



**TÀI LIỆU THUỘC KHÓA HỌC
“LIVE VIP 9+ TOÁN”**

**ĐĂNG KÝ HỌC EM INBOX THẦY TU
VẤN NHÉ!**

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 TOÁN 12
(Chuẩn cấu trúc SGK form mới- Đề số 04)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$?

- A.** $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. **B.** $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. **C.** $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. **D.** $F_4(x) = 3x^3 + x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x$; $F_2'(x) = x^2 + x$; $F_3'(x) = 3x^2 - 2x$; $F_4'(x) = 9x^2 + 2x$.

Suy ra: $F_1'(x) = 3x^2 + 2x = f(x)$.

Vậy $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 2x$ trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

- A.** $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$. **B.** $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.
C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$. **D.** $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \int \frac{d(5x-2)}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$.

Câu 3: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$ được kí hiệu là

- A.** $\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b)$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

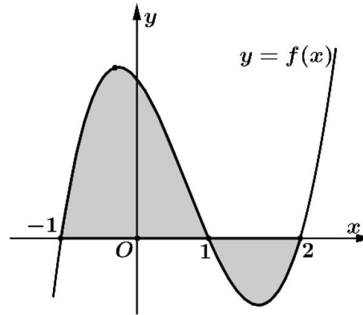
- Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^5 f(x) dx = 10$, $\int_3^5 f(x) dx = 1$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng
- A.** 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** -9.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx = 10 - 1 = 9$.

- Câu 5:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. **B.** $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
- C.** $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. **D.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

- Câu 6:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 3$.
- A.** $S = \frac{9}{4}$. **B.** $S = \frac{25}{4}$. **C.** $S = \frac{41}{4}$. **D.** $S = 11$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$.

Ta có $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$ hoặc $x = 2$.

Phương trình chỉ có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; 3]$ là $x = 0$ và $x = 2$.

$$\text{Suy ra } S = \int_0^3 |x^3 - 4x| dx = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^3 |x^3 - 4x| dx$$

$$= \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_2^3 \right| = |-4| + \left| \frac{25}{4} \right| = \frac{41}{4}.$$

Câu 7: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{16\pi}{3}$. D. $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. B. $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 6)$. D. $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB biết $A(2; -1; 0)$, $B(-4; 3; 2)$ là:

- A. $-3x + y + z - 5 = 0$. B. $-3x + 2y + z - 6 = 0$.
C. $-x + y + z - 5 = 0$. D. $-x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB .

Khi đó (α) đi qua trung điểm $I(-1; 1; 1)$ của đoạn AB và (α) có véc tơ pháp tuyến

$\vec{n} = \overrightarrow{AI} = (-3; 2; 1)$. Do đó (α) có phương trình:

$$-3(x+1) + 2(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + z - 6 = 0.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình tham số

$$(d): \begin{cases} x = -t \\ y = 1 \\ z = 2 + 3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}. \text{ Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng } (d) \text{ là}$$

- A. $\vec{u} = (-1; 1; 2)$. B. $\vec{u} = (-1; 1; 3)$. C. $\vec{u} = (-1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (-1; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u} = (-1; 0; 3)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$. C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là phương trình đường thẳng qua $A(1; 2; 0)$ và song song với BC .

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -1) \Rightarrow d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$.

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$.
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$. D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}_\alpha = (2; -3; 6)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là:

$\vec{u}_\Delta = \vec{n}_\alpha = (2; -3; 6)$.

Phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Lời giải

a) **Sai.** Ta có: $P(x) = \int P'(x)dx = \int (-0,0008x + 10,4)dx = -0,0004x^2 + 10,4x + C$.

Để thấy, khi chưa bán được sản phẩm nào thì lợi nhuận bằng 0. Do đó $P(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x$. Suy ra a) Sai.

b) **Đúng.** Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là: $P(50) = -0,0004.50^2 + 10,4.50 = 519$ (triệu đồng). Suy ra b) Đúng.

c) Sai. Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là

$$P(55) - P(50) = \int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = 51,79 \text{ (triệu đồng)}.$$

Suy ra c) Sai.

d) Sai. Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm là

$$P(a) - P(50) = \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = \left(-0,0004x^2 + 10,4x \right) \Big|_{50}^a \\ = -0,0004a^2 + 10,4a - 519.$$

Theo bài ra ta có: $-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của a là 101. Suy ra d) Sai.

Câu 2:

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) (P) qua O nhận $\overrightarrow{OH}$ làm một véc tơ pháp tuyến.

b) (P) có phương trình $2x + y + 2z - 9 = 0$.

c) Tồn tại một giá trị của tham số m nguyên dương để mặt phẳng $(Q): x - my - m = 0$ tạo với (P) một góc 45° .

d) Có duy nhất một mặt phẳng (α) song song với (P) , cách $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ biết rằng trên (α) tồn tại một điểm $E(a; b; c)$ thỏa $2a + b + 2c < 4$.

Lời giải

a) **Sai** (P) qua H nhận $\overrightarrow{OH}$ làm một véc tơ pháp tuyến.

b) **Đúng** (P) qua $H(2; 1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 2)$ làm VTPT nên có phương trình

$$2(x - 2) + 1(y - 1) + 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 9 = 0$$

c) **Sai** $(Q): x - my - m = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(Q)} = (1; -m; 0)$

$$\vec{n}_{(P)} = (2; 1; 2)$$

Góc giữa (P) và (Q) là 45° suy ra

$$\cos 45^\circ = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|2 - m + 0|}{\sqrt{1 + m^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{4 - 4m + m^2}{(1 + m^2) \cdot 9} \Leftrightarrow 9m^2 + 9 = 8 - 8m + 2m^2$$

$$\Leftrightarrow 7m^2 + 8m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{1}{7} \end{cases} \text{ Không có số nguyên dương } m.$$

d) **Sai** (α) song song với (P) suy ra $(\alpha): 2x + y + 2z + D = 0 (D \neq -9)$.

$$d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 3 + 2 + 2 \cdot 1 + D|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow |10 + D| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -8 \\ D = -12 \end{cases}$$

Với $D = -8$ suy ra $(\alpha): 2x + y + 2z - 8 = 0$

Xét điểm $E(a; b; c) \in \alpha \Rightarrow 2a + b + 2c - 8 = 0 \Rightarrow 2a + b + 2c = 8 < 4$ (sai) nên $D = -8$ loại

Với $D = -12$ suy ra $(\alpha): 2x + y + 2z - 12 = 0$

Xét điểm $E(a; b; c) \in \alpha \Rightarrow 2a + b + 2c - 12 = 0 \Rightarrow 2a + b + 2c = 12 < 4$ (sai) nên $D = -12$ loại

Vậy không có mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán

PHẦN III. Trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4

Câu 1: Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có $|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$.

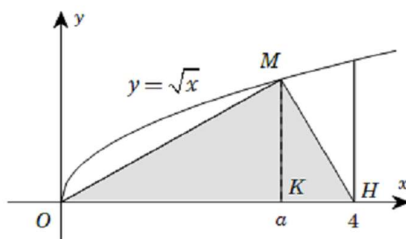
Do đó $I = \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx$.

$$= \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{5}{x} - 2 \right) dx + \int_2^5 \left(2 - \frac{3}{x} \right) dx$$

$$= (5 \ln |x| - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3 \ln |x|) \Big|_2^5 = 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 5.$$

Câu 2: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Giá trị a bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$. Mà $V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = 4\pi$.

Gọi K là hình chiếu của M trên $Ox \Rightarrow OK = a, KH = 4 - a, MK = \sqrt{a}$.

Khi xoay tam giác OMH quanh Ox ta được khối tròn xoay là sự lắp ghép của hai khối nón sinh bởi các tam giác OMK, MHK , hai khối nón đó có cùng mặt đáy và có tổng chiều cao là $OH = 4$ nên thể

tích của khối tròn xoay đó là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot (\sqrt{a})^2 = \frac{4\pi a}{3}$, từ đó suy ra $a = 3$.

Câu 3: Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường lần lượt thuộc các mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x + y - 2z + 1 = 0, (Q): x + y + z - 5 = 0, (R): 2x + 2y - 4z + 21 = 0$.



Độ rộng của bức tường thuộc mặt phẳng (Q) của tòa nhà bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 3,9

Ta có

$$(P): x + y - 2z + 1 = 0 \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{n}_P = (1; 1; -2)$$

$$(Q): x + y + z - 5 = 0 \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{n}_Q = (1; 1; 1)$$

$$(R): 2x + 2y - 4z + 21 = 0. \text{ có vector pháp tuyến là } \vec{n}_R = (2; 2; -4)$$

Ta có $\vec{n}_R = 2\vec{n}_P$; $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{1}{21}$ nên hai bức tường (P) và (R) song song với nhau

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 1.1 + 1.1 + (-2).1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \text{ nên bức tường } (Q) \text{ vuông góc với hai bức tường } (P) \text{ và } (R)$$

Chọn điểm $M(-1; 0; 0) \in (P)$. Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên:

$$d((P), (R)) = d(M, (R)) = \frac{|2 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 21|}{\sqrt{4 + 4 + 16}} = \frac{19}{\sqrt{24}} = 3,9m.$$

Vậy độ rộng bức tường (Q) của tòa nhà là $3,9m$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-5}{1}$ và $\Delta': \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng (P) . Biết (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; 3)$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 1

Đường thẳng Δ qua $A(1; -4; 5)$ và nhận $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là vectơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ' qua $B(-3; -2; 3)$ và nhận $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là vectơ chỉ phương $\Rightarrow \Delta \parallel \Delta'$.

Gọi A' là điểm trên Δ' sao cho $AA' \perp \Delta$.

$$\text{Do } A' \in \Delta' \Rightarrow A'(-3 + 2t; -2 + 3t; 3 + t) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (-4 + 2t; 2 + 3t; -2 + t).$$

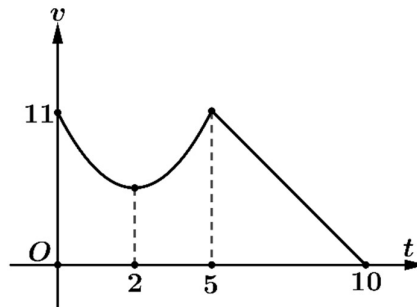
$$\text{Do } AA' \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -8 + 4t + 6 + 9t - 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow A' \left(\frac{-17}{7}; \frac{-8}{7}; \frac{23}{7} \right) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \left(\frac{-24}{7}; \frac{20}{7}; \frac{-12}{7} \right) = -\frac{4}{7} \cdot (6; -5; 3)$$

Khi đó (P) nhận $\vec{n} = (6; -5; 3)$ là vector pháp tuyến $\Rightarrow a = 6; b = -5 \Rightarrow a + b = 1$.

PHẦN 4. TỰ LUẬN

Câu 1: Một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (m/s) có dạng đường Parabol khi $0 \leq t \leq 5$ (s) và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10$ (s). Biết đỉnh Parabol là $I(2, 3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10$ (s) là bao nhiêu mét?



Lời giải

Gọi Parabol (P): $y = at^2 + bt + c$ là phương trình thể hiện vận tốc của chất điểm khi $0 \leq t \leq 5$ (s)

Do (P) có đỉnh $I(2; 3)$ và đi qua $A(0; 11)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ y(0) = 11 \\ y(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ c = 11 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 11 \end{cases} \Rightarrow y = 2t^2 - 8t + 11$$

Gọi $d: y = at + b$ là phương trình đường thẳng thể hiện vận tốc của chất điểm khi $5 \leq t \leq 10$ (s) do d đi qua điểm $B(5; 11)$ và $C(10; 0)$ nên:

$$\begin{cases} 5a + b = 11 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{5} \\ b = 22 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{11}{5}t + 22$$

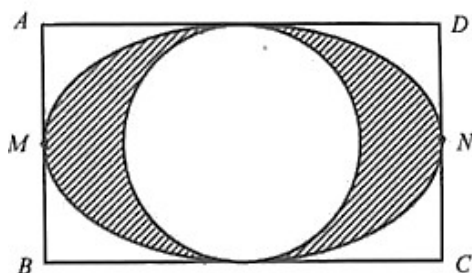
Như vậy phương trình biểu thị vận tốc của chất điểm là $v(t) = \begin{cases} 2t^2 - 8t + 11, & 0 \leq t \leq 5 \\ -\frac{11}{5}t + 22, & 5 < t \leq 10 \end{cases}$

Khi đó quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 10$ (s) là

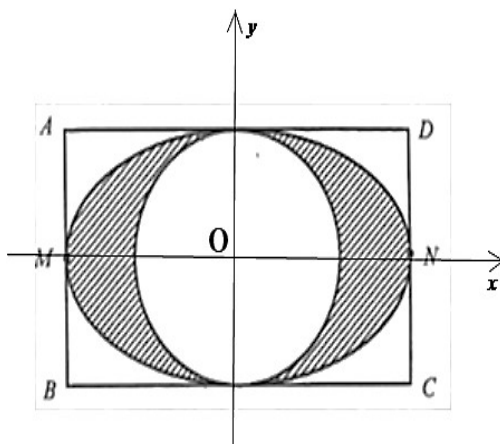
$$S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^5 (2t^2 - 8t + 11) dt + \int_5^{10} \left(\frac{-11}{5}t + 22 \right) dt$$

$$= \left(\frac{2t^3}{3} - 4t^2 + 11t \right) \Big|_0^5 + \left(\frac{-11t^2}{10} + 22t \right) \Big|_5^{10} = \frac{115}{3} + \frac{55}{2} = \frac{395}{6} (m)$$

Câu 2: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6cm$, $AD = 10cm$, M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD , hai đường cong là đường elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



.Lời giải



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ. Trong đó: $MN \equiv Ox$ và O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Độ dài trục lớn, độ dài trục bé của elip lần lượt là $AD = 2a = 10cm$ và $AB = 2b = 6cm$. Suy ra: $a = 5cm$ và $b = 3cm$. Khi đó, phương trình của elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Suy ra: $y^2 = 9 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right)$

Với $x \in [-5; 5]$. Quay đường elip quanh trục MN tạo ra khối tròn xoay có thể tích là:

$V_{Ox} = \pi \int_{-5}^5 f^2(x) dx = \pi \int_{-5}^5 y^2 dx = \pi \int_{-5}^5 9 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right) dx = 9\pi \int_{-5}^5 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right) dx = 60\pi cm^3$. Quay đường tròn đường kính $AB = 6cm$ quanh trục MN tạo ra khối cầu có thể tích là:

$$V_{KC} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{AB}{2} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2} \right)^3 = 36\pi cm^3.$$

Do đó, thể tích của vật trang trí là: $V = V_{Ox} - V_{KC} = 60\pi \text{ cm}^3 - 36\pi \text{ cm}^3 = 75.4\pi \text{ cm}^3$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -4 - t \\ z = 6 + 2t \end{cases}; d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt d_1, d_2 lần lượt ở B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$

Lời giải

$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t; -4-t; 6+2t)$. Phương trình tham số $d_2: \begin{cases} x = 5 + 2s \\ y = 11 + 4s \\ z = 5 + 2s \end{cases}$

$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s; 11+4s; 5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-1+t; -1-t; 2t+1); \overrightarrow{AC} = (2s; 4s+14; 2s)$

Do A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1 = 2ks \\ -t-1 = 4ks+14k \\ 2t+1 = 2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ s = -3 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ Do đó } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Quý phụ huynh và các em học sinh đky khóa học

1. Zalo thầy Thuận Toán: 0869998668

zalo.me/84869998668

2. Facebook thầy:

<https://www.facebook.com/Thaygiaothuan.99/>

3. Fanpage thầy:

<https://www.facebook.com/thaythuantoan9>

4. Tiktok thầy:

https://www.tiktok.com/@thay_hothucthuan

5. Kênh Youtube thầy:

<https://www.youtube.com/@HoThucThuanOfficial>