.

Lời giải**Chọn C**TXĐ: $\mathbb{R}$.

$$y' = xe^{-x}(2-x); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y					$\frac{4}{e^2}$		

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 0 $\frac{4}{e^2}$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.**Câu 41:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là.

- A.** $(-3; 0)$. **B.** $(2; 10)$. **C.** $(3; 9)$. **D.** $(-1; 1)$.

Lời giải**Chọn D**☒ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

☒ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y									

$\nearrow$ $\searrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 1 9

Câu 42: Biết rằng hàm số $y = x + a^3 + x + b^3 - x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $ab \leq 0$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab > 0$. **D.** $ab \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = x^3 + 3a + b x^2 + 3a^2 + b^2 x + a^3 + b^3$.

$$y' = 3x^2 + 6a + b x + 3a^2 + b^2.$$

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 18ab > 0 \Leftrightarrow ab > 0$.

Câu 43: Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 1$ có hai cực trị là:

- A.** $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ **B.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ **C.** $(-1; 2)$ **D.** $[-1; 2]$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$. Để hàm số có hai cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên

$$y' > 0 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- A.** $m > 2$. **B.** $m < -4$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m + 1$. Hàm số có hai điểm cực trị khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3(m+1) > 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Câu 45: Để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

- A.** Không có giá trị nào của m . **B.** $\forall m$.
C. $m = 3$. **D.** $m \neq 3$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta = (m-3)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 3.$$

Câu 46: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị khi giá trị của m là:

- A. $0 < m < 2$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $0 < m < 8$. D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 6m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m = 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m > 0.$$

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu?

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m < -\frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$+ y' = 3x^2 - 6x + 2m$$

+ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta = 36 - 24m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}.$$

Câu 48: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m^2 - 3m - 3)x + 2016$ có 2 điểm cực trị?

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m^2 - 3m - 3)x + 2016.$$

$$\Rightarrow y' = x^2 + 2mx + 2m^2 - 3m - 3, \Delta' = -m^2 + 3m + 3.$$

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' = -m^2 + 3m + 3 > 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{3 + \sqrt{21}}{2}.$$

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là $m \in S = \{0; 1; 2; 3\}$.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 - 2mx^2 + (m-2)x + 1$ không có cực trị

A. $m \in (-\infty; 6) \cup (0; +\infty)$. **B.** $m \in (-6; 0)$.

C. $m \in [-6; 0)$.

D. $m \in [-6; 0]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3mx^2 - 4mx + (m-2)$.

+ Nếu $m = 0$.

$\Rightarrow y' = -2 < 0 (\forall x \in \mathbb{R})$. Nên hàm số không có cực trị.

Do đó $m = 0$ (chọn) (1).

+ Nếu $m \neq 0$.

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y'$ không đổi dấu

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 3m(m-2) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m \leq 0 \Rightarrow -6 \leq m < 0$ (do $m \neq 0$) (2).

Kết hợp (1) và (2) ta được $-6 \leq m \leq 0$.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số

$y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - m + 5$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

C. $m \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$.

D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - m + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 2m + 1$, $\Delta' = 9m^2 - 6m - 3$.

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 51: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 - (m+1)x^2 + \left(2m - \frac{2}{3}\right)x + 1$ có cực trị.

A. $\begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

B. $-\frac{1}{5} < m < 1$.

C. $\begin{cases} m < -\frac{1}{5} \\ m > 1 \end{cases}$.

D. $-\frac{1}{5} \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn B

* Nếu $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ là hàm số bậc hai nên luôn có cực trị.

* Nếu $m \neq 0$, ta có $y' = 3mx^2 - 2(m+1)x + 2m - \frac{2}{3}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3mx^2 - 2(m+1)x + 2m - \frac{2}{3} = 0 ; \Delta' = (m+1)^2 - 3m\left(2m - \frac{2}{3}\right) = -5m^2 + 4m + 1.$$

Do đó, hàm số có cực trị khi và chỉ khi $-5m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5} < m < 1$. Suy ra: $\begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

* Kết hợp với trường hợp $m = 0$ suy ra $-\frac{1}{5} < m < 1$ là các giá trị cần tìm.

Câu 52: Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

A. $-1 \leq m \leq 2$.

B. $m \leq -1$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 2$

Để hàm số đã cho không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép hay $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - (m+2) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$.

Câu 53: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m+3)x^2 + m^2x - 2m + 1$ không có cực trị khi và chỉ khi.

A. $m \leq -3$ và $m \geq -1$.

B. $-3 \leq m \leq -1$.

C. $m \geq -3$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = x^2 + 2(2m+3)x + m^2.$$

Hàm số không có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$.

Câu 54: Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 + x^2 + \frac{1}{3}mx - 2$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $m \in (-2; 1)$.

C. $m \in (-3; -2) \cup (-2; 1)$.

D. $m \in (-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = (m+2)x^2 + 2x + \frac{1}{3}m.$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{3}m^2 - \frac{2}{3}m > 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < -2 \text{ hoặc } -2 < m < 1.$$

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại?

A. $1 < m \leq 3$

B. $m \leq 1$

C. $m \geq 1$

D. $1 \leq m \leq 3$

Lời giải

Chọn D

TH1: Nếu $m=1 \Rightarrow y = 4x^2 + 1$. Suy ra hàm số không có cực đại.

TH2: Nếu $m > 1$.

Để hàm số không có cực đại thì $-2(m-3) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$. Suy ra $1 < m \leq 3$.

Vậy $1 \leq m \leq 3$.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - x^2 + (2m+1)x + 3$ có cực trị

A. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$.

C. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right] \setminus \{-1\}$.

D. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (m+1)x^2 - 2x + 2m+1$

Để hàm số có cực trị ta xét hai trường hợp:

↪ Trường hợp 1: $m = -1$ ta có $y' = -2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$y_{\text{CĐ}}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = -1$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{2}$.

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Vậy $m = -1$ thỏa mãn.

↪ Trường hợp 2: $m \neq -1$ để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -2m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < 0 \text{ và } m \neq -1.$$

Kết hợp hai trường hợp trên ta được $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 57: Đề đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m < 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = -4x^3 - 2(m-3)x = -2x(2x^2 + m-3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3-m}{2} \end{cases}$$

Vì hàm số đã cho là hàm trùng phương với $a = -1 < 0$ nên hàm số có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có đúng 1 nghiệm bằng 0 $\Leftrightarrow \frac{3-m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m > 1$.

B. $-1 \leq m < 0$.

C. $m < -1$.

D. $-1 \leq m \leq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$$y' = 4(m+1)x^3 - 2mx = 4(m+1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m+1)} \right].$$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang

$$\text{dương khi } x \text{ đi qua nghiệm này} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 59: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị

A. $m > 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases} (*)$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x \neq 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Câu 60: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị?

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m = 0 \Rightarrow y = -1$ nên hàm số không có cực trị.

$\Rightarrow m = 0$ (loại).

Trường hợp 2: $m \neq 0 \Rightarrow m^2 > 0$.

Hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị

$$\Leftrightarrow -m^2 \cdot (m^2 - 2019m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2019m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2019.$$

Vì $m \neq 0 \Rightarrow 0 < m \leq 2019$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 2019 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề.

Câu 61: Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại ?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 5

Lời giải**Chọn C**Tập xác định $D = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 6)x$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ

$$\text{khi } \begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2 - 6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}.$$

Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m .

Câu 62: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m trên miền $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?

A. 20

B. 10

C. Vô số

D. 11

Lời giải**Chọn D**Ta có $y' = 4x[x^2 - (2m+1)] \quad \forall x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2m+1 \end{cases} \quad (*)$$

Hàm số đã cho có ba cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, hay (*) có hai nghiệm

$$\text{phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}.$$

Do $m \in [-10; 10]$ nên có 11 giá trị thỏa mãn.

Câu 63: Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 6)x^2 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại ?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 5

Lời giải**Chọn C**Tập xác định $D = \mathbb{R}$.Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 6)x$.

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị trong đó có đúng hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ

$$\text{khi } \begin{cases} 4m > 0 \\ m(m^2 - 6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{6}.$$

Do đó có hai giá trị nguyên của tham số m .

Câu 64: Với giá trị nào của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $OA = OB$ (O là gốc tọa độ)?

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do đó đồ thị hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị lần lượt có tọa độ là $A(0; m)$ và $B(2; -4 + m)$.

$$\text{Ta có } OA = OB \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + m^2} = \sqrt{2^2 + (4 - m)^2} \Leftrightarrow m^2 = 4 + (4 - m)^2 \Leftrightarrow 20 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$$

Câu 65: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1),$$

$$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1; \quad \Delta = 13m^2 - 4.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow g(x) \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (*)$$

$$x_1, x_2 \text{ là các nghiệm của } g(x) \text{ nên theo định lý Vi-ét, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện (*), ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$

A. $m = -3$

B. $m = 3$

C. $m = -1$

D. $m = 1$

Lời giải

Chọn A

$y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 . Vậy x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$

$$\text{Theo Viet ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$= 4 - \frac{2m}{3} \Rightarrow 4 - \frac{2m}{3} = 6 \Rightarrow m = -3$$

Câu 67: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là

A. $m = 1$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = 3$.

D. $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi $\Delta' = 9 - 12m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{4}$.

$$\text{Khi đó } 3 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2^2 - 2 \cdot \frac{m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Câu 68: Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1; 7)$.

B. $m_0 \in (7; 10)$.

C. $m_0 \in (-15; -7)$.

D. $m_0 \in (-7; -1)$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x + m.$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0; \Delta' = 9 - 3m.$$

$$\text{Hàm số có hai điểm cực trị} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

$$\text{Hai điểm cực trị } x_1, x_2 \text{ là nghiệm của } y' = 0 \text{ nên: } x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3}.$$

$$\text{Đề } x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 13$$

$$\Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9. \text{ Vậy } m_0 = -9 \in (-15; -7).$$

Câu 69: Giả sử hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = 0$. Giá trị của m là

- A.** $m = -3$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2x - \frac{1}{3}m; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m = 0 \quad (1).$$

$$\text{Hàm số có hai cực trị} \Leftrightarrow (1) \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3.$$

$$\text{Theo giả thiết, ta có } x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2m}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 3 \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ bằng

- A.** $\frac{73}{16}$. **B.** $\frac{52}{9}$. **C.** $\frac{34}{9}$. **D.** $\frac{10}{9}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2).$$

$$\text{Để hàm số có hai điểm cực trị } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } 2x_1 + x_2 = 2 \text{ thì } \begin{cases} \Delta' > 0 & (1) \\ 2x_1 + x_2 = 2 & (2) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow -2m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{6}}{2} < m < \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \quad (*).$$

Mặt khác ta có $x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{2} \quad (3).$

Từ (2) và (3) ta có $x_1 = \frac{2}{m}.$

Vì $y'(x_1) = 0 \Leftrightarrow m\left(\frac{2}{m}\right)^2 - 2(m-1) \cdot \frac{2}{m} + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases} \text{ (thỏa (*)).}$

Vậy $2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{52}{9}.$

Câu 71: Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 34$.

B. $S = 13$.

C. $S = 25$.

D. $S = 10$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$$

Theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

Ta có $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$

Chỉ có giá trị $m = \frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S = a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Câu 72: Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

A. 3.

B. 1.

C. Không có m .

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Có $y'(x) = x^2 - mx + 1, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0 \quad (1).$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

• Để hàm số có cực trị thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Điều này tương đương với } \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}.$$

• Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Khi đó, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$.

Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|, |x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

$$x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 73: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 7.

B. 9.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } f'(x) = 6x^2 - 12x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = -m + 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = -m - 7$$

Hàm số có các giá trị cực trị trái dấu

$$\Leftrightarrow (-m + 1)(-m - 7) < 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m + 7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1.$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 74: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$.

A. $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$.

B. $m \in (3; 4)$.

C. $m \in (1; 3)$.

D. $m \in (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6(m - 1)x + 6(m - 2).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m - 1)x + (m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -m + 2 \end{cases}.$$

Để hàm số có điểm cực đại cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\text{nằm trong khoảng } (-2; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 \neq -1 \\ -2 < -m + 2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}.$$

Câu 75: Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

- A. $T = \sqrt{51} + 6$ B. $T = \sqrt{61} + 3$ C. $T = \sqrt{61} - 3$ D. $T = \sqrt{51} - 6$

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)

+) Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases} (*)$$

+) Với điều kiện (*) thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 , theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 9 \end{cases}$

+) Ta lại có $|x_1 - x_2| \leq 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 25 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} (**)$$

+) Kết hợp (*), (**) và điều kiện m dương ta được: $3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3.$$

Câu 76: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)$ bằng

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 9.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = x^2 - mx - 4$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$.

Ta có $\Delta = m^2 + 16 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$ hay hàm số luôn có hai điểm cực trị $x_1, x_2 \forall m \in \mathbb{R}$.

Do x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y' = 0$ nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$.

$$P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = (x_1 x_2)^2 - (x_1^2 + x_2^2) + 1 = (x_1 x_2)^2 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2 + 1$$

$$= 16 - m^2 - 8 + 1 = -m^2 + 9 \leq 9, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng 9 $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 77: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + m+2$, m là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2)$.

- A.** -22. **B.** 1. **C.** -18. **D.** 78.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x - 2m + 1$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}.$$

Theo Vi-et ta có $x_1 + x_2 = 2(m+1), x_1 x_2 = 1 - 2m$.

$$T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 10(x_1 + x_2).$$

$$\Rightarrow T = 4m^2 - 8m - 18 = 4(m-1)^2 - 22 \geq -22.$$

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

- A.** $-2 < m < 0$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $0 < m < 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = mx^2 + 4x + m$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \quad (1).$

Căn cứ vào dạng của đồ thị hàm số bậc 3, để hàm số có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$ thì $m > 0 \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra giá trị m cần tìm là $0 < m < 2$.

Câu 79: Với tham số m , đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $0 < m < 1$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm là $y' = \frac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có $\begin{cases} 1+m > 0 \\ 1-2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$.

Gọi hai hoành độ cực trị là x_1 và x_2 ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$.

Khi đó điểm $A(x_1, 2x_1 - m)$ và $B(x_2, 2x_2 - m)$.

$$AB = \sqrt{4 + 4m} \cdot \sqrt{5} = 5 \Leftrightarrow 4 + 4m = 5 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}.$$

Câu 80: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 3

B. 6

C. -6

D. 0

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 1)$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \end{cases} \Rightarrow A\left(m-1; \frac{m^3 - 3m + 2}{3}\right) \text{ và } B\left(m+1; \frac{m^3 - 3m - 2}{3}\right)$$

Dễ thấy phương trình đường thẳng $AB: y = -\frac{2}{3}x + \frac{m(m^2 - 1)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d \Rightarrow A, B$ cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

$$I\left(m; \frac{m^3 - 3m}{3}\right) \in d \Rightarrow \frac{m^3 - 3m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 - 18m + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Với $m = 3 \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Với $m = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A, B$ thỏa điều kiện nằm khác phía so với d .

Tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 81: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành khi và chỉ khi phương trình $mx^3 - (2m-1)x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow (x-1)[mx^2 - (m-1)x + m+1] = 0$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt $mx^2 - (m-1)x + m+1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m - (m-1) + m+1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - 4m(m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m+2 \neq 0 \\ -3m^2 - 6m + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \\ \frac{-3-2\sqrt{3}}{3} < m < \frac{-3+2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -1$.

Câu 82: Cho hàm số $y = x^3 - (m+6)x^2 + (2m+9)x - 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

- A. $\begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq -6 \end{cases}$. B. $m \geq -2$. C. $m \leq -6$. D. $\begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m+9.$$

$$y' = 3x^2 - 2(m+6)x + 2m+9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2m+9}{3} \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị} \Leftrightarrow \frac{2m+9}{3} \neq 1 \Leftrightarrow m \neq -3. \quad (1)$$

$$y(1) = m+2.$$

$$y\left(\frac{2m+9}{3}\right) = -m\frac{(2m+9)^2}{27} - 2.$$

$$Y_{cbt} \Leftrightarrow y(1).y\left(\frac{2m+9}{3}\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2). \left[-m\frac{(2m+9)^2}{27} - 2 \right] < 0 \Leftrightarrow (m+2).(4m^3 + 36m^2 + 81m + 54) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ m > -2 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có } y_{cbt} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m < -6 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}.$$

Câu 83: Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m+1)x + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị của số tự nhiên $m < 20$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

$$+ \text{ Ta có: } y = (x-1)(x^2 - 2mx + 1 - m).$$

+ Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi đồ thị y cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. $\Leftrightarrow y = (x-1)(x^2 - 2mx + 1 - m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 1 - m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác 1.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 > 0 \\ 2 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \\ m > \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}.$$

+ Do $m \in \mathbb{N}, m < 20$ nên $1 \leq m < 20$. Vậy có 19 số tự nhiên thỏa mãn bài toán.

Câu 84: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có đồ thị C và điểm $C(1; 4)$. Tính tổng các giá trị nguyên dương của m để C có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Đồ thị C có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

$$\text{Khi đó } A(0; 4m^2 - 2), B(2m; -4m^3 + 4m^2 - 2) \Rightarrow AB = \sqrt{4m^2 + 16m^6} = 2|m|\sqrt{4m^4 + 1}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là: } \frac{x-0}{2m-0} = \frac{y-4m^2+2}{-4m^3} \Leftrightarrow 2m^2x + y - 4m^2 + 2 = 0$$

$$d(C, AB) = \frac{|2m^2 + 4 - 4m^2 + 2|}{\sqrt{4m^4 + 1}} = \frac{2|m^2 - 3|}{\sqrt{4m^4 + 1}}$$

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(C, AB) = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2|m| \cdot \sqrt{4m^4 + 1} \cdot \frac{2|m^2 - 3|}{\sqrt{4m^4 + 1}} = 4$$

$$\Leftrightarrow |m^2 - 3| = 2 \Leftrightarrow m^6 - 6m^4 + 9m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (m^2 - 1)^2(m^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm 2 \end{cases}$$

Do m nguyên dương nên ta được $m = 1, m = 2$, tổng thu được là 3.

Câu 85: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - m \\ x = 1 + m \end{cases}.$$

Để đồ thị hàm số có điểm cực đại, cực tiểu nằm bên trái đường thẳng $x = 2$ thì

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ 1 + m < 2 \\ 1 - m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 1 \\ m > -1 \end{cases}.$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 86: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A, B và $M(1; -2)$ thẳng hàng.

A. $m = \sqrt{2}$.

B. $m = -\sqrt{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = -\sqrt{2}; m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị là $A(0; 2)$, $B(2m; 2 - 4m^3)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (-1; 4)$, $\overrightarrow{MB} = (2m - 1; 4 - 4m^3)$.

Ba điểm A , B và $M(1; -2)$ thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1} = \frac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \frac{2m-1}{-1} = \frac{1-m^3}{1} \Leftrightarrow 2m-1 = m^3-1 \Leftrightarrow m^3 = 2m$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2} \text{ (do } m \neq 0 \text{)}.$$

Câu 87: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho độ dài $AB = \sqrt{2}$.

A. $m = 0$.

B. $m = 0$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$. $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì $m \neq 1$.

Khi đó ta có $A(1; m^3 + 3m - 1)$, $B(m; 3m^2)$.

$$\text{Có } AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m^3 - 3m^2 + 3m - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow (m-1)^2 + (m-1)^6 = 2.$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).}$$

Câu 88: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (trong đó O là gốc tọa độ)

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3mx^2 - 6mx$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$

$$\text{Khi đó } \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Tọa độ điểm cực trị: $A(0; 3m-3), B(2; -m-3)$

$$\text{Theo giả thiết } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 22m^2 + 12m - 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$$

Câu 89: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

- A.** $S = 3$. **B.** $S = \frac{1}{2}$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 2 \\ x = \pm 1 \rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$		
			1			1			

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0; 2), B(-1; 1), C(1; 1)$.

Nhận xét $\triangle ABC$ cân tại A . Vì vậy $S = \frac{1}{2}|y_A - y_B| \cdot |x_C - x_B| = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$.

Câu 90: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0; 1), B, C$ thỏa mãn $BC = 4$?

- A.** $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = \pm 4$. **D.** $m = \pm \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số: $A(0;1)$, $B(\sqrt{m}; -m^2+1)$, $C(-\sqrt{m}; -m^2+1)$.

$$BC = 4 \Leftrightarrow 4m = 16 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

A. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

B. $m = 1$.

C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases} (*)$

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0
 $\Leftrightarrow -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy tọa độ 3 điểm lần lượt là: $A(0;1)$; $B(-\sqrt{-m}; 1-m)$; $C(\sqrt{-m}; 1-m)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{-m}; -m)$; $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{-m}; -m)$

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -\sqrt{-m} \cdot \sqrt{-m} + m \cdot m = 0 \Leftrightarrow -|m| + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + m^4 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$ (vì $m < 0$)

Vậy với $m = -1$ thì hàm số có 3 cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

Câu 92: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0 < m < 1$

B. $m > 0$

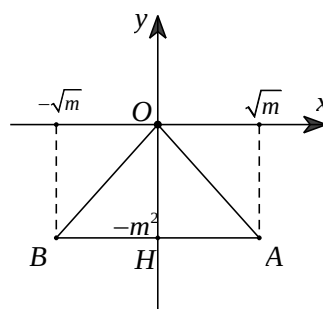
C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$

D. $m < 1$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$



Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$. Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là

$$O(0;0), A(\sqrt{m}; -m^2), B(-\sqrt{m}; -m^2).$$

Do đó $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OH.AB = \frac{1}{2}m^2.2\sqrt{m} = m^2\sqrt{m} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 93: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $M(0; -1)$

B. $N(1; -10)$

C. $P(1; 0)$

D. $Q(-1; 10)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$ thực hiện phép chia y cho y' ta được số dư là $y = -8x - 2$.

Như thế điểm $N(1; -10)$ thuộc đường thẳng AB .

Câu 94: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. $m = \frac{3}{2}$

B. $m = \frac{3}{4}$

C. $m = -\frac{1}{2}$

D. $m = \frac{1}{4}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Từ đó ta có tọa độ hai điểm cực trị $A(0; 1)$, $B(2; -3)$. Đường thẳng qua hai điểm cực trị có phương trình $y = -2x + 1$. Đường thẳng này vuông góc với đường thẳng

$$y = (2m-1)x + 3 + m \text{ khi và chỉ khi } (2m-1)(-2) = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}.$$

Câu 95: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

A. $m = \frac{3}{4}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = -\frac{3}{4}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0; 1)$, $B(2; -3) \Rightarrow \overline{AB} = (2; -4)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$.

Đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng $d \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 = -2 \\ m+3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 96: Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

A. $m = -\frac{1}{3}$.

B. $m = \frac{2}{3}$.

C. $m = -\frac{2}{3}$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 1-2m \end{cases}$.

Để hàm số có hai cực trị thì $m \neq 1-2m \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(m; -7m^3 + 3m^2)$, $B(1-2m; 20m^3 - 24m^2 + 9m - 1)$. Do đó $\overrightarrow{AB} = (1-3m; (3m-1)^3)$. Do đó AB có vector pháp tuyến là $\vec{n} = ((3m-1)^2; 1)$.

Do đó $AB: (3m-1)^2 x + y - 2m^3 + 3m^2 - m = 0 \Leftrightarrow y = -(3m-1)^2 x + 2m^3 - 3m^2 + m$.

Để đường thẳng AB song song với đường thẳng $y = -4x$ thì:

$$\begin{cases} -(3m-1)^2 = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}.$$

Câu 97: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = -2x + 1$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = x - 2$.

Lời giải

Chọn B

Thực hiện phép chia y cho y' ta được: $y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x\right) + (-2x + 1)$.

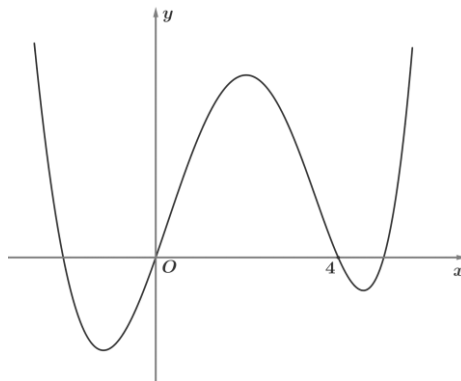
Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Ta có:
$$\begin{cases} y_1 = y(x_1) = y'(x_1) \cdot \left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1 + 1) = -2x_1 + 1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2) \cdot \left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2 + 1) = -2x_2 + 1 \end{cases}$$

Ta thấy, toạ độ hai điểm cực trị A và B thoả mãn phương trình $y = -2x + 1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 1$.

Câu 98: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x) \cdot f'(x^3 + 3x^2)$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a; a < 0 \\ x^3 + 3x^2 = b; 0 < b < 4 \\ x^3 + 3x^2 = c; c > 4 \end{cases}$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x$. Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Ta có đồ thị của hàm $h(x) = x^3 + 3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

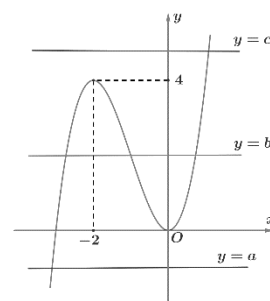
Đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ có 7 cực trị.



Câu 99: Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$
		-3		-1	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

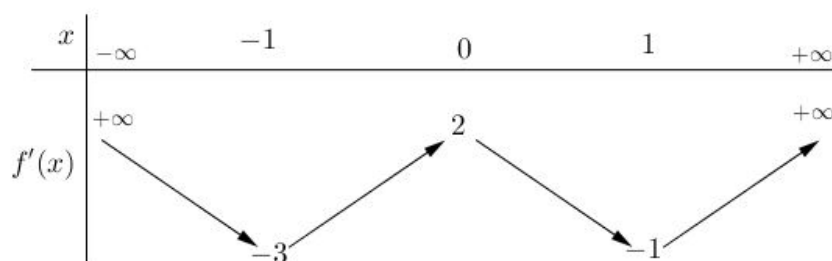
Ta có $y' = 2(x-1) \cdot f'(x^2 - 2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - a = 0, a \in (-\infty; -1) \quad (1) \\ x^2 - 2x - b = 0, b \in (-1; 0) \quad (2) \\ x^2 - 2x - c = 0, c \in (0; 1) \quad (3) \\ x^2 - 2x - d = 0, d \in (1; +\infty) \quad (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Câu 100: Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

A. 5.

B. 9.

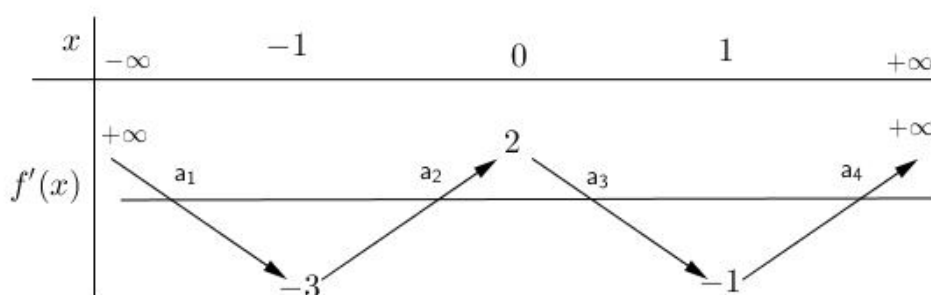
C. 7.

D. 3.

Lời giải

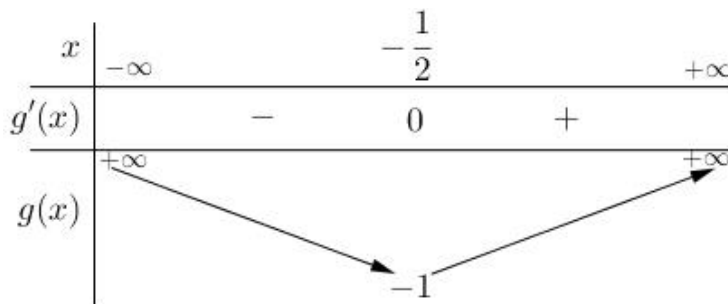
Chọn C

$$\text{Có } \left(f(4x^2 + 4x) \right)' = (8x + 4) f'(4x^2 + 4x), \left(f(4x^2 + 4x) \right)' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ f'(4x^2 + 4x) = 0 \end{cases}.$$



$$\text{Từ bảng biến thiên trên ta có } f'(4x^2 + 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1) \\ 4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0) \\ 4x^2 + 4x = a_3 \in (0; 1) \\ 4x^2 + 4x = a_4 \in (1; +\infty) \end{cases} \quad (1)$$

Xét $g(x) = 4x^2 + 4x$, $g'(x) = 8x + 4$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên



Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

Phương trình $4x^2 + 4x = a_1 \in (-\infty; -1)$ vô nghiệm.

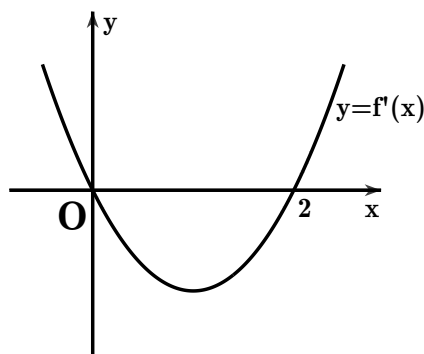
Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (-1; 0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (0; 1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Phương trình $4x^2 + 4x = a_2 \in (1; +\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Câu 101: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(-x^2 + x)$ là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x) = f(-x^2 + x) \Rightarrow g'(x) = (-2x + 1)f'(-x^2 + x)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)f'(-x^2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 = 0 \\ f'(-x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ -x^2 + x = 0 \\ -x^2 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } g'(x) > 0 \Leftrightarrow (-2x + 1)f'(-x^2 + x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 > 0 \\ f'(-x^2 + x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 1 < 0 \\ f'(-x^2 + x) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ -x^2 + x > 2 \\ -x^2 + x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x > 1 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$		
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 102: Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 8.

C. 10.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

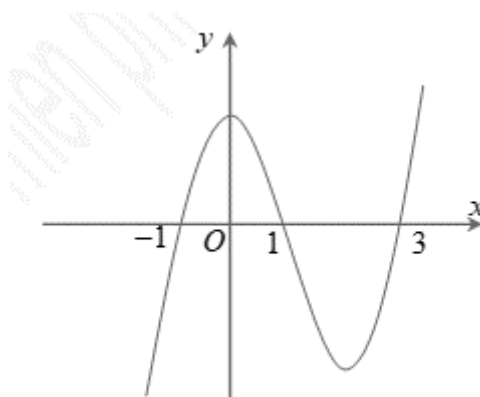
Vì hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x) = 0$ có ba nghiệm là $-2; -1; 0$ (ba nghiệm bội lẻ).

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có $y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do $y' = 0$ có một nghiệm bội lẻ ($x = 1$) và hai nghiệm đơn ($x = 0$; $x = 2$) nên hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ chỉ có ba điểm cực trị.

Câu 103: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ là



A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta chọn $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-3)$.

Áp dụng công thức $y = [f(u)]' = u'f'(u)$ với $u = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$

Ta có

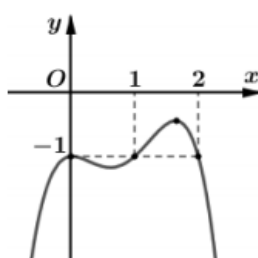
$$y' = \left[f(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) \right]' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \cdot (\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 3)$$

$$= \frac{(x+1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(x+1)^2(x^2 + 2x - 7)}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 3)} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 + 2\sqrt{2} \\ x = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-1 - 2\sqrt{2}$		-1		$-1 + 2\sqrt{2}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$		

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực đại.

Câu 104: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x) + x$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. Không có điểm cực tiểu.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$ có $g'(x) = f'(x) + 1$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	-
$g(x)$	<pre>graph LR; A[] --> B[CT]; B --> C[CĐ]; C --> D[]</pre>							

Từ đó suy ra hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

E. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K và hàm số $(C'): y = g(x)$ đồng biến trên khoảng K . Khi đó,

- a) Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến trên khoảng K .
- b) Hàm số $f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng K .
- c) Hàm số $f(x)g(x)$ nghịch biến trên khoảng K .
- d) Đồ thị của hàm số (C) và (C') có đúng một điểm chung.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a sai. Ví dụ: Hàm số $f(x) = 2x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ hàm số $f(x) + g(x) = 2x^2 + x$ không đồng biến.

b đúng vì: $f'(x) \leq 0, \forall x \in K, g'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

Khi đó, xét hàm số $h(x) = f(x) - g(x); h'(x) = f'(x) - g'(x) \leq 0, \forall x \in K$, dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm $\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên K .

c sai. Ví dụ: Hàm số $f(x) = 2x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ hàm số $f(x).g(x) = 2x^3$ là hàm số đồng biến.

d sai vì trên miền K hai đồ thị có thể không có điểm chung. Ví dụ: Hàm số $f(x) = x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = 2x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ phương trình $f(x) = g(x)$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (-1; 0) \\ x = 2 \notin (-1; 0) \end{cases}$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

a) Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.

b) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3 - 3x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^3 - 3x} = -\infty$

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đ	b) Đúng
---------	--------	------	---------

☐ Hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$ xác định khi và chỉ khi $x^3 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leq x \leq 0 \end{cases} \rightarrow a$ **Đúng**

☐ Ta có: $y' = \frac{3x^2 - 3}{2\sqrt{x^3 - 3x}} \rightarrow b$ **sai**

☐ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^3 - 3x} \sim \sqrt{x^3} = -\infty \rightarrow c$ **đúng**

☐ $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1)$, kết hợp điều kiện $x^3 - 3x > 0$

Ta được $(-\sqrt{3}; -1); (\sqrt{3}; +\infty)$ là khoảng đồng biến của hàm số đã cho.

Ta được $x \in (-1;0)$ là khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.

Do đó, d **sai**

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			4		-5		2

Khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;0)$

b) Hàm số có bốn điểm cực trị

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

d) Giá trị cực tiểu của hàm số là 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

☐ Hàm đồng biến trên $(-\infty;0)$ nên sẽ đồng biến trên $(-5;0) \rightarrow a$ **đúng**

☐ Hàm số có 2 điểm cực trị nên **b sai**

- ☐ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ nên **c đúng**
- ☐ Giá trị cực tiểu của hàm số là -5 nên **d sai**

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Khi đó:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- b) Hàm số có ba điểm cực trị
- c) Hàm số có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
- d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $2x + 2y - 4 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

- ☐ Trên $(0; +\infty)$ hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến nên **a sai**
- ☐ Hàm số chỉ có 2 điểm cực trị nên **b sai**
- ☐ Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$ nên **c đúng**
- ☐ Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; 0)$

Ta thấy $2.2 + 2.0 - 4 = 0$ nên **d đúng**

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, khi đó:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$
- b) Hàm số có 2 điểm cực trị
- c) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3
- d) Điểm cực đại của đồ thị hàm số có tổng hoành độ và tung độ bằng 4

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

- ☐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ nên **a đúng**
- ☐ Hàm số có 2 điểm cực trị nên **b đúng**
- ☐ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0 nên **c sai**
- ☐ Ta có $x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5$. nên d sai

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó :

- a) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$
- b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$
- c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$
- d) Hàm số có hai điểm cực trị

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Ta có

$$f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu đạo hàm.

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-

- ☐ Ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$ đúng nên **a đúng**
- ☐ Hàm số không đạt cực tiểu tại $x=2$ nên **b sai**
- ☐ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ nên **c sai**
- ☐ Hàm số có đạo hàm đổi dấu 2 lần nên có 2 điểm cực trị. Nên **d đúng**

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ (tham số m). Khi đó:

- a) Khi $m = -1$ thì hàm số đã cho trở thành $y = x^3 + 3x + 2$
- b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

c) Hàm số có 2 điểm cực khi $m \in (-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$

d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	b) Sai
---------	---------	---------	--------

☐ Khi $m = -1$ hàm số đã cho trở thành $y = x^3 + 3x + 2$ nên **a đúng**

☐ Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3 \rightarrow b$ đúng

☐ Hàm số có 2 điểm cực trị khi $\Delta' = (m+1)^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 2 \end{cases}$ nên **c đúng**

☐ Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Vậy $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ có 7 giá trị nguyên m nên **d sai**

Câu 8: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

b) $y'' = 6x + 6$

c) Khi $m < 0$ thì hàm số luôn có 2 điểm cực trị

d) Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì giá trị lớn nhất của m bằng 3

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	b) Sai
---------	---------	--------	--------

☐ Khi $m = 0$ thì $y = x^3 + 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên **a đúng**

☐ Ta có:

$$y' = 3x^2 + 6x - m$$

$$y'' = 6x + 6$$

nên **b đúng**

☐ $y' = 3x^2 + 6x - m$, khi $m > 0$ thì $a.c = 3.(-m) < 0$ nên y' luôn có hai nghiệm phân biệt nên hàm số đã cho luôn có 2 điểm cực trị. **Nên c đúng**

☐ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 3x^2 + 6x - m.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x < 0$

$$3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x < 0.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta có:

$f'(x) = 6x + 6$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Ta có $f(-1) = -3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m \leq -3$ nên **d sai**

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

b) Khi $m = 4$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

c) Hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ nghịch biến trên các khoảng xác định khi $m < 3$

d) Có 3 giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	b) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

□ Khi $m = 1$ thì $y = \frac{x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó $\rightarrow$

a sai

□ Khi $m = 4$ thì $y = \frac{x+3}{x+4} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó $\rightarrow$ **b đúng**

□ $y = \frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$ hàm số nghịch biến trên khoảng xác định khi $m-3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$ nên **c sai**

□ Hàm số xác định khi: $x+m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -m$.

$$y = \frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; -6) \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \in [-6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Vậy: $m \in \{4, 5, 6\}$ nên **d đúng**

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2-m)x$ (tham số m). Khi đó:

- a) Khi $m = 0$ hàm số đã cho trở thành $y = x^3 - 3x^2$
 b) Khi $m = 1$ thì $y'(1) = 0$
 c) $x = 1$ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$
 d) Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi $m > 2$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------------	---------------	---------------	---------------

☐ $m = 0$ hàm số đã cho trở thành $y = x^3 - 3x^2 + 2x \rightarrow$ **a sai**

☐ Ta có

$$y' = 3x^2 - 6x + (2 - m)$$

$$y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 6 + 2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

Nên b sai

☐ Ta có

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y'' = 6x - 6, y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ nên c đúng}$$

☐ Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$.

$$f'(x) = 6x - 6; f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		+
$f(x)$			2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \leq 2$ nên **d sai**

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 c) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x + y - 4 = 0$.
 d) Diện tích của tam giác OAB bằng 4, với O là gốc tọa độ.

Lời giải

Đáp án: a đúng; b sai; c đúng; d đúng.

Đáp án:

a. Hàm số đa thức nên có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Suy ra hàm nghịch biến trên $(0; 2)$.

c) Tọa độ $A(0; 4), B(2; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-4}{0-4} \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$.

d) Diện tích tam giác OAB là $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = 4$

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi A, B lần lượt là điểm cực tiểu và điểm cực đại của (C)

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

c) Tọa độ điểm $A(-2; -2), B(0; 2)$.

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Đáp án: a sai; b sai; c sai; d sai.

a) Đặt điều kiện mẫu số khác 0, ta được $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$. Suy ra $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$b) y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy rằng hàm số $y = f'(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

c) Tọa độ điểm $A(0; 2), B(-2; -2)$.

d) Độ dài $AB = \sqrt{(-2-0)^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 13: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

a) Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 6t + 9$.

b) Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.

c) Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.

d) Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1; 3)$.

Lời giải

Đáp án: a sai; b đúng; c đúng; d đúng

a) Ta có $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 12t + 9$ và $a(t) = v'(t) = 6t - 12$.

b) Xét $v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$

Bảng xét dấu

t	0	1	3	$+\infty$	
$v(t)$	+	0	-	0	+

c, d) Suy ra vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$, và giảm khi $t \in (1; 3)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ (m là tham số). Khi đó:

a) Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 1$.

b) Với $m = -1$ thì đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$

c) Với $m = -1$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$

d) Để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$ thì $m = k$, khi đó phương trình $2^{x+k} = 4$ có nghiệm là $x = 3$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

□ Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 1$ nên **a đúng**

□ Với $m = -1$ thì hàm số đã cho trở thành $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$ đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên **b sai**

□ Với $m = -1$, ta có $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$.

$$y' = x^2 + 2x; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$

d) $m = -1$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$

Khi đó $2^{x-1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^2 \Rightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 15: Cho hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3m - 1$ với m là một tham số thực. Khi đó:

a) Khi $m = 0$ hàm số không có điểm cực trị

b) Khi $m \neq 0$ hàm số có hai điểm cực trị

b) Khi $m = 1$ thì trung điểm của hai điểm cực trị có hoành độ là $x = 2$

d) Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng $d: x + 8y - 74 = 0$ thì $m \in (1; 3]$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

$$y' = -3x^2 + 6mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

□ Khi $m = 0$ thì $y' = 0$ có đúng một nghiệm $x = 0$ (bội chẵn) nên hàm số đã cho không có cực trị nên **a đúng**

□ Khi $m \neq 0$ thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên có 2 điểm cực trị nên **b đúng**

□ Khi $m=1$ thì $y'=0$ có 2 nghiệm là $\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ nên trung điểm của hai điểm cực trị có hoành độ là $x=1$ nên **c sai**

□ Khi đó hai điểm cực trị là: $A(0; -3m-1), B(2m; 4m^3-3m-1)$

Tọa độ trung điểm AB là: $I(m; 2m^3-3m-1)$

A và B đối xứng qua d khi và chỉ khi: $\begin{cases} I \in d \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \end{cases}$

$$\overrightarrow{AB} = (2m; 4m^3), \vec{u}_d = (8; -1)$$

$$+ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 16m - 4m^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=2 \\ m=-2 \end{cases}.$$

Với $m=0$ loại

Với $m=2$, ta có $I(2; 9) \Rightarrow I \in d$

Với $m=-2$, ta có $I(-2; -11) \Rightarrow I \notin d$

Do đó $m=2$ thỏa mãn yêu cầu nên **d đúng**

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ (m là tham số). Khi đó:

a) Khi $m=1$ thì $f(2024) < f(2023)$

b) Hàm số không có cực trị khi $-3 < m < 3$

c) Khi $m < -3$ hoặc $m > 3$ thì hàm số có 2 điểm cực trị

d) Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Khi đó $2b - a = \frac{\sqrt{61}}{2} - 3$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$

a) Khi $m=1$ thì $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ suy ra $f(2024) > f(2023)$ nên **a sai**

b) $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$ nên **b sai**

c) Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases} (*)$ nên c đúng

d) đúng

Với điều kiện (*) thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 , theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 9 \end{cases}$

Ta lại có $|x_1 - x_2| \leq 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \leq 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 25 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} (**)$$

Kết hợp (*), (**) và điều kiện m dương ta được: $3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3.$

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ (m là tham số). Khi đó:

a) $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$

b) Khi $m = 0$ thì hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

c) Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{13} \\ m < -2\sqrt{13} \end{cases}$

d) Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Khi đó giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2 = 11$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

☐ $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$ nên a đúng

☐ Khi $m = 0$ thì hàm số trở thành $y = \frac{2}{3}x^3 + 2x + \frac{2}{3}$

$y' = 2x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \rightarrow b$ đúng

☐ Hàm số có hai điểm cực trị

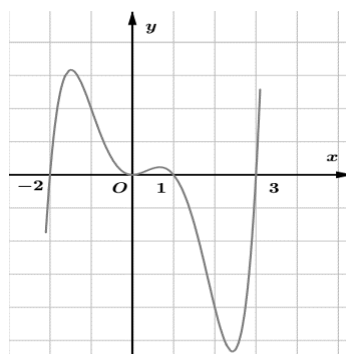
$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$ nên c sai

☐ Theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

$$\text{Ta có } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Chỉ có giá trị $m = \frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S = a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$ nên **d sai**

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Khi đó:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
- c) Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có 5 điểm cực trị?
- d) Hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$

Lời giải

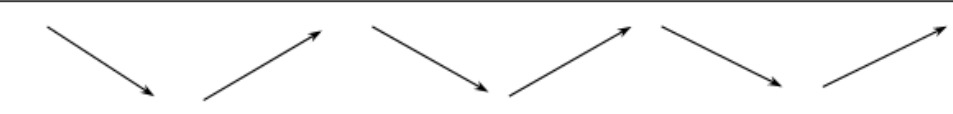
a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------

$$\text{Từ đồ thị } y = f'(x) \text{ ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

- ☐ $f'(x)$ có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số chỉ có 3 điểm cực trị $\rightarrow$ **a sai**
- ☐ Trên khoảng $(-\infty; -2)$ ta thấy $f'(x) < 0$ nên hàm số đã cho nghịch biến $\rightarrow$ **b sai**
- ☐ Ta có

$$g'(x) = 2xf'(x^2); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

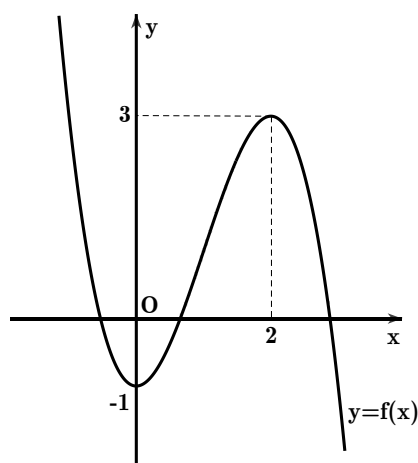
x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

☐ Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = f(x^2)$ có 5 điểm cực trị nên **c đúng**

☐ Ta có $f'(x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x^2 < 1 \\ x^2 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \neq 0 \\ x > \sqrt{3} \\ x < -\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$

Hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$ nên **d đúng**

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị $f(x)$ như hình vẽ.



Khi đó:

a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị

b) $y = 2$ là giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$

c) Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$

d) Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Khi đó giá trị x_0 thuộc khoảng $(-1; 1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Từ đồ thị hàm số ta thấy

☐ Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x = 0, x = 2$ nên **a đúng**

☐ $y = 2$ là giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ nên **b sai**

☐ Ta có

$$g(x) = f(x^3 + x) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 1)f'(x^3 + x).$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 1)f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + x = 0 \\ x^3 + x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

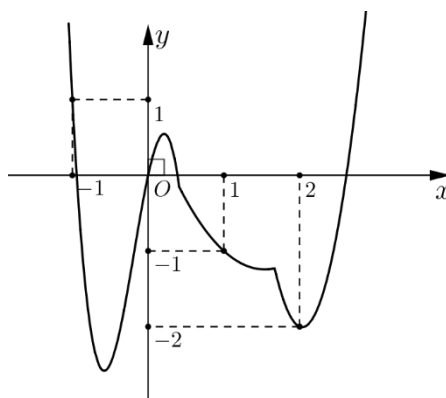
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$				$-\infty$

Hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ nên **c sai**

□ Ta thấy hàm số $g(x) = f(x^3 + x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = 0$. Suy ra $x_0 \in (-1;1)$

Vậy **d đúng**

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2 + 1$.



Khi đó:

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

d) Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

a) Sai	b) đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------

Dựa vào đồ thị ta thấy

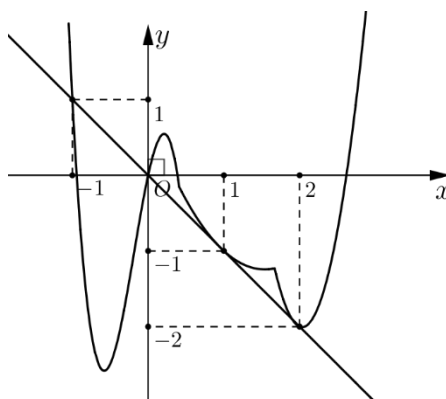
□ Trên khoảng $(2; +\infty)$, $f'(x)$ có đổi dấu nên không thể đồng biến trên khoảng này. Do đó **a sai**

□ Trên khoảng $(0; 2)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. Do đó **b đúng**

□ Ta có

$$g'(x) = 2f'(x) + 2x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x.$$

Ta vẽ thêm đường thẳng $y = -x$ và đồ thị.



Khi đó phương trình $g'(x) = 0$ có các nghiệm $x = -1, x = 1, x = 2$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	0	+	
$g(x)$		↗		↘		↗					

Dựa vào bảng biến thiên

c) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên **c đúng**

d) Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$ nên **d sai**

F. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m+3)x - 5 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Trả lời : 2

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 4mx + (m+3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + (m+3) = 0.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 1 \cdot (m+3) \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq 1.$$

Vậy $-\frac{3}{4} \leq m \leq 1$.

Vậy có 2 giá trị

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-mx + 3m + 4}{x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Lời giải

Trả lời : 2

$$y' = \frac{m^2 - 3m - 4}{(x - m)^2}$$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $y' < 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m - 4 < 0 \\ m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-1; 4) \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 1.$$

Vậy có 2 giá trị

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm m để hàm số $y = \frac{1}{3}\cos^3 x - 4\cot x - (m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Lời giải

Trả lời : 5

- Ta có: $y' = -\cos^2 x \cdot \sin x + \frac{4}{\sin^2 x} + (m+1) \cdot \sin x = \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \cdot \sin x$.

- Hàm số đồng biến trên $(0; \pi)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; \pi)$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \cdot \sin x \geq 0, \forall x \in (0; \pi)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + \frac{4}{\sin^3 x} \geq -m, \forall x \in (0; \pi) \quad (1).$$

- Xét hàm số: $g(x) = \sin^2 x + \frac{4}{\sin^3 x}$, trên $(0; \pi)$.

$$\text{Có } g'(x) = 2\sin x \cdot \cos x - \frac{12\cos x}{\sin^4 x} = 2\cos x \cdot \left(\sin x - \frac{6}{\sin^4 x} \right) = 2\cos x \cdot \frac{\sin^5 x - 6}{\sin^4 x}$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \in (0; \pi).$$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		5		$+\infty$

- Do đó: $(1) \Leftrightarrow -m \leq \min_{x \in (0; \pi)} g(x) \Leftrightarrow -m \leq 5 \Leftrightarrow m \geq -5$.

M là giá trị nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$

Vậy có 5 giá trị

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	0	+	

Tìm m để hàm số $y = f(x^3 + 4x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

Lời giải

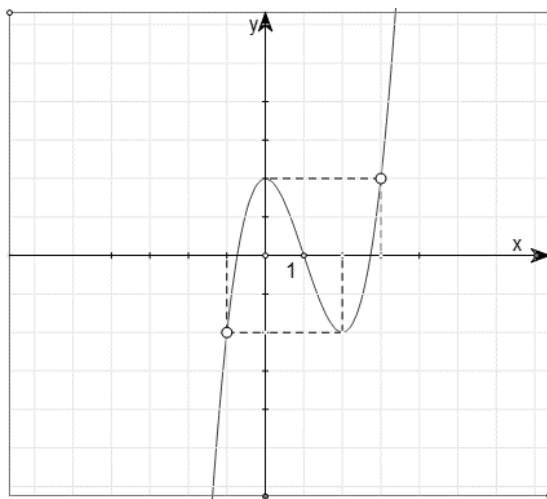
Trả lời : 3

Đặt $t = x^3 + 4x + m \Rightarrow t' = 3x^2 + 4$ nên t đồng biến trên $(-1; 1)$ và $t \in (m-5; m+5)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-5; m+5)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta được $\begin{cases} m-5 \geq -2 \\ m+5 \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S bằng



Lời giải

Trả lời : 14

Xét hàm số $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$

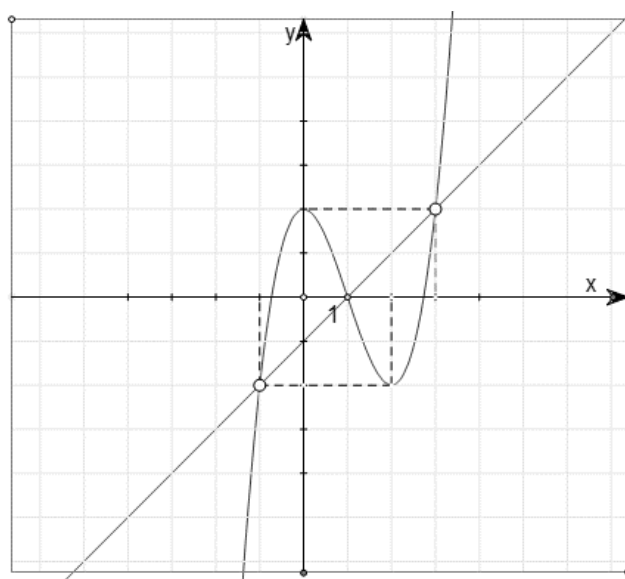
$$g'(x) = f'(x-m) - (x-m-1)$$

Xét phương trình $g'(x) = 0$ (1)

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t-1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t-1$ (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$

Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t-1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là:

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \\ x = m+3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

x	$-\infty$	$m-1$		$m+1$		$m+3$	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$							$+\infty$

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần $\begin{cases} m-1 \leq 5 \\ m+1 \geq 6 \\ m+3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m$ nhận các giá trị 1; 2; 5; 6 $\Rightarrow S = 14$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có đúng 5 điểm cực trị?

Lời giải

Trả lời : 6

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2$; $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -1; x_3 = 2$. Suy ra, hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

$\Rightarrow$ Hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2|$ có 5 điểm cực trị khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại

2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 = m^2$ (1).

Xét hàm số $g(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2$; $g'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 24x$.

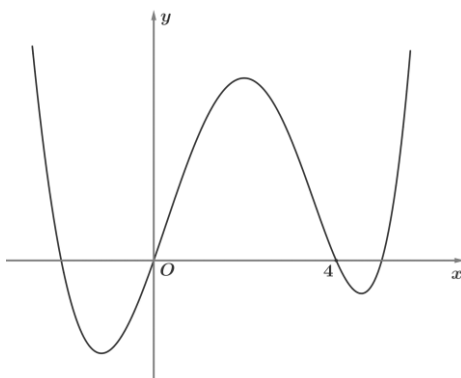
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$			5			32		
	$-\infty$			0				$-\infty$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 < 0 \\ 5 < m^2 < 32 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{5} < |m| < \sqrt{32}$.

Vậy $m \in \{3; 4; 5; -3; -4; -5\}$.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



Lời giải

Trả lời : 7

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x) \cdot f'(x^3 + 3x^2)$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = a; a < 0 \\ x^3 + 3x^2 = b; 0 < b < 4 \\ x^3 + 3x^2 = c; c > 4 \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x$. Cho $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

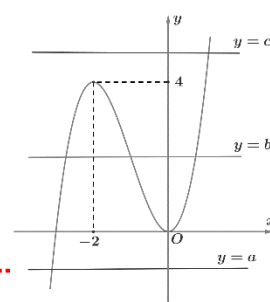
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	0	$+$
$h(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$

Ta có đồ thị của hàm $h(x) = x^3 + 3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

Đường thẳng $y = a$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.



ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC LIVESTREAM – CHÍNH PHỤC ĐIỂM 8, 9, 10 MÔN TOÁN!

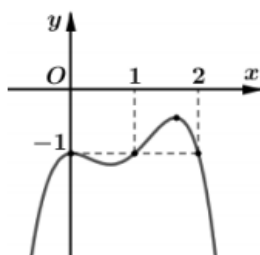
Đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y = c$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x) = 0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ có 7 cực trị.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x) + x$ đạt cực tiểu tại điểm tại điểm nào x bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời : 1

Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$ có $g'(x) = f'(x) + 1$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	-	0	+
$g(x)$	↘ CT ↗ CĐ				

Từ đó suy ra hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

Lời giải

Trả lời : 15

Đặt $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$

$$f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-8)(x^2 - 8x + m-1)^2(x^2 - 8x + m)(x^2 - 8x + m-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m - 1 = 0 & (1) \\ x^2 - 8x + m = 0 & (2) \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 & (3) \end{cases}$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2 - 8x + m - 1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

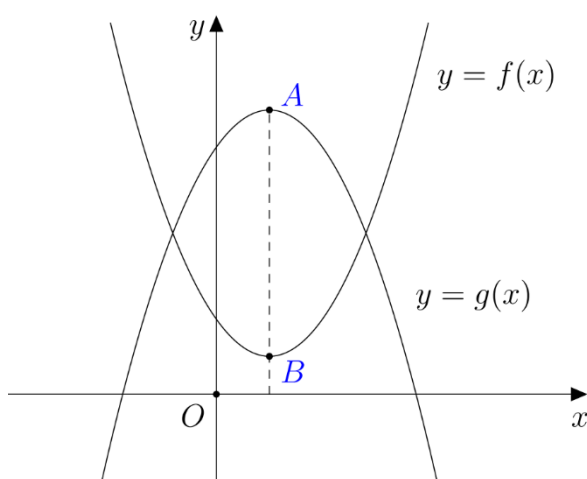
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

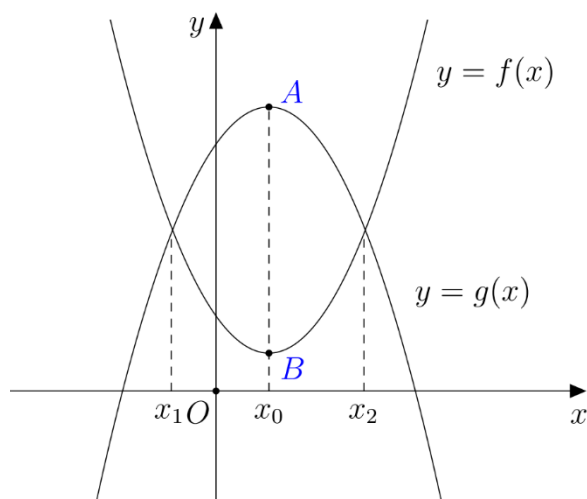
Do m nguyên dương nên $0 < m < 16$. Vậy $\cos 15^\circ$ giá trị

Câu 10: Cho hai hàm đa thức $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB = \frac{7}{4}$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y = |f(x) - g(x)| + m$ có đúng 5 điểm cực trị?

Lời giải

Trả lời: $-\frac{7}{4}$





Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$, ta có: $h'(x) = f'(x) - g'(x)$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$;

$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1$ hoặc $x = x_2$ ($x_1 < x_0 < x_2$);

$$h(x_0) = f(x_0) - g(x_0) = -\frac{7}{4}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$ là:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$-\frac{7}{4}$	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = k(x) = |f(x) - g(x)|$ là:

x	$-\infty$	x_1	x_0	x_2	$+\infty$
$k'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	$+$
$k(x)$	$+\infty$	0	$\frac{7}{4}$	0	$+\infty$

Do đó, hàm số $y = k(x) + m$ cũng có ba điểm cực trị.

Vì số điểm cực trị hàm số $y = |k(x) + m|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y = k(x) + m$ và số nghiệm đơn và số nghiệm bội lẻ của phương trình $k(x) + m = 0$, mà hàm số $y = k(x) + m$ cũng có ba điểm cực trị nên hàm số $y = |f(x) - g(x)| + m$ có đúng năm điểm cực trị khi phương trình $k(x) + m = 0$ có đúng hai nghiệm đơn (hoặc bội lẻ).

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = k(x)$, phương trình $k(x) + m = 0$ có đúng hai nghiệm đơn (hoặc bội lẻ) khi và chỉ khi $-m \geq \frac{7}{4} \Leftrightarrow m \leq -\frac{7}{4}$.

Vậy $m = -\frac{7}{4}$

Câu 11: Tìm giá trị thực m lớn nhất sao cho phương trình $2\sqrt{x+1} = x+m$ có nghiệm thực?**Lời giải****Trả lời:** 2Điều kiện: $x \geq -1$.Ta có $2\sqrt{x+1} = x+m \Leftrightarrow 2\sqrt{x+1} - x = m$ (*).Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = 2\sqrt{x+1} - x$ (C) và $y = m$.Xét hàm số $y = \sqrt{x+1} - x$ với $x \geq -1$ ta có $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - 1$.Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = -1$.

Lập bảng biến thiên

x	-1	0	$+\infty$
y'		0	-
y	1	2	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $2\sqrt{x+1} = x+m$ có nghiệm khi $m \leq 2$.**Câu 12:** Tìm giá trị nhỏ nhất của m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 6mx + m$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.**Lời giải****Trả lời:** 2Ta có $y' = 6x^2 - 6x - 6m$.Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1;1)$ hay $m \geq x^2 - x$ với $\forall x \in (-1;1)$.Xét $f(x) = x^2 - x$ trên khoảng $(-1;1)$ ta có $f'(x) = 2x - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{1}{2}$	1
y'	$-$	0	$+$
y	2	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \geq f(x)$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \geq 2$.

* Có thể sử dụng $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \leq 0 \\ y'(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m \leq 0 \\ 12-6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 13: Tìm giá trị lớn nhất của m để hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x - 1}{2-x}$ (m là tham số) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Lời giải

Trả lời: $-2,5$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{-x^2 + 4x + 2m + 1}{(2-x)^2} = \frac{g(x)}{(2-x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in D$

$$\Leftrightarrow g(x) = -x^2 + 4x + 2m + 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Điều kiện: } \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4 - (-1) \cdot (2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 2m + 5 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{5}{2}.$$

Câu 14: Gọi S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. Số phần tử của tập S là

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 2 \end{cases} \forall m$$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2) \forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $(-1;1) \subset (m; m+2)$.

$$\text{Nghĩa là: } m \leq -1 < 1 \leq m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .

Lời giải

Trả lời: 2

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$$

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1

B. 2

C. 4

D. 3

Lời giải

Trả lời: 2

$$\text{Xét } x \in (1;e) \Rightarrow \ln x \in (0;1).$$

Ta có:

$$y' = \frac{(\ln x - 6)'(\ln x - 2m) - (\ln x - 2m)'(\ln x - 6)}{(\ln x - 2m)^2} = \frac{-2m + 6}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (1;e) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (1;e) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 6 > 0 \\ 2m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq 0 \vee m \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \leq 0 \vee \frac{1}{2} \leq m < 3.$$

Vậy $S = \{1; 2\}$.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Trả lời: 5

$$y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x \Rightarrow y' = 2m-3 + (3m+1)\sin x.$$

Hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \geq 3-2m \quad (1) \quad \text{với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

+ Với $m = -\frac{1}{3}$ ta có (1) $\Leftrightarrow 0 \cdot \sin x \geq 3 + \frac{2}{3}$. Do đó $m = -\frac{1}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $m > -\frac{1}{3}$ ta có (1) $\Leftrightarrow \sin x \geq \frac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-2m}{1+3m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{4+m}{1+3m} \leq 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{4+m}{1+3m} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m < -\frac{1}{3}.$$

+ Với $m < -\frac{1}{3}$ ta có (1) $\Leftrightarrow \sin x \leq \frac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-2m}{1+3m} \geq 1$.

$$\Leftrightarrow \frac{2-5m}{1+3m} \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m \leq \frac{2}{5}.$$

Mặt khác $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; -1; -2; -3; -4\}$

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn bài ra.

Câu 18: Cho hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1; +\infty]$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

Lời giải

Trả lời: 3

$$y' = \frac{x^3 - mx + 1}{|x^3 - mx + 1|} \cdot (3x^2 - m)$$

Để hàm số đồng biến trên $[1; +\infty]$ thì $g(x) = (x^3 - mx + 1)(3x^2 - m) \geq 0 \quad (*), \forall x \geq 1$.

Với $m = 0$ ta có $g(0) = (x^3 + 1) \cdot 3x^2 > 0, \forall x \geq 1$.

Với $m > 0$. Do $m \in \mathbb{N} \Rightarrow (*)$ luôn có 1 nghiệm là $\sqrt{\frac{m}{3}}$. Ta chú ý $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

Do vậy, điều kiện cần để $g(x) \geq 0, \forall x \geq 1$ là $\sqrt{\frac{m}{3}} \leq 1 \Rightarrow m \leq 3$.

Với $m = 1, m = 2$ thay vào kiểm tra BXD thấy đúng $\Rightarrow$ nhận $m = 1; m = 2$.

Với $m = 3$ thì $g(x) = (x^3 - 3x + 1)(3x^2 - 3)$ có một nghiệm $x_0 > 1 \Rightarrow$ do vậy trên miền $[1; x_0]$ thì $g(x) < 0 \Rightarrow$ trái yêu cầu bài toán.

Vậy $S = \{0; 1; 2\}$. Tổng các phần tử của S là 3.

Câu 19: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Trả lời: 2

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Ta có } y' = 3 - \frac{m^2 + 3m}{(x+1)^2} = \frac{3x^2 + 6x + 3 - m^2 - 3m}{(x+1)^2}$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \neq -1 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 3 - m^2 - 3m \geq 0 \quad \forall x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 + 3(m^2 + 3m) - 9 \leq 0 \\ m^2 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 0$$

Mà m nguyên nên $m \in \{-2, -1\}$.

Câu 20: Tìm giá trị m lớn nhất để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2$ đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

Lời giải

Trả lời: -9

Đặt $2^{\cot x} = t$ vì $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ nên $0 < t \leq 2$. Khi đó ta có hàm số: $y = t^3 + (m-3)t + 3m - 2$.

$$\Rightarrow y' = 3t^2 + m - 3.$$

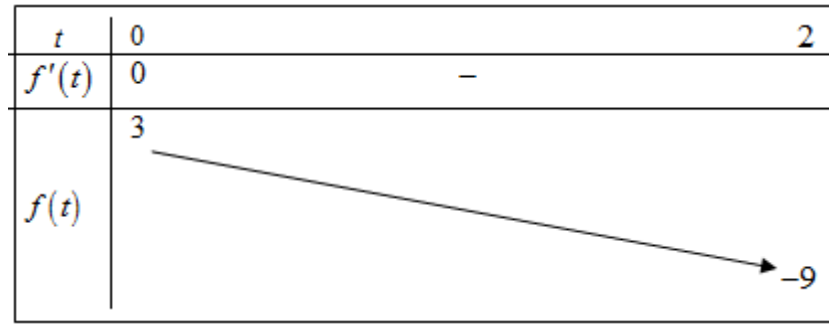
Để hàm số đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ thì hàm số phải nghịch biến trên $(0; 2]$ hay

$$3t^2 + m - 3 \leq 0, \forall t \in (0; 2] \Leftrightarrow m \leq 3 - 3t^2, \forall t \in (0; 2].$$

Xét hàm số: $f(t) = 3 - 3t^2, \forall t \in (0; 2] \Rightarrow f'(t) = -6t$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-9 \leq f(t) < 3, \forall t \in (0; 2]$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ khi $m \leq -9$.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{mx + 2015m + 2016}{-x - m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S .

Lời giải

Trả lời: 2016

Ta có $y' = \frac{-m^2 + 2015m + 2016}{(x + m)^2}, \forall x \neq -m$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0, \forall x \neq -m$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 2015m + 2016 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2016$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{0; 1; \dots; 2015\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 2016.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 - 2x + 3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có $y' = 1 + m \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 1 + m \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \quad (1).$$

Nếu $x = 1$ thì (1) luôn thỏa $\forall m$.

$$\text{Nếu } x > 1 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow m \geq -\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{x-1} \Leftrightarrow m \geq -\sqrt{1 + \frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \geq -1.$$

$$\text{Nếu } x < 1 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow m \leq -\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{x - 1} \Leftrightarrow m \leq \sqrt{1 + \frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Vậy $-1 \leq m \leq 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 23: Cho $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy . S có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có $y' = 3(m-3)x^2 + 4(m^2 - m - 1)x + m + 4$

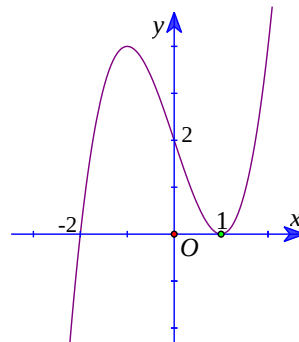
$$y' = 0 \Leftrightarrow 3(m-3)x^2 + 4(m^2 - m - 1)x + m + 4 = 0.$$

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3(m-3) \neq 0 \\ 3(m-3) \cdot (m+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 3.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy S có 6 phần tử.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 3)$.



Lời giải

Trả lời: 3

Quan sát đồ thị ta có $y = f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x = -2$ nên hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $x = -2$.

$$\text{Ta có } y' = [f(x^2 - 3)]' = 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Do đó hàm số $y = f(x^2 - 3)$ có ba cực trị.

Câu 25: Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m ?

Lời giải

Trả lời: 3

Có $y'(x) = x^2 - mx + 1$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0$ (1).

• Để hàm số có cực trị thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

Điều này tương đương với $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

• Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Khi đó, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$.

Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|, |x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

$$x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 26: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Lời giải

Trả lời: 25

Ta có: $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1;0)$ nên ta có: $a + b + c = -1$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(-2;0)$ nên $\begin{cases} 4a - 2b + c = 8 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$.

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 25$.

Câu 27: Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Tính diện tích S của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

Lời giải**Trả lời: 2**

$$\text{Ta có } y = x^4 - 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$\text{Lại có } y'' = 12x^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} y''(0) < 0 \\ y''(\pm 1) > 0 \end{cases}$$

Do đó $x = 0$ là điểm cực đại và $x = \pm 1$ là điểm cực tiểu.

$$\text{Với } x = \pm 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A(1; -2), B(-1; -2) \Rightarrow \overline{AB} = (-2; 0) \Rightarrow AB = |-2| = 2.$$

$$\text{Đường thẳng } AB: y = -2 \Rightarrow d(O; AB) = 2 \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O; AB) = 2.$$

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Tính giá trị của $P = 4a - b$.

Lời giải**Trả lời: 1**

Đồ thị (C) có điểm cực trị $A(1; 3)$ điều kiện là:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + a = 0 \\ 1^3 - 2 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 4a - b = 1.$$

Câu 29: Cho hàm số $y = |x + 3| + \frac{1}{x + 1}$, gọi S là tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số. Giá trị của S bằng

Lời giải**Trả lời: 3,5**

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có: } y = |x + 3| + \frac{1}{x + 1} = \begin{cases} x + 3 + \frac{1}{x + 1} & \text{nếu } -3 \leq x \neq -1 \\ -x - 3 + \frac{1}{x + 1} & \text{nếu } x < -3 \end{cases}.$$

$$y' = \begin{cases} 1 - \frac{1}{(x + 1)^2} & \text{nếu } -3 < x \neq -1 \\ -1 - \frac{1}{(x + 1)^2} & \text{nếu } x < -3 \end{cases}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	4	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số là $S = -\frac{1}{2} + 0 + 4 = \frac{7}{2}$.

Câu 30: Biết $\frac{a}{b}$ là giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.

Lời giải

Trả lời: 13

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$$

Theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

$$\text{Ta có } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Chỉ có giá trị $m = \frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S = a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5; 6) \cap S$.

Lời giải

Trả lời: 4

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $y' = 3x^2 + 2x + m$.

Hàm bậc ba có cực trị khi $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$ (1).

$$\text{Khi đó } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{1 - 3m} \\ x = -1 + \sqrt{1 - 3m} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-1-\sqrt{1-3m}$		$-1+\sqrt{1-3m}$	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y		$y_{CĐ}$		y_{CT}		
	$-\infty$					$+\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm về phía bên phải trục tung khi

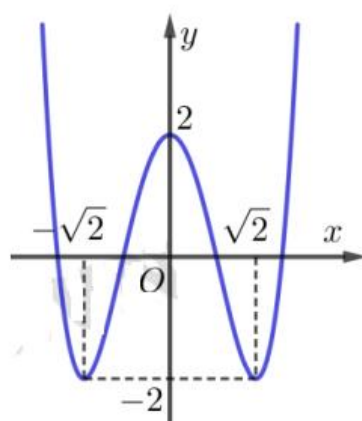
$$-1 + \sqrt{1-3m} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-3m} > 1 \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với (1) ta có $m < 0$ thì điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải trục tung.

Khi đó S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên âm.

Vậy $(-5; 6) \cap S = \{-4; -3; -2; -1\} \Rightarrow (-5; 6) \cap S$ có 4 phần tử.

Câu 32: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

Hướng dẫn giải

Trả lời: 4

Ta thấy $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = f'(x) \cdot 3^{f(x)} + f'(x) \cdot 2^{f(x)} = f'(x) [3^{f(x)} + 2^{f(x)}]$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy $y' = 0$ có 4 điểm cực trị.

Câu 33: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị A, B . Khi $\angle AOB = 90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phân tử của S bằng:

Lời giải

Trả lời: 0,06

$$y' = \frac{(2x+m)(x-1) - x^2 - mx - m^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - (m + m^2)}{(x-1)^2}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m + m^2 > 0 \\ -1 - m - m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}.$$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu là $y_A = 2x + m$.

Gọi $x_A; x_B$ là hoành độ của A, B khi đó $x_A; x_B$ là nghiệm của $x^2 - 2x - (m + m^2) = 0$.

Theo định lý Viet ta có $x_A + x_B = 2; x_A \cdot x_B = -m^2 - m$.

$$y_A = 2x_A + m; y_B = 2x_B + m.$$

$$\angle AOB = 90^\circ \Rightarrow x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B = 0 \Leftrightarrow x_A x_B + 4x_A x_B + 2m(x_A + x_B) + m^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5(-m^2 - m) + 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 0; m = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Tổng bình phương tất cả các phân tử của } S \text{ bằng: } 0^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \approx 0,06.$$

Quý phụ huynh và các em học sinh đăng ký khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

[zalo.me/84869998668](https://www.zalo.me/84869998668)

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuandaytoan>

4. Tiktok thầy:

ĐĂNG KÍ KHÓA HỌC **LIVESTREAM** – CHINH PHỤC ĐIỂM **8, 9, 10** MÔN **TOÁN**!

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan